

# 锯齿状结构面在约束剪胀条件下 剪切破坏形态的理论分析

THE THEORETICAL ANALYSES OF SHEAR DESTRUCTION OF  
THE JAGGED DISCONTINUITY UNDER THE RESTRAINING DILATANCY

李 通 林      王 艳 辉  
Li Tonglin      Wang Yanhui

(采矿工程系)

**摘 要** 本文在文献〔1〕的基础上, 利用弹性变形假设, 导出了表征结构面在约束剪胀条件下的破坏特征及强度公式, 并通过实验论证了理论分析的结果。

**关键词** 结构面, 破坏分析, 剪切强度

**ABSTRACT** In this paper, the formula which indicates the destruction behaviour and shear strength under the restraining dilatancy are put forward on the basis of the reference〔1〕 and with the assumption of elastic deformation, and the theoretical results are verified through the model test.

**KEY WORDS** Structural plane, Failure analysis, Shear strength

## 一、引 言

结构面在剪切应力作用下变形的边界条件一般有两类情况〔2〕〔3〕。一种是模拟接近地表的结构面, 作用在结构面上的法向压力为上盘岩石的自重, 在其剪切过程中法向压力保持恒定, 其剪胀效应未受到约束, 如图一所示。

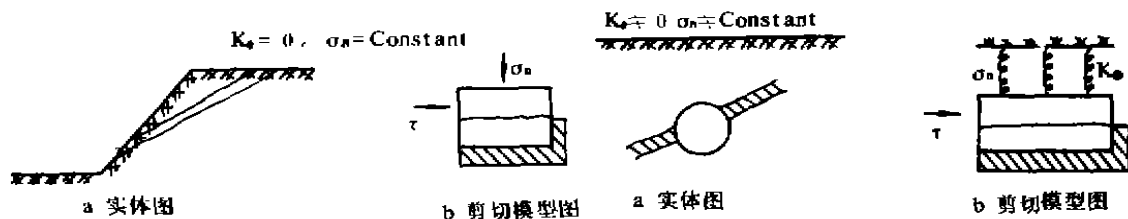


图1 结构面的自由剪胀

图2 结构面的约束剪胀

本文于1988年1月15日收到

另一种情况是模拟赋存于地下较深处的结构面。当无剪应力作用时，结构面上的法向压力为上覆岩层的总重量。当受到剪应力作用后，结构面的剪胀变形受到上覆岩层的约束，从而在上覆岩层内引起弹性抗力，结果增大了作用在结构面上的法向压力（相对于无剪切应力作用时）。与第一种情况不同，其剪胀效应受到上覆岩层的约束，约束力为上覆岩层对剪胀的弹性抗力。这种剪切作用称为约束剪胀，它可以用一系列并联的弹簧系统来等效，如图二所示，剪切过程中弹簧的内力变化即反映了约束力（即弹性抗力）的变化。

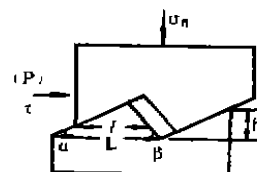


图 3 自由剪胀分析

文献〔1〕中提出了锯齿状结构面在自由剪胀条件下的破坏形态，它的导出即基于剪切过程中法向压力保持恒定的条件下得到的。然而在约束剪胀条件下，作用在结构面上的是法向压力，是剪切过程的状态函数，即可以表示为剪胀位移  $v$  的连续函数  $F(v)$ ，这时就不能应用这些公式计算。

在自由剪胀条件下，结构面锯齿的破坏高度  $\Delta h$ 、啃断长度  $l$  如图三所示，其大小分别为〔1〕：

$$\left. \begin{aligned} \Delta h &= \frac{L}{C_0 (C_t g \alpha + C_t g \beta)} \left\{ C_0 - \sigma_n [tg(\varphi_j + \alpha) + tg\varphi_b] \right\} \\ l &= \frac{L}{C_0} \sigma_n [tg(\varphi_j + \alpha) - tg\varphi_b] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

强度关系有：

峰值抗剪强度  $\tau_p$ 〔1〕〔3〕：

$$\tau_p = \sigma_n tg(\varphi_j + \alpha) \quad (2)$$

残余抗剪强度  $\tau_s$ 〔3〕

$$\tau_s = \sigma_n tg\varphi_j \quad (3)$$

上述式中：

$C_0$ 、 $\varphi_b$ ——锯齿材料的内聚力和内摩擦角。

$\alpha$ 、 $\beta$ ——锯齿结构面的爬坡角。

$\Delta h$ 、 $l$ ——结构面锯齿的啃断高度、啃断长度。

$\sigma_n$ ——作用在结构面上的法向压力。

$L$ ——三角形锯齿的底长。

$\varphi_j$ ——锯齿齿面的摩擦角。

## 二、基本假定

为了便于下面的理论分析，对约束剪胀系统（图 4 所示）特作如下假定：

1. 施加法向压力的元件处于线弹性范围内工作。
2. 结构面锯齿的破坏为弹性破坏（即破坏前只发生弹性变形）。

基于这两条假定, 结构面在约束剪胀条件下的剪切作用可以简化成如图四所示的形式。

### 三、结构面的剪切过程

设传感器(施加法向压力的元件)和岩石试件的弹性模量分别为 $K_1$ 、 $K_0$ , 传感器和试

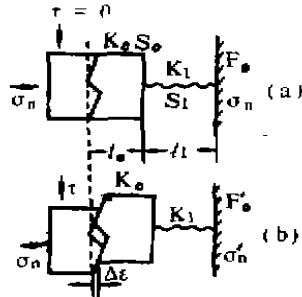


图4 结构面在约束剪胀条件下的结构系统图

件的接触面积为 $S_1$ , 结构面承受法向压力的面积为 $S_0$ 。结构面在未施加剪切时的应力状态如图四(a)所示, 施加剪切应力 $\tau$ 后产生 $\Delta\epsilon$ 的法向位移, 致使法向压力由原来的状态 $\sigma_n$ 变化到 $\sigma'_n$ , 如图四(b)所示。

如果不考虑岩石材料压缩变形(由于法向压力的作用)中的塑性分量 $\Delta\epsilon_0^P$ , 结构面的约束系统可以等效为如图四所示的弹簧串联系统, 设系统的等效弹性模量、等效面积分别为 $K_m$ 、 $S_m$ , 则

$$K_m = \frac{S_0 S_1 K_0 K_1}{S_m (S_0 K_0 + S_1 K_1)} \quad (4)$$

由于等效系统处于弹性范围内工作, 结构面的剪切过程可分为两步实现。首先是结构面爬坡产生法向位移 $\Delta e$ , 然后是等效系统被压缩 $\Delta e$ , 那么对比图四(a)、(b)两状态有

$$F_0' - F_0 = S_m K_m \cdot \frac{\Delta e}{l_0 + l_1} = S_1 \cdot \Delta\delta$$

$$\text{则} \quad \Delta\delta = \frac{K_1}{1 + \rho_1 \rho_2} \cdot \frac{\Delta e}{l_0 + l_1} \quad (5)$$

$$\text{式中: } \rho_1 = \frac{S_1}{S_0}, \quad \rho_2 = \frac{K_1}{K_0}$$

$F_0'$ ——等效系统压缩 $\Delta e$ 后的内力。

$F_0$ ——等效系统压缩 $\Delta e$ 前的内力。

$\Delta\delta$ ——传感器的应力增量。

$l_1$ ——在应力 $\sigma_n$ 作用下传感器的长度。

$l_0$ ——结构面上盘的厚度。

由(5)式可以看出, 结构面受到剪切作用后, 由于爬坡而致使法向压应力增大。如果考虑岩石的塑性变形 $\Delta\epsilon_0^P$ , 将 $\Delta e_0 = \Delta e - \Delta\epsilon_0^P$ 代入上式可得

$$\Delta\delta' = \frac{K_1}{1 + \rho_1 \rho_2} \cdot \frac{\Delta e - \Delta\epsilon_0^P}{l_0 + l_1} \quad (6)$$

$\Delta\epsilon_0^P$ ——表示结构面锯齿的弹性变形。

$\Delta\delta'$ ——考虑结构面上盘塑性应变时的法向应力增量。

## 四、结构面锯齿的破坏形态

在约束剪胀条件下, 我们不能运用(1)式来计算结构面锯齿的破坏高度。但是, 我们知道, 在约束剪胀条件下, 剪切过程中的法向压应力是加载历史的连续函数, 在任意微小增量 $\Delta\sigma_n$ 范围内法向应力恒定, 这时可以利用(1)式计算。此外(1)式还表明 $\Delta h$ 与法向压应力 $\sigma_n$ 呈线性关系, 最后求和(积分法)就可以得到结构面破坏时法向压应力的增量及破坏高度。为此, 对约束剪胀的机理作如下处理: 对于锯齿发生弹性破坏, 其机理可以分为两步实现。第一步是在自由剪胀条件下达到峭断高度 $\Delta h$ (其大小可用(1)式求得), 第二步是在约束剪胀时的法向压应力增量 $\Delta\delta$ (其大小由(5)式计算)及初始法向压应力 $\sigma_n$ 作用下(即 $\sigma_n + \Delta\delta$ )自由剪胀的断裂高度就是约束剪胀条件下的破坏高度。

由(5)式可得约束剪胀条件下结构面破坏时的法向压应力增量:

$$\Delta\delta' = \frac{K_1}{1 + \rho_1\rho_2} \cdot \frac{\Delta h'}{l_0 + l_1} \quad (7)$$

由(1)式可知:

$$\Delta h' = AL \{ C_b - (\sigma_n + \Delta\delta') [tg(\varphi_i + \alpha) + tg\varphi_b] \} \quad (8)$$

式中:  $A = [C_b(Ctg\alpha + Ctg\beta)]^{-1}$

联立(7)、(8)式则有约束剪胀条件下结构面锯齿的破坏高度 $\Delta h'$ :

$$\Delta h' = \frac{1 - \frac{\sigma_n}{C_b} [tg(\varphi_i + \alpha) + tg\varphi_b]}{L^{-1} (Ctg\alpha + Ctg\beta) \frac{tg(\varphi_i + \alpha) + tg\varphi_b}{C_b(1 + \rho_1\rho_2)} W} \quad (9)$$

式中:  $W = \frac{K_1}{l_0 + l_1}$

代入(6)式则有破坏时的法向压应力增量:

$$\Delta\delta' = \frac{1 - \frac{\sigma_n}{C_b} [tg(\varphi_i + \alpha) + tg\varphi_b]}{\frac{1}{WL} (Ctg\alpha + Ctg\beta)(1 + \rho_1\rho_2) + \frac{1}{C_b} [tg(\varphi_i + \alpha) + tg\varphi_b]} \quad (10)$$

由(9)、(10)式可以看出, 当 $K_1 = 0$ 时, (9)式就是(1)式, 结构面的剪胀属于自由剪胀, 法向压应力增量 $\Delta\delta' = 0$ , 此外, (9)式中分母的第二项反映了结构面剪胀的约束效应, 结果表明其破坏高度 $\Delta h'$ 比自由剪胀条件下的破坏高度 $\Delta h$ (1)式]低。当 $K_1 = \infty$ 时,  $\frac{1}{W} (1 + \rho_1\rho_2)$ 的极限值为 $\lim_{K_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{W} (1 + \rho_1\rho_2) = \frac{\rho_1}{K_0}$ , 代入(9)、(10)式可以得到结构面上盘受到刚性约束时(这里指传感器为刚性)锯齿的破坏:

$$\Delta h' = \frac{1 - \frac{\sigma_n}{C_b} [tg(\varphi_i + \alpha) + tg\varphi_b]}{L^{-1} (Ctg\alpha + Ctg\beta) + C_b^{-1} \rho^{-1} K_0 [tg(\varphi_i + \alpha) + tg\varphi_b]} \quad (11)$$

$$\Delta\delta' = \frac{1 - \frac{\sigma_n}{C_b} \left[ \operatorname{tg}(\varphi_i + \alpha) + \operatorname{tg}\varphi_b \right]}{L^{-1}K_0^{-1}\rho_1(C\operatorname{tg}\alpha + C\operatorname{tg}\beta) + \frac{1}{C_b} \left[ \operatorname{tg}(\varphi_i + \alpha) + \operatorname{tg}\varphi_b \right]} \quad (12)$$

比较(9)式和(11)式可以看出:结构面的上盘受到刚性约束时锯齿的啃断高度较柔性约束时[(9)式]的啃断高度低。

将(9)、(10)式代入(1)、(2)式可以得到约束剪胀条件下的啃断长度 $l'$ ,并由此得到剪切强度 $\tau_P$ 、 $\tau_S$ 的表达式:

$$l' = \frac{L}{C_b} \sigma_n [\operatorname{tg}(\varphi_i + \alpha) - \operatorname{tg}\varphi_b] \cdot \frac{\frac{1}{\sigma_n} + B}{B + \frac{1}{C_b} \left[ \operatorname{tg}(\varphi_i + \alpha) + \operatorname{tg}\varphi_b \right]} \quad (13)$$

$$\tau_P = \frac{1 + B\sigma_n}{B + \frac{1}{C_b} \left[ \operatorname{tg}(\varphi_i + \alpha) + \operatorname{tg}\varphi_b \right]} \operatorname{tg}(\varphi_i + \alpha) \quad (14)$$

$$\tau_S = \frac{1 + B\sigma_n}{B + \frac{1}{C_b} \left[ \operatorname{tg}(\varphi_i + \alpha) + \operatorname{tg}\varphi_b \right]} \operatorname{tg}\varphi_i \quad (15)$$

式中:  $B = W^{-1}L^{-1}(C\operatorname{tg}\alpha - C\operatorname{tg}\beta)(1 + \rho_1\rho_2)$

由以上各式可以看出,结构面的剪胀效应受到约束,明显地增加了锯齿的啃断长度,并提高了峰值抗剪强度 $\tau_P$ 及残余抗剪强度 $\tau_S$ 。并由(15)式可知,即使初始法向压应力 $\sigma_n$ 为零,破坏后的残余抗剪强度 $\tau_S$ 也不为零。

## 五、结构面剪切实验的结果分析

为了利用实验来验证上述理论分析结果的正确性,作者引用了文献[4]中的试验数据及曲线,籍以分析说明。

图五、图六分别反映了在法向压应力 $\sigma_n = 0.06Pa$ 、 $1.4Pa$ 、 $2.1Pa$ 、 $2.8Pa$ 五个等级下结构面的剪切强度特性曲线。从图中可以看出,随法向压应力 $\sigma_n$ 的增加,剪切强度 $\tau_P$ 、 $\tau_S$ 增大。与在自由剪胀条件下结构面的强度特性曲线(图中的虚线所示)相比较,剪切强度提高了。

$\sigma_n$ 较低时,剪切强度 $\tau_P$ 、 $\tau_S$ 随法向压应力 $\sigma_n$ 呈线性递增;随 $\sigma_n$ 的增大,而其递增速度降低。此外,随法向压应力 $\sigma_n$ 的增加,剪切强度 $\tau_P$ 、 $\tau_S$ 在自由剪胀和约束剪胀两种边界条

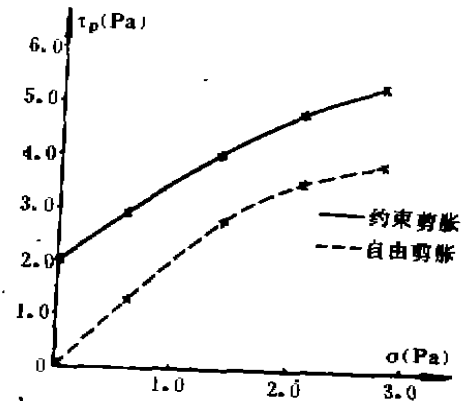


图5 法向压力 $\sigma_n$ 对 $\tau_P$ 的影响

条件下的差距减小，其中峰值抗剪强度的差异程度较残余抗剪强度大。

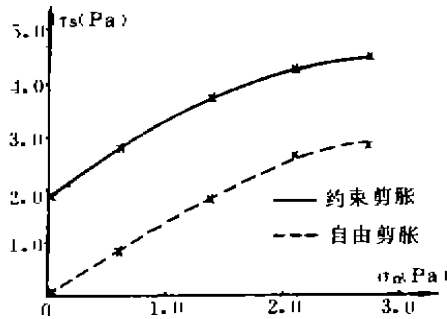


图6 法向压力 $\sigma_n$ 对 $\tau_s$ 的影响

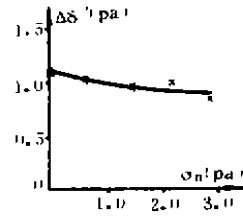


图7  $\Delta\delta'$ 随 $\sigma_n$ 的变化关系

图七为结构面破坏时的法向压应力增量 $\Delta\delta'$ 随法向压应力 $\sigma_n$ 的变化关系。从图中可以发现，随 $\sigma_n$ 的增大，法向压应力增量 $\Delta\delta'$ 降低，这与(10)式所反映的规律一致。

## 六、结 论

以上就结构面在约束剪胀条件下，依据锯齿为弹性破坏的假设而导出了表征结构面锯齿破坏时的法向压应力状态，破坏形态及剪切强度等计算公式。与在自由剪胀过程中结构面的破坏情形相比较，由于法向压应力在剪切过程中表现为剪切应力的增函数，结果提高了结构面的剪切强度 $\tau_p$ 、 $\tau_s$ ，从而在理论上证明了约束结构面的剪胀位移可以提高结构面的抗剪能力及稳定性。

## 参 考 文 献

- [1] 周瑞光 孙广忠等。 锯齿状结构面力学效应实验研究  
《地质科学》 1979年
- [2] Leichnetz W. 岩石节理的力学性质  
《隧道译丛》 1986年10月
- [3] 于学馥等。 《地下工程围岩稳定分析》  
煤炭工业出版社 1984年
- [4] 王艳辉。 软弱无粘结各向异性结构面的剪切力学特性试验研究  
重庆大学硕士学位论文 1983年元月