

# 大型发输电组合系统可靠性 评估的 Monte-Carlo 法

THE MONTE-CARLO METHOD FOR RELIABILITY EVALUATION OF  
LARGE SCALE COMPOSITE GENERATION-TRANSMISSION SYSTEMS

李文沅      孙洪波      周家启

Li Wenyuan      Sun Hongbo      Zhou Jiaqi

(电气工程系)

**摘 要** 本文提出了一种大型发输电组合系统可靠性评估的 Monte-Carlo 方法。它基于分散抽样技术、缺电功率分析法和最小缺电功率优化模型的结合, 不仅计算比较快速, 而且也有较高精度; 在系统元件增加时, 计算量只呈线性增长, 因而特别适于大系统; 对故障状态的抽样模拟, 比确定性枚举更接近电力系统运行中故障发生的实际情况。而且方法很容易推广到计及元件的多状态、负荷的多水平及负荷的随机分布特性。文中给出了 IEEE-RTS 系统的计算结果, 并与其它两种方法的结果作了比较。

**关键词** 可靠性; 组合系统; 蒙特卡洛法; 分散抽样

**ABSTRACT** The paper presents a Monte-carlo method for reliability evaluation of large scale composite generation transmission systems. The method, which possesses coputational rapidity and sufficient accuracy, is based on combining the dispersed sampling technique with the analysis approach and the optimization model of power not supplied. Because the amount of calculation increases only linearly with the number of elements, it is specially suitable for large scale systems. The Monte-carlo sampling draws more near the real situation than determinate state enumeration in simulating occurrence of power system outages. Also, the method can be easily generalized to involve multi-states of elements, multi-levels and stochastic distribution of loads. The results of IEEE-RTS, as example, are given and compared with ones obtained by using the other two methods.

**KEY WORDS** Reliability, composite systems, Monte-Carlo Method, dispersed sampling technique

本文于1988年9月13日收到

## 一、引言

七十年代后半期开始了对大型发输电组合系统可靠性评估的研究。至今为止绝大多数方法是状态枚举法。即使每个元件只有两个状态，一个大系统的组合状态也是成天文数字的。因此为了计算上的可行性，不得不略去高阶失效状态，只进行低阶失效状态的计算，通常发电元件计算到四阶，而输电元件计算到二阶<sup>[1]</sup>。状态确定之后对系统可靠性行为进行分析，一种是潮流分析，另一种是网流分析。交流潮流分析比较精确，但是计算量很大。网流分析计算量较小，但是因没有计及KVL故精度不够。进行确定性分析时不能计及发电机调节能力对可靠性指标的影响。

本文提出一种大型发输电组合系统可靠性评估的Monte-Carlo模拟法。由于Monte-Carlo法所具有的固有特点，可以对任意阶失效状态进行抽样模拟，而且又能方便地计及元件的多状态（例如发电元件的降额输出状态）。Monte-Carlo法的精度与抽样次数及样本标准差有关，通过分散抽样技术减少模拟方差提高模拟精度，从而可大幅度地减少抽样次数。对于任一偶发状态的可靠性行为分析，采用缺电功率分析与最小缺电功率优化模型相结合的方法，使计算量大大减小。所提出的最小缺电功率优化模型中，用直流潮流关系作为约束方程，在不考虑电压越界失效模式的充足度评估时，比目前通用的网流法分析更接近实际运行状况。

## 二、Monte-Carlo法的基本思路

假定系统元件（线路、发电机组）的失效规律服从 $[0,1]$ 区间的均匀分布，每个元件的故障概率为其强迫停运率(FOR)，且各元件发生故障的事件互相是独立的。

设 $S_i$ 表示系统中第 $i$ 个元件的状态， $FOR_i$ 为均匀分布的随机数 $x$ ，则有：

$$S_i = \begin{cases} 0 & (\text{正常状态}) & \text{当 } x \geq FOR_i \\ 1 & (\text{故障状态}) & \text{当 } 0 \leq x < FOR_i \end{cases} \quad (1)$$

对于有 $l$ 个元件的系统，其状态由状态向量 $S$ 给出：

$$S = (S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_l)$$

当 $S = 0$ 时，系统为正常状态；否则系统为故障状态。对于系统的每一个状态 $S$ ，设其发生的概率为 $P(S)$ ，相应的指标函数为 $F(S)$ ，则系统的指标函数期望值为：

$$E(F) = \sum_{S \in \Phi} F(S) \cdot P(S) \quad (2)$$

其中 $\Phi$ 表示系统可能的状态集合。

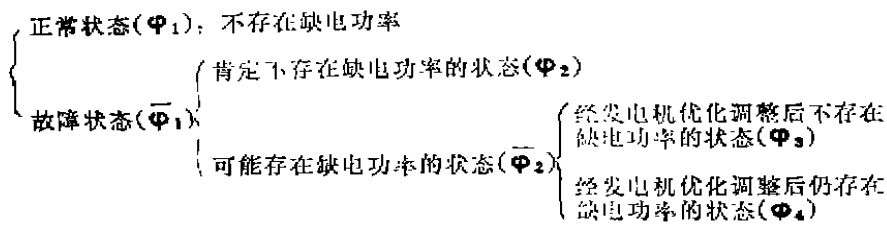
Monte-Carlo法是用抽样中 $S$ 状态发生的频率来代替 $P(S)$ ，因此式(2)变为：

$$E(F) = \sum_{S \in \Phi} F(S) \cdot \frac{n(S)}{N} \quad (3)$$

式中 $N$ 表示抽样次数（各元件抽样次数相同）， $n(S)$ 为 $S$ 状态发生的次数。

指标函数 $F(S)$ 可以是可靠性评估中的任一种指标，本文着重计算缺电量指标，当然其它相应的可靠性指标也能按所述方法计算。因为在发输电组合系统中只有很少的系统状态存在缺电功率，因而实际上只需针对这些缺电功率状态按式(3)进行计算。故我们将系统状态

集合 $\Phi$ 划分如下的子集合 $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ 及 $\Phi_4$ :



我们对Monte-Carlo状态抽样的结果, 首先判断 $S$ 是否属于 $\Phi_1$ , 这在抽样后即可判断出, 如 $S$ 属于故障状态( $\overline{\Phi_1}$ ), 则用缺电功率分析法, 判断该故障状态是否属于 $\Phi_2$ , 如 $S$ 属于可能存在缺电功率的状态( $\overline{\Phi_2}$ ), 再用最小缺电功率优化模型调整发电机有功, 如模型计算结果存在缺电功率, 则称 $S$ 属于 $\Phi_4$ , 否则称 $S$ 属于 $\Phi_3$ 。只针对属于 $\Phi_4$ 的那些状态 $S$ 计算缺电功率期望值, 即将式(2)及式(3)中的 $\Phi$ 改为 $\Phi_4$ 。

### 三、Monte-Carlo分散抽样技术

Monte-Carlo方法的误差公式是:

$$\varepsilon = c\sigma_n / \sqrt{N} \quad (4)$$

其中 $\sigma_n$ 为模拟结果的标准差,  $N$ 为抽样次数,  $c$ 为常数。依照此公式, 一般文献强调提高模拟精度必须增加抽样次数(因而增加计算时间)。其实统计理论证明, 降低方差可以成十倍、甚至成百倍地提高收敛速度[2]。

在 $[0, 1]$ 区间上按式(1)对系统元件状态进行均匀抽样时, 伪随机数不可避免地会发生截尾现象。由于输电元件的FOR值很小, 截尾现象必然导致抽样有较大误差, 如果不改变抽样方式, 要使模拟结果有较高精度, 必须大幅度增加抽样次数, 这在计算时间上就失去了Monte-Carlo法的优越性。为此, 根据随机数在 $[0, 1]$ 区间上均匀分布的特点, 我们提出下面的分散抽样技术来避免截尾现象, 从而提高抽样精度。

将 $[0, 1]$ 区间分成 $m$ 等分段, 并满足 $\frac{1}{m} \geq \max\{\text{FOR}_i, i=1, 2, \dots, l\}$ , 第 $k$ 段( $k=1, 2, \dots, m$ )的数值范围为 $\left[\frac{k-1}{m}, \frac{k}{m}\right]$ 。如果在 $[0, 1]$ 区间内每个元件的抽样数为 $N$ , 则针对每一段每个元件的抽样数为 $\frac{N}{m}$ 。针对第 $k$ 段元件 $i$ 的状态这样确定: 在 $[0, 1]$ 区间内任抽取一个伪随机数 $x$ , 当 $\frac{k-1}{m} \leq x < \left(\frac{k-1}{m} + \text{FOR}_i\right)$ 时, 元件 $i$ 为故障状态, 即 $S_i = 1$ ; 否则元件 $i$ 为正常状态, 即 $S_i = 0$ 。

计算表明, 鉴于系统中元件的最大强迫停运率通常在0.1左右,  $m$ 选为3~5段为宜。不过, 只要满足 $\frac{1}{m} \geq \max\{\text{FOR}_i\}$ , 分散抽样就是成功的, 可以实现用较少抽样次数获得较高的模拟精度, 从而加快Monte-Carlo模拟的收敛速度。

### 四、缺电功率分析法

同时对每个元件作一次抽样之后，就得到系统的一个确定的偶发状态，如果是正常状态，不存在缺电功率，如果是故障状态，则可能存在缺电功率。但是一个实际的电力系统，在低阶故障下发生缺电的可能性极小，而高阶故障状态出现的可能性又极小，因此抽样得到的绝大多数故障状态都属于 $\Phi_2$ ，少量属于集合 $\overline{\Phi_2}$ 。故我们希望能通过简单的计算判断抽样的状态是否属于 $\Phi_2$ ，一旦属于 $\Phi_2$ ，则该状态对缺电量指标无任何贡献，因而立即可以转入下一次抽样。仅对属于 $\overline{\Phi_2}$ 的状态才转入最小缺电功率优化模型的计算。

对第一次抽得的正常状态，先作一次最小缺电功率优化模型的计算(下面再专门叙述)，从而得到一个正常的潮流解，包括发电机输出有功及线路有功。对以后抽得的故障状态进行判断的办法区分为如下两种情况：

#### 1. 发电元件故障

不失一般性，假定节点*i*有多台发电机，记为集合 $n_i$ ；每台发电机能供给的功率上限为 $\overline{P}_{i,k}(k \in n_i)$ ，在正常状态下已算得的有功为 $P_{i,k}$ ；如果抽得的故障状态属于在节点*i*有一台或几台发电机故障(或降额运行)，这些发电机记为集合 $g_i$ ，使该节点失去的有功输入值为 $\sum_{k \in g_i} P_{i,k}$ ；

假如该节点的其他发电机能补充这个失去的有功，即满足 $\sum_{k \in n_i, k \notin g_i} (\overline{P}_{i,k} - P_{i,k}) \geq \sum_{k \in g_i} P_{i,k}$ ，则该故障

故障状态肯定不会有缺电功率出现，故属于 $\Phi_2$ ，否则属于 $\overline{\Phi_2}$ 。

#### 2. 输电元件故障

在节点注入功率不变的情况下，如果线路开断后其余线路上的功率不发生越限，则该故障状态肯定不存在缺电功率，即属于 $\Phi_2$ ，否则属于 $\overline{\Phi_2}$ 。因此判断输电元件故障后的状态是否缺电，关键在于计算线路开断后其余线路上的功率流。

基于直流潮流，有以下关系：

$$T(S^j) = A(S^j)(P_G - P_D) \tag{5}$$

式中， $T$ 为线路有功矢量， $P_G$ 及 $P_D$ 为节点的发电有功矢量及负荷有功矢量； $S^j$ 表示系统的状态， $j = 0$ 时为正常状态，当 $j = 1, 2, \dots$ 时分别表示一阶，二阶，...故障状态； $A(S^j)$ 表示 $S^j$ 状态时线路有功与注入有功的关系矩阵， $A(S^j)$ 的第 $m$ 行按下式计算：

$$A_m(S^j) = \frac{Z_r(S^j) - Z_q(S^j)}{x_m} \tag{6}$$

式中， $r, q$ 表示第 $m$ 条线路的两个端节点号， $x_m$ 为该条线路的电抗， $Z(S^j)$ 为系统在 $S^j$ 状态时的节点电抗矩阵， $Z_r(S^j)$ 及 $Z_q(S^j)$ 为 $Z(S^j)$ 的第 $r$ 及第 $q$ 行。

线路断开后系统的节点电抗矩阵可以由正常状态的节点电抗矩阵计算：

$$Z(S^j) = Z(S^0) + Z(S^0)MQM^T Z(S^0) \quad (j \neq 0) \tag{7}$$

其中： $Q = (X - M^T Z(S^0)M)^{-1}$  \tag{8}

式中， $X$ 是一对角阵，阶数与断线数相同，对角元是断线线路的电抗， $M$ 是节点—线路关联矩阵中对应于断线线路的那些列。

按照(5)~(8)式,可由正常状态下的 $Z(S^0)$ 及未改变的节点注入有功计算出任意故障状态下的线路有功,因而可以对故障状态是否存在缺电功率作出判断。但是对于一阶故障及二阶故障,可由以上关系推得计算断线后线路有功的更为简单的公式〔3〕〔4〕:

$$T_m(S_k^1) = T_m(S^0) + \beta_k^m T_k(S^0) \quad (9)$$

$$T_m(S_{hk}^2) = T_m(S_k^1) + \alpha_k^m(S_k^1) T_k(S_k^1) \quad (10)$$

其中, 
$$\beta_k^m = \frac{-b_m D_{mk}}{1 + b_k D_{kh}} \quad (11)$$

$$\alpha_k^m(S_k^1) = \frac{\beta_k^m + \beta_k^k \beta_k^m}{1 - \beta_k^k \beta_k^k} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{mh} &= [M^m]^T Z(S^0) [M^h] \\ D_{kh} &= [M^k]^T Z(S^0) [M^h] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中,  $k$  及  $h$  表示断开线路,  $m$  表示任一条未断开的线路,  $T_m(\cdot)$ 、 $T_k(\cdot)$  及  $T_h(\cdot)$  表示相应状态下线路  $m$ 、 $k$ 、 $h$  上的有功,  $b_m$  及  $b_k$  为线路  $m$  及  $k$  的电纳值,  $[M^m]$ 、 $[M^k]$  表示  $M$  矩阵中对应于线路  $m$ 、 $k$  的列。

利用(9)~(13),根据正常状态线路有功及正常状态的  $Z(S^0)$  矩阵,即可直接算得一阶、二阶线路故障后的线路有功。由于发生一阶、二阶线路故障的概率大大高于其它高阶故障的概率,所以这一组公式使总的计算量大为减少。

## 五、最小缺电功率优化模型

在对故障状态进行缺电功率分析之后,可将大量的不缺电故障状态排除,对少量的可能存在缺电功率的状态(集合 $\bar{\Phi}_2$ ),进行发电机有功优化调整,其目标是通过调整使状态可能达到不缺电,而对于不能避免存在缺电功率的故障状态,使缺电的总功率值达到最小,并计算出该状态下的总缺电功率值。这个最小缺电功率优化模型如下:

$$\min \sum_{i \in NC} C_i \quad (14)$$

s. t.

$$T(S^j) = A(S^j)(P_G + C - P_D) \quad (15)$$

$$\sum_{i \in NG} P_{Gi} + \sum_{i \in NC} C_i = \sum_{i \in NC} P_{Di} \quad (16)$$

$$P_G^{min} \leq P_G \leq P_G^{max} \quad (17)$$

$$0 \leq C \leq P_D \quad (18)$$

$$|T(S^j)| \leq T^{max} \quad (19)$$

式中,  $T(S^j)$ 、 $P_G$ 、 $P_D$  的意义如前述,  $P_G^{min}$ 、 $P_G^{max}$ 、 $T^{max}$  为相应量的限制值矢量,  $C$  为切负荷有功矢量,  $NC$ 、 $NG$  分别为所有负荷节点集合和所有发电节点集合。目标是使切负荷量最小,并满足线路的功率限制及发电机有功的上下限约束。模型中的  $A(S^j)$  可由式(6)算得。

在低阶故障状态下发生过载的线路是极少数,因此可以用线性规划松弛技术及对偶单纯

形法相结合求解上述模型〔4〕，每次迭代中只将过载线路对应的约束引入式(15)及式(19)，因此模型的求解规模很小，计算十分迅速。

## 六、实例及分析

按上述Monte-Carlo模拟法在Micro VAX-II计算机上对IEEE-RTS系统作了缺电量指标的计算，系统的各种参数参见文献〔5〕，负荷水平为2850MW。由于随着抽样次数增加，一阶及二阶故障状态的重复出现率会大为增高，因此我们采用了如下计算措施：在抽样次数低于100,000次时，对所有一阶故障先计算最小缺电功率，再作Monte-Carlo抽样决定状态所属的集合，对二阶及以上故障则先进行Monte-Carlo抽样，只对属于 $\overline{\Phi_2}$ 的状态计算其最小缺电功率；而在抽样次数高于100,000次时，将所有二阶故障状态也列入先计算最小缺电功率后抽样的范围。计算结果列于表1。

表1 IEEE—NPS系统的计算结果

抽 样 次 数	状 态 出 现 次 数		缺电量指标EENS (MWh/year)	CUP 时 间 (秒)
	正 常 状 态	故 障 状 态		
1,000	218	782	124892	13
10,000	2273	7727	121388	111
100,000	22847	77153	120741	318
1,000,000	228580	771440	120647	3050

表2 文献〔1〕及〔6〕计算IEEE—RTS系统结果

	文 献〔1〕的 方 法	文 献〔6〕的 方 法
EENS值(MWh/year)	144747	122417
CPU时间	14.14分	3分
机 型	VAX-11/780	Micro VAX-II

从表1中可见，该系统抽样1,000次时已有足够的精度，因为抽样1,000次与抽样10,000次及抽样100,000次的EENS相对误差仅分别为2.8%及3.4%。为了比较，现将其它文献上的两种方法计算IEEE-RTS系统的结果列于表2。文献〔1〕是状态枚举法，发电元件算到四阶故障，对输电元件算到二阶故障，对状态的分析基于交流潮流，约束较严格，因此EENS值偏大是合理的。文献〔6〕也是枚举法，所有系统元件均算到四阶故障，对状态的分析基于网流分析，未计及网络中的KVL约束，因此EENS值一般说偏小。本文为Monte-Carlo法，理论上可模拟到任意阶故障，但由于Monte-Carlo模拟可能抽不到小概率缺电功率状态，因此即使基于直流潮流分析的EENS值不能肯定高于网流法枚举分析的结果。

## 七、结 论

1. 至今提出的评估发输电组合系统可靠性的大多数方法基于状态枚举,在随系统元件增加时,状态数呈指数增长,因而对于计算大系统将十分困难。本文提出的 Monte-Carlo 方法,在系统元件增加时,计算量基本上只呈线性增长,故特别适于大系统。

2. Monte-Carlo 模拟不依赖于元件故障的阶数(理论上可以模拟到任意阶),而是决定于状态发生的概率,也就是说可能抽不到较低阶的小概率缺电功率状态,但却可能抽到较高阶而有较高概率的缺电功率状态。这更接近电力系统运行中故障发生的实际情况。

3. 分散抽样技术可提高 Monte-Carlo 法的模拟精度,对可靠性结构较强的网络只需要较少抽样次数就可以指望获得较理想的结果。这一技术与缺电功率分析法、最小缺电功率优化模型相结合,大大减少了总的计算量。

4. 本文提出的方法除计算 EENS 以外,很容易扩展到计算其它相应的可靠性指标;还能方便地计及元件的多状态而不会显著增加计算工作量;该方法可以方便地模拟多负荷水平时的情况,而且可以考虑负荷在某一水平时的随机分布(如正态分布)特性。限于篇幅,本文未对以上方面作详细分析及实例说明,这些将另文加以讨论。

## 参 考 文 献

- [1] Billinton R. and Kumar S., Effect of higher-level independent generator outages in composite-system adequacy evaluation, IEE Proceedings-C, 1987, 134(1): 17~26
- [2] 中国科学院计算中心, 概率统计计算。北京:科学出版社, 1979: 400~421
- [3] 吴际舜, 电力系统静态安全分析。上海:上海交大出版社, 1985: 26~34
- [4] Li Wenyuan, A successive linear Programming model for real-time economic power dispatch with security EPSR, 1987, 13(2): 225~233
- [5] IEEE Reliability Test System, A report by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee, IEEE Trans., 1979, PAS-98(6): 2047~2054
- [6] Chen hua and Zhoujiari, reliability optimization in generalized stochastic flow networks, International Symposium on Engineering Mathematics and Applications, 25~30 1988: Beijing: 267~272