一种用“改进的王氏代数法”求有向树组的方法

A METHOD OF GENERATING ACTIVE TREE TERMS USING THE “IMPROVED W-ALGEBRAIC METHOD”

李卫国　　彭扬烈
Li Weiguo　　Pen Yonle

（电气工程系）

摘　要　本文在定义了一个算子“M”之后，借用“广义树法”〔4〕的有向树分解定理，将“改进的王氏代数法”推广到有向图，推广后的方法不产生非树组合类冗余项，且能自然地消除大部份由有源元件和变压器等引起的对消项，有效地解决了“改进的王氏代数法”应用于有向图时引起的算法退化问题。

关键词　有向图；有向树组；关联集；对消项；冗余项。

ABSTRACT　By defining an operator“M”, the paper has applied the improved Walgebraic method to the directed graph. The developed theory does not make non-tree combination type terms and can eliminate a large part of cancellations terms caused by the active elements or transformers The paper has solved the retrogration problem for algorithm of W-algebraic method while used in the directed graph.

KEY WORDS　directed graph, directed tree trem, Incidence set, cancellation term, redundant term.

一、基本思想

定义：算子M表示取权极序列中的前$n-1$个权，M满足下列规则：

a　设　$T_1=e_1T_2$　　则　$\underset{n-1}{M}(T_1)=e_1\underset{n-2}{M}(T_2)$

本文于1988年3月1日收到

$$T_2 = e_2 T_3 \qquad \underset{n-2}{M}(T_2) = e_2 \underset{n-3}{M}(T_3)$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$T_{n-1} = e_{n-1} T_n \qquad \underset{1}{M}(T_{n-1}) = e_{n-1} \underset{0}{M}(T_n) = e_{n-1}$$

b　设　$T = T_1 + T_2$　则　$\underset{k}{M}(T) = \underset{k}{M}(T_1 + T_2) = \underset{k}{M}(T_1) + \underset{k}{M}(T_2)$

c　设　$T = T_1 e T_2$　则　$\underset{k}{M}(T) = \underset{k}{M}(T_1 e T_2) = e\underset{k-1}{M}(T_1 T_2) = e\underset{k-1}{M}(T_2 T_1)$

（其中 e 为边权积，$0 \leqslant k \leqslant n-1$）

定理　设G_C为含 n 个顶点的混合图，k_1，k_2，……，k_n为顶点关联集，当满足下列两个条件时，G_c的全部有向树的树枝导纳积之和为

$$T = \underset{n-1}{M}(k_1 k_2 \cdots\cdots k_n)$$

条件 1　删除包含在参考顶点 r 的顶点关联集中的射出边。

条件 2　当两个顶点关联集的交包含有有向边时，仅当其中一个集合为参考顶点的关联集，且有向边指向参考顶点，才允许做这两个集合的"改进的王氏积"运算（用改进的王氏运算法则）。当然，若两集合的交只包含无向边，仍允许做两集合的"改进的王氏积"运算。

k_i中的无向边用边e_j表示，有向边用边号加箭头表示。$\overleftarrow{e_k}$表示射入边，$\overrightarrow{e_k}$表示射出边。

证：条件 1 为众所周知，故只需证明条件2。

首先，用"改进的王氏代数法"对图G_c的两关联集进行运算，这相当于将图G_c分解成两个子图，其中一个为将这两个关联集对应的顶点间的边短路而得到的图，另一个为开路而得到的图[4]。若两关联集中有一个为参考顶点所对应的关联集，短路边中有向边指向参考顶点 r，则短路图中的全部有向树加上短路的边后必为图G_c中的有向树，否则将有一些树加上短路边后不是图G_c中的有向树。

其次，对于一个有向图在选定参考顶点 r 后，可任选 n-2 个关联集和参考顶点 r 的关联集一起构成一组线性独立的关联集。故可在 n 个顶点选择包含 r 的关联集在内的 n-1 个满足条件 1 和条件 2 的关联集进行运算。删去最后一个关联集后便为全部树支导纳集。

二、运 算 实 例

设图G_c为一个具有四个顶点的有向图，如附图所示。求全部有向树组，图中数字表示边号，括号中的符号为有向边权。

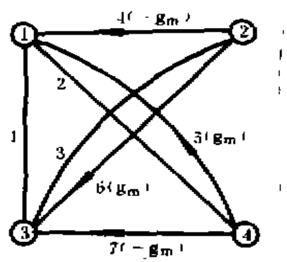
（1）写出四个关联集

$$K_1 = (1 + 2 + \overleftarrow{4} + \overleftarrow{5})$$

$$K_2 = (3 + \overrightarrow{4} + \overrightarrow{6})$$

$$K_3 = (1 + 3 + \overleftarrow{6} + \overleftarrow{7})$$

$$K_4 = (2 + \overrightarrow{5} + \overrightarrow{7})$$



（2）选4*顶点为参考顶点，删去射出边 7，5，于是

$K_1=(1+2+\overleftarrow{4})$

$K_2=(3+\overrightarrow{4}+\overrightarrow{6})$

$K_3=(1+3+\overleftarrow{6})$

$K_4=(2)^r$　（上标 r 表示该集合为对应 r 的关联集）

（3）计算

$$T=\underset{3}{M}(K_1K_2K_3K_4)=\underset{3}{M}((1+2+\overleftarrow{4})(3+\overrightarrow{4}+\overrightarrow{6})(1+3+\overleftarrow{6})(2)^r)$$

$$=\underset{3}{M}((2)(1+\overleftarrow{4})^r(3+\overrightarrow{4}+\overrightarrow{6})(1+3+\overleftarrow{6}))$$

$$=(2)\underset{2}{M}((1+\overleftarrow{4})^r(3+\overrightarrow{4}+\overrightarrow{6})(1+3+\overleftarrow{6}))$$

$$=(2)(1)\underset{1}{M}((\overleftarrow{4}+3+\overleftarrow{6})^r(3+\overrightarrow{4}+\overrightarrow{6}))+(2)\underset{2}{M}((\overleftarrow{4})^r(3+\overrightarrow{4}+\overrightarrow{6})$$

$$(3+\overleftarrow{6}))=(2)(1)T_1+(2)T_2$$

$$T_1=\underset{1}{M}((3+4+6)(0))=(3+4+6)\underset{0}{M}((0))=(3+4+6)$$

$$=(3-g_m+g_m)=(3)$$

$$T_2=\underset{2}{M}((4)(3+\overrightarrow{6})^r(3+\overleftarrow{6}))=(4)\underset{1}{M}((3)(0))=(4)(3)$$

全部树为　$T=(2)(1)(3)+(2)(4)(3)$

三、关于冗余项问题

本方法的冗余项问题和广义树法的完全一样〔4〕。在此不再赘述。

参 考 文 献

〔1〕 Mayeda, W., Graph Theory. John Wiley & Sons Inc., 1976

〔2〕 Chen, W.K., Applied Graph Theory, Amsterdam, North Holland 1976

〔3〕 周轴　鲍吉伟。"一种生成符号网络函数的新方法"，合肥工业大学计算机信息系。中国电机工程学会"理论电工"学术讨论会论文资料。1984年10月

〔4〕 李卫国，"生成有源网络符号网络函数的新方法——广义树法"，硕士学位论文，重庆大学，电气工程系。1987月7月