1991年1月　　重 庆 大 学 学 报　　Vol. 14, №. 1
第14卷第1期　　JOURNAL OF CHONGQING UNIVERSITY　　Jan. 1991

用于有功经济调度的一种非线性凸网流规划法*

APPLICATION OF A CONVEX NETWORK FLOW PROGRAMMING TO THE ECONOMIC POWER DISPATCH

朱继忠　　徐国禹
Zhu Jizhong　　Xu Guoyu
（电气工程系）

摘　要　分析了现有安全有功经济调度的凸网流规划模型的特点，提出了一种快速求解的方法，并用算例证明了它的有效性。

关键词　经济调度；优化；网络流；网流规划

中国图书资料分类法分类号　TM732

ABSTRACT Analyses the characteristics of convex network flow programming of the economic power dispatch with security and presents a rapid algorithm. The numerical examples are given to demonstrate the effectiveness of the algorithm.

KEY WORDS economic dispatch; optimisation; network flow; network flow programming

0　引　言

目前，用网流法分析电力系统安全有功经济调度问题，国内外已有研究[1-3]。这些方法都是将非线性的目标函数（在经济调度中，耗量特性一般取二次）化为线性的网流规划模型，然后用最小费用流算法求解。这些方法用于研究安全有功经济调度具有很高的计算速度，但计算精度不够高。笔者针对这一缺陷提出了一个求解非线性凸网流规划的新算法。该算法利用网流最大基处理变量上、下界约束，并推导了具有等式约束的广义牛顿法，且用带权加速简化梯度法进行求解。本方法不仅有较高的计算速度，而且还具有较高的计算精度。

1　非线性凸网流规划模型

非线性凸网流规划模型一般可表示为

$$
\text{M}-1\begin{cases}\min c(f)=\sum\limits_{ij}c_{ij}(f_{ij}) & & (1)\\ \text{s. t.}\ \sum\limits_{j\in i}(f_{ij}-f_{ji})=b_i & i\in n & (2)\\ L_{ij}\leqslant f_{ij}\leqslant U_{ij} & ij\in m & (3)\end{cases}
$$

式中　f_{ij}、U_{ij}、L_{ij}为弧上的流知量和上、下界；n 为节点数；m 为弧数；b 为节点注入矢量。

---

* 收文日期　1989—10—11
国家教委基金课题

在网络中引入一个收点 t，则约束式(2)可表示为：

$$Af = b \tag{4}$$

其中矩阵 A 中每一列对应一条弧，每一行对应一个节点(超收点 t 未引入在矩阵 A 中)，A 是一个 $n\times(n+m)$ 节点—弧关联矩阵，其秩为 n。

模型M—1可用一般的非线性最小费用流算法求解，但随着问题的增大，计算量增加很多。若用非线性规划中凸单纯形法求解M—1，则由于变量上、下界约束的存在，需要作大量的进出基计算，很花时间。为此，我们综合两种算法的优缺点，提出了一种求解模型M—1的新算法，即利用网流最大基处理变量上、下界(消去不等约束(3))，用牛顿法解仅具有等式约束的凸网流规划。从而可大大提高计算速度。

2　具有等式约束的广义牛顿法

首先我们忽略模型M—1中不等式约束(3)。

牛顿法是求解无约束极值问题最有效的算法之一。根据牛顿法的基本原理，我们提出了一种计及等式约束的广义牛顿法。

设 f 为一个可行点，P 为使 f 逼近极小点的某一修正量，显然新的可行点 $f' = f + P$。将 f' 代入(1)，然后在可行点 f 处用泰勒法展开，并取二次近似得：

$$\triangle c(P) = \frac{1}{2}P^T G(f) P + g(f)^T P \tag{5}$$

将 f' 代入(2)可得

$$AP = 0 \tag{6}$$

于是，在不计约束(3)的情况下，模型M—1的求解归结于解下列二次规划模型：

$$\text{M}-2\begin{cases}\min\triangle c(P) = \frac{1}{2}P^T G(f) P + g(f)^T P & (7)\\ \text{s.t.}\quad AP = 0 & (8)\end{cases}$$

可以证明，模型M—2，其算法的收敛速度是二阶的(证明略)。

类似于凸单纯形法，将 A 划分为基矩阵和非基矩阵，即

$$A = [B, S] \tag{9}$$

其中，B 的列形成一个基，所对应的弧称为基弧，S 对应非基弧。

同样可将流矢量作类似划分，即 $f \triangleq [f_B, f_s]^T$，目标函数的一阶梯度为 $g(f) \triangleq [g_B, g_s]^T$，海森矩阵为 $G(f) \triangleq diag[G_B, G_s]^T$，流矢量 f 逼近极值点的修正量为 $P \triangleq [P_B, P_s]^T$。

由于 $AP=0$ 可得

$$(B, S)\begin{pmatrix}P_B\\ P_s\end{pmatrix} = 0 \tag{10}$$

将式(10)展开，即

$$BP_B + SP_s = 0 \tag{11}$$

于是由(11)式可得

$$BP_B = -SP_s \tag{12}$$

或

$$P_B = -B^{-1}SP_s \tag{13}$$

从而流的修正量 P 可表示为

$$P = \begin{pmatrix} P_B \\ P_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -B^{-1}SP_s \\ P \end{pmatrix} \tag{14}$$

令
$$Z = \begin{pmatrix} -B^{-1}S \\ I \end{pmatrix} \tag{15}$$

则流的修正量 P 为

$$P = ZP_s \tag{16}$$

将(16)式代入式(7)得：

$$\triangle_c = \frac{1}{2}P_s^T Z G Z P_s + g^T Z P_s \tag{17}$$

对(17)式求极小值，令其一阶导数为零：

$$\frac{\partial \triangle_c}{\partial P_s} = (Z^T G Z)P_s + Z^T g = 0 \tag{18}$$

则 M－2变为一个求无约束问题，其解通过下式求得：

$$(Z^T G Z)P_s = -Z^T g \tag{19}$$

其中，$Z^T G Z$ 为计及等式约束的修正海森矩阵。

3　用网流最大基处理变量上下界

在上节广义牛顿法推导中，若考虑模型 M－1中变量上下界约束(3)，则模型 M－2中将引入下列不等约束：

$$P_{ij} \geqslant 0，当\ f_{ij} = L_{ij} \tag{20}$$

$$P_{ij} \leqslant 0，当\ f_{ij} = U_{ij} \tag{21}$$

且"流"在界上的非基弧 N 以及相应的量 P_N、g_N、G_N 均存在。

对于"流"在界上的非基弧，在寻优过程中，我们将其流值 f_N 固定在界上，这时所对应的流的修正量 $P_N=0$，仿照第2节，可推得与(19)类似的表达式。只是系数矩阵 Z 变为：

$$Z = \begin{bmatrix} -B^{-1}S \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

当加入约束(20)和(21)时，如果由(19)式求出 P_s，再由(13)式求出 P_B，P_B 可能违反约束式(20)、(21)，即 $P_{B_{ij}} \geqslant 0$(当 $f_{B_{ij}} = L_{ij}$)或 $P_{B_{ij}} \leqslant 0$(当 $f_{B_{ij}} = U_{ij}$)不满足，那么必须寻求一个新的基，计算一个新的修正量(P_B，P_s)，重复行算。这种反复迭代既花时间，且目标函数值又没有改善，与带上、下界线性规划中的进出基计算类似。

为克服上述困难，节省计算时间，我们提出一个预先处理的方法，即事先构造一个基，使 P_s，P_B 的选择满足式(20)、(21)约束。为此引入一个最大基的概念。

定义1：　如果某条弧上的流值不在约束边界上，那么称条弧为自由弧。

定义2：　如果某个基 B 含有最大可能的自由基弧，则称该 B 为最大基。

一个网络的最大基可通过下面模型求出：

$$\text{M}-3: \qquad \max_{B} \sum_{ij=1}^{n-m} d_{ij} R_{ij} \tag{23}$$

式中，$d_{ij} = \begin{cases} 1，当弧\ ij\ 是自由弧； \\ 0，当弧\ ij\ 不是自由弧； \end{cases}$

$$R_{ij} = \begin{cases} 1, \text{当弧 } ij \text{ 在基 } B \text{ 中;} \\ 0, \text{当弧 } ij \text{ 不在基 } B \text{ 中;} \end{cases}$$

根据自由弧及最大基的概念可得如下命题：

命题：设基 B 为最大基，为满足式(9)，那么要调节一条自由非基弧中的流值，仅仅需调节基 B 中那些自由弧的流值。

证明：设有一条自由的非基弧 ij，它与一些基弧形成一个圈（或回路），在 ij 中的流值的变化仅仅影响这条回路中的基弧，设这个回路中某些基弧流值在界上，且这些非自由的基弧的流值又可调节之后变成自由弧），那么这个基的自由弧有所增加，这与最大基的定义相矛盾。所以命题成立。

最大基的引入，指明了流的调节方向，亦即流的增减是基于最大基而进行计算的。从上述定理的证明可知，通过选最大基，使二次规划模型 M－2中约束式(20)、(21)在求搜索方向时始终是满足的。这样二次规划模型 M－2与式(13)、(19)无约束问题等价。

4　带权加速简化梯度算法

若直接解(19)式，则需对修正海森矩阵 Z^TGZ 求逆，计算量大。因此我们采用单位阵代替 Z^TGZ，进行梯度搜索，逐步逼近精确解。于是由式(19)、(16)得

$$P_s = - Z^Tg \tag{24}$$

$$P = - ZZ^Tg \tag{25}$$

令
$$V = - Z^Tg \tag{26}$$

则
$$P = ZV \tag{27}$$

根据文献[6]可证明 V 为负的简化梯度，是一种最速下降方向；P 为简化梯度的方向。

简化梯度法的主要优点是计算简便，所需的存贮量相对较少；其主要缺点是对牛顿法的一种近似（因为用单位阵取代 Z^TGZ），因而所产生的算法具有线性收敛速度。

为改善这种近似，加速收敛，且又不增加存贮量和增加计算可行方向所费的时间，我们选择一个正定的、且容易求逆的矩阵 M 代替 Z^TGZ，（而不是用单位阵），这样我们提出了一个新的带权加速的简化梯度（M 即为权）方向：

$$P = ZV \tag{28}$$

$$MV = - Z^Tg \tag{29}$$

把式(22)代入式(29)得：

$$MV = - (- S^T(B^T)^{-1}, I^T)\begin{pmatrix} g_B \\ g_s \end{pmatrix} = S^T(B^T)^{-1}g_B - g_s \tag{30}$$

由模型 M－1的(1)、(4)式得拉格朗日函数：

$$L = c(f) - W(Af - b) \tag{31}$$

由极值条件 $\dfrac{\partial L}{\partial f} = 0$　得 $\dfrac{\partial(f)}{\partial f} - A^TW = 0$，即

$$g(f) = A^TW \tag{32}$$

将式(32)展开有：$\begin{pmatrix} B^TW \\ S^TW \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_B \\ g_s \end{pmatrix}$，所以

$$B^TW = g_B \tag{33}$$

把(33)式代入(30)得：

$$MV = S^T(B^T)^{-1}B^TW - g = S^TW - g_s \tag{34}$$

综合上述，用带权加速简化梯度法求解凸网流规划问题的步骤为：

1） 由 $B^TW = g_B$ 计算出 W；

2） 由 $MV = S^TW - g$ 计算出 V；

3） 由 $P_s = \begin{cases} 0，当(f_s)_{ij} = L_{ij}，且 V_{ij} < 0; \\ 0，当(f_s)_{ij} = U_{ij}，且 V_{ij} > 0; \\ V_{ij}，否则; \end{cases}$ 计算 P_s；

4） 由 $BP_B = -SP_s$ 计算 P_B；

5） 计算新的流值 $f = f + P$。

5 算法的实施及计算实例

5·1 算法的收敛准则和收敛速度

5·1·1 收敛准则为负的简化梯度 V 小于某一个小数，即：

$$\max_i |(S^TW - g_s)_i| \leqslant \delta \tag{35}$$

式中 δ 根据计算所要求的精度而选定。

5·1·2 收敛速度

定理：假设

（1） $c(f_B, f_s)$ 是一个在最优点 (f_B^*, f_s^*) 处具有唯一最小值的凸二次函数；

（2） 带权加速简化梯度算法产生一个收敛于 (f_B^*, f_s^*) 的序 $\{(f_B^k, f_s^k)\}$；

则目标函数值的序列 $\{C(f^k)\}$ 以线性的不大于 $[(Q-q)/(Q+q)]^2$ 收敛速度收敛于最优处 $C(f^*)$。其中 Q 和 q 分别是矩阵 $(M^{-\frac{1}{2}})^TZ^TGZM^{-\frac{1}{2}}$ 的最大和最小特征值。证明见文献[5]。

5·2 参数的选取

5·2·1 权矩阵 M 的选取

我们选简化海森矩阵 Z^TGZ 的对角阵作为权矩阵 M，即 $M = diag(Z^TGZ)$

5·2·2 最优步长 α^* 的选择

在前面推导中，我们都是假定以步长 $\alpha = 1$ 为前提进行的；为加速最优搜索方向 P 的寻求，我们需计算最优步长。初始步长由下式计算：

$$\alpha^0 = -g^TP/P^TGP \tag{36}$$

一直计算到求得最优步长 α^* 为止，即

$$\frac{|g(f + \alpha^* P)^T P|}{|g(f)^T P|} \leqslant \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon < 1 \tag{37}$$

并且 α^* 必须满足：

$$c(f + \alpha^* P) - c(f) \leqslant \gamma\alpha^* g(f)^T P, \quad 0 < \gamma < 1 \tag{38}$$

如果式(38)不满足，则将 α^* 减半重新计算，直到式(38)满足为止。

5·3 算法的应用及计算结果

为验证新凸网流规划算法的可行性及有效性，我们将新算法用于研究安全有功经济调度问题。有功经济调度数学模型采用文献[1]中模型 M－2，显然该模型可化为凸网流规划模型 M－1。在文献[1]中解算方法采用的是线性 OKA 网流算法，并通过平均费用迭代求解；本文采用前面所提的新算法求解。表1，2列出了5节点和 IEEE30节点系统计算结果。结果表明，本方法计

算速度快，用于5节点系统有功经济调度所花计算时间，比文献[1]用OKA网流法求解所需时间略多一点，但比其它通过潮计算所花的时间要少得多。从计算精度上看，与文献[4]优化潮流结果相比，本法总耗量相对误差为−0.0152%，总损耗相对误差为−1.3%；文献[1]总耗量相对误差为−0.0316%，总损耗相对误差为−4.1%。可见本方法比文献[1]提高了不少精度。对于IEEE30节点系统的计算，与一般的二次规划法相比，本文方法所花时间少一半多，而计算精度差不多。

表 1　5节点系统计算结果及比较

	本　文	文献[1]	文献[3]	文献[4]
P_{G1}(P.u.)	0.9621	0.9270	0.9210	0.97864
P_{G2}(P.u.)	0.6822	0.7160	0.7220	0.66622
总费用 $	757.6246	757.500	757.440	757.7397
总网损	0.0443	0.0430	0.0430	0.0449
计算时间	12"	11"	/	0.5
机　型	IBM−PC 微机		/	PERKIN−ELMER OS/32

表 2　30节点系统计算结果及比较

(1#线路功率限制为1.00P.u.)

发　电　机	本　文	文献[6]
P_{G1}	1.19982	1.51740
P_{G2}	0.56510	0.56700
P_{G5}	0.23327	0.23260
P_{G8}	0.32248	0.30450
P_{G11}	0.15224	0.15170
P_{G13}	0.14140	0.14000
总发电量(P.u.)	2.91421	2.91320
总网损(P.u.)	0.08021	0.0792
总费用($)	808.71	807.24
计算时间	49"	120"
机　型	IBM−PC 微机	IBM−PC 微机

6　结　论

本文分析了非线性凸网流规划模型的特点，提出了用网流最大基处理变量上、下界的新思想，推导了具有等式约束的广义牛顿法，并采用带权加速简化梯度法求解。新算法用于研究安全有功经济调度，不仅有较高的计算速度，而且计算精度比采用一般网流法要高得多。

参考文献

1 朱继忠，徐国禹．网流技术的不良状态校正法用于安全有功经济调度．重庆大学学报，1988，11(2)：5～11

2 Lee T Het al. Modified Minimum Cost Flow Dispatching Method. IEEE Trans，1981，PAS－100(2)

3 于尔铿，于志刚．网络规划算法的约束经济调度．见：电力系统自动化学术讨论会论文集．北京中国电机工程学会．1986

4 张粒子，杨以涵．电力系统实时经济调度的网流参变量法．见：全国高校电力系统及其自动化专业第二届学术年会论文．西安：西安交通大学出版社，1986

5 D G 鲁恩伯杰著；夏尊铨等译．线性与非线性规划引论．北京：科学出版社，1980

6 王鲁，徐国禹．应用二次规划法解算安全性有功经济调度．重庆大学学报，1987，10(3)

国家“七·五”项目
“自扫描光电二极管列阵”通过技术鉴定

国家“七五”科技攻关分专题项目“自扫描光电二极管列阵”90年9月21日在重庆大学通过鉴定。

自扫描光电二极管列阵，是一种新型的半导体固体图象传感器。该传感器是将光电二极管线阵、转换开关及扫描电路集成于同一硅片上构成，属于高技术产品。这类传感器可广泛用于工业自动控制中，作尺寸、位置、形状、表面缺陷等在线不接触检测，光学文字符号、图象识别，光谱能量检测，传真，摄像等应用。国防上可在导航、目标跟踪、空中侦察、卫星图片处理等方面应用。

由重庆大学光机系研制的这项科研成果，受到与会专家、学者们的一致好评。专家们认为：CL128F，CL256C，CG160型自扫描光电二极管系列产品，系国内首次研制成功，并达到实用化程度。鉴定测试结果表明，该系列产品参数指标完全满足“七五”攻关合同指标，且达到八十年代中期日本冲电气公司同类型、同位数产品的水平，填补了国内在这一领域的空白。该系列产品的自扫描电路，设计新颖，是一种高位数阵列中的实用单元电路。到会的专家、学者们一致同意通过技术鉴定。并建议上级有关部门加强投资强度，进一步开发高位数、高灵敏度、多品种器件，以扩大其经济效益和社会效益。

目前，该课题组的同志们，正与社会各有关部门积极联系，推广应用，并为进一步开发高位数、多品种系列产品作准备，使此项科研成果尽快转化为商品。

（光机系　吕果林）