

基于多正态分布的随机生产模拟直接算法

DIRECT METHOD OF PROBABILISTIC PRODUCTION SIMULATION BASED ON MIXTURES OF NORMAL DISTRIBUTIONS

张宗益 杨秀苔 徐国禹

Zhang Zongyi Yang Xiutai Xu Guoyu

(重庆大学)

梁兴华 蒲兴懋 张元才

Liang Xinhua Pu Xinmuo Zhang Yuancai

(贵州省电力局)

摘 要 本文提出了一种基于多正态分布的随机生产模拟新算法。该算法不需要修正原始负荷,而直接从负荷的多正态分布与系统出力的多正态分布导出有关的解析计算公式。数学算例表明该方法是一种准确、快速的算法。

关键词 生产模拟;多正态分布;随机变量

中国图书资料分类法分类号 TM 715

ABSTRACT This paper describes a new probabilistic production simulation method based on mixtures of normal distributions. This method does not require to modify the original load, and the relevant formulae are derived directly from the mixture of normal distributions of load and the mixture of normal distributions of system power. Numerical results indicate that this method is accurate and rapid in comparison with the conventional and the cumulant methods.

KEY WORDS production simulation; mixture of normal distributions; random variable

1 概 述

生产模拟是电源规划的一个重要环节。生产模拟的目的是确定各发电机的发电量、发电费用及系统的可靠性。在进行生产模拟时,火电机组按其单位发电成本由小到大顺序投入;水电机组则根据其给定水量,尽可能带尖峰负荷,同时不弃水,以使整个系统的总运行费用最小。

为了考虑负荷及系统出力的随机性, Baleriaux 及 Booth^[1]等在60年代末、70年代初提出了随机生产模拟方法。为了加快计算速度, R. T. Jenkins 等曾用付氏级数来表示负荷持续曲线。之后, N. S. Rau^[2]等人用 Gram-Charlier 级数来表达负荷持续曲线,通过引入矩及累积量的

* 收文日期 1990-03-08

国家自然科学基金资助课题

概念,利用独立随机变量和的累积量等于各随机变量累积量的和,将卷积、反卷积运算变成了加、减运算,使计算速度和效率显著提高。但这种方法的误差不可控,尤其在计算小电力系统时误差较大。文献^[3]中将负荷和发电机故障容量和均用多正态分布来表示,发电机使用故障概率模型。以上各种方法在计算过程中都需逐步修正负荷持续曲线,以便考虑投入发电机的随机强迫停运。各方法的中心任务是求出等值负荷持续曲线,各方法的主要差异在于对等值负荷持续曲线的表达方式。

本文用可用概率模型表示发电机,计算中不对负荷持续曲线进行修正,即不需求出等值负荷持续曲线,而通过发电机出力之和与负荷直接求出各机组的发电量及发电费用。通过对IEEE可靠性测试系统的计算表明,本文方法速度快且准确。

2 负荷及系统出力概率密度函数

负荷的多正态分布模型曾在文献^[4]的基于累积量的方法中得到应用。具体求各正态分布的均值、方差及权系数的过程为:将负荷按大小排列并分为几个区间,每一区间计算出相应的正态分布均值与方差,该区间的负荷持续时间与总负荷持续时间之比,即为该区间正态分布的权系数。负荷的概率密度函数可表示如下:

$$f_L(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i N_i(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \cdot e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (1)$$

这里, μ_i 为第 i 区间负荷的均值, σ_i^2 为第 i 区间负荷的方差, α_i 为第 i 区间的权值, n 为区间数。

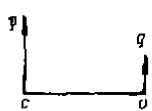


图1

对于容量为 c 的发电机,其可用容量模型如图1所示。即可用容量为 c 的概率为 p ,可用容量为 0 的概率为 q , p 和 q 分别为发电机的可用率和强迫停运率。当系统中有 m 台机组时,设系统所有可能的状态集合为 S_m ,并假设 $D_{m,j}(j = m - r + 2, m - r + 3, \dots, m - 1, m)$ 为 j 台机组可用的状态子集,而 $D_{m,1(m-r+1)}$ 为可用机组小于或等于 $(m - r + 1)$ 台的状态的子集。于是 S_m 为 r 个互不相交的子集的并:

$$S_m = D_{m,m} \cup D_{m,(m-1)} \cup \dots \cup D_{m,(m-r+2)} \cup D_{m,(m-r+1)};$$

$$D_{m,i} \cap D_{m,j} = \emptyset;$$

$$i \neq j (i, j = m, m - 1, \dots, m - r + 1).$$

其中 \emptyset 为空集。设机组 k 的出力随机变量为 η_k ,从全概率公式可知,

$$F(x) = \sum_{j=m-r+1}^m P\left\{\left[\sum_{k=1}^m \eta_k \leq x\right] | D_{m,j}\right\} \cdot P\{D_{m,j}\} \quad (2)$$

对上式(2)中每一条件概率项都用一正态分布来表示,便可得到 m 台发电机出力(亦即系统出力)的概率密度函数为:

$$\begin{aligned} f_G(x) &= \sum_{j=m-r+1}^m \Pi_{m,j} N_j(x) \\ &= \sum_{j=m-r+1}^m \Pi_{m,j} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{m,j}} e^{-\frac{(x-\mu_{m,j})^2}{2\sigma_{m,j}^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned}\mu_{m,j} &= E\left\{\sum_{k=1}^m \eta_k | D_{m,j}\right\} \\ \sigma_{m,j}^2 &= \text{var}\left\{\sum_{k=1}^m \eta_k | D_{m,j}\right\} \\ \Pi_{m,j} &= P\{D_{m,j}\}\end{aligned}$$

$\mu_{m,j}$ 表示 m 台发电机的系统在状态 $D_{m,j}$ 时正态分布的数学期望, $\sigma_{m,j}^2$ 为相应状态的方差, $\Pi_{m,j}$ 则为该状态出现的概率。

根据概率论理论可求出机组数由 $(m-1)$ 增加到 m 时的如下递推公式:

$$\left. \begin{aligned}\Pi_{m,m} &= \Pi_{(m-1),(m-1)} p_m \\ \Pi_{m,j} &= \Pi_{(m-1),j} q_m + \Pi_{(m-1),(j-1)} p_m, \quad m-r+1 < j < m \\ \Pi_{m,(m-r+1)} &= \Pi_{(m-1),(m-r)} + \Pi_{(m-1),(m-r+1)} q_m\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned}\mu_{m,m} &= \mu_{(m-1),(m-1)} + c_m \\ \mu_{m,j} &= \frac{\Pi_{(m-1),j} q_m \mu_{(m-1),j} + \Pi_{(m-1),(j-1)} p_m [\mu_{(m-1),(j-1)} + c_m]}{\Pi_{m,j}} \\ &\quad m-r+1 < j < m \\ \mu_{m,(m-r+1)} &= \frac{\Pi_{(m-1),(m-r)} [\mu_{(m-1),(m-r)} + p_m c_m] + \Pi_{(m-1),(m-r+1)} q_m \mu_{m,(m-r+1)}}{\Pi_{m,(m-r+1)}}\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned}\sigma_{m,m}^2 &= 0 \\ \sigma_{m,j}^2 &= \frac{\Pi_{(m-1),j} q_m [\sigma_{(m-1),j}^2 + \mu_{(m-1),j}^2] + \Pi_{(m-1),(j-1)} p_m [\sigma_{(m-1),(j-1)}^2 + \mu_{(m-1),(j-1)}^2 + \frac{(\mu_{(m-1),(j-1)} + c_m)^2}{\Pi_{m,j}} - \mu_{m,j}^2]}{\Pi_{m,j}}, \quad m-r+1 < j < m \\ \sigma_{m,(m-r+1)}^2 &= \frac{\Pi_{(m-1),(m-r)} [\sigma_{(m-1),(m-r)}^2 + q_m \mu_{(m-1),(m-r)}^2] + \frac{p_m [\mu_{(m-1),(m-r)} + c_m]^2}{\Pi_{m,(m-r+1)}} + \frac{\Pi_{(m-1),(m-r+1)} q_m [\sigma_{(m-1),(m-r+1)}^2 + \mu_{(m-1),(m-r+1)}^2]}{\Pi_{m,(m-r+1)}} - \mu_{m,(m-r+1)}^2}{\Pi_{m,(m-r+1)}}\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

当机组退出运行,即系统中机组数从 m 变成 $(m-1)$ 时,有以下递推公式:

$$\left. \begin{aligned}\Pi_{(m-1),(m-1)} &= \frac{\Pi_{m,m}}{p_m} \\ \Pi_{(m-1),j} &= \frac{\Pi_{m,j} - \Pi_{(m-1),j} q_m}{p_m}, \quad m-r < j < m-1 \\ \Pi_{(m-1),(m-r)} &= \Pi_{m,(m-r+1)} - \Pi_{(m-1),(m-r+1)} q_m\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_{(m-1),(n-1)} &= \mu_{n,m} - c_n \\ \mu_{(m-1),(j-1)} &= \frac{\prod_{n,j} \mu_{n,j} - \prod_{(m-1),j} q_m \mu_{(m-1),j}}{\prod_{(m-1),(j-1)} p_m} - c_n \\ &\qquad\qquad\qquad m-r < j < m-1 \\ \mu_{(m-1),(n-r)} &= \frac{\prod_{n,(n-r+1)} \mu_{n,(n-r+1)} - \prod_{(m-1),(n-r+1)} q_m \mu_{(m-1),(n-r+1)}}{\prod_{(m-1),(n-r)}} - p_n c_n \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{(m-1),(m-1)}^2 &= 0 \\ \sigma_{(m-1),(j-1)}^2 &= \frac{\prod_{n,j} [\sigma_{n,j}^2 + \mu_{n,j}^2] - \prod_{(m-1),j} q_m [\sigma_{(m-1),j}^2 + \mu_{(m-1),j}^2]}{\prod_{(m-1),(j-1)} p_m} \\ &\quad - (\mu_{(m-1),(j-1)} + c_n)^2 \qquad\qquad\qquad m-r < j < m-1 \\ \sigma_{(m-1),(n-r)}^2 &= \frac{\prod_{n,(n-r+1)} \sigma_{n,(n-r+1)}^2 - \prod_{(m-1),(n-r+1)} q_m [\sigma_{(m-1),(n-r+1)}^2 + \mu_{(m-1),(n-r+1)}^2]}{\prod_{(m-1),(n-r)}} \\ &\quad - q_m \mu_{(m-1),(n-r)}^2 - p_n (\mu_{(m-1),(n-r)} + c_n)^2 \\ &\quad + \frac{\prod_{n,(n-r+1)} \mu_{n,(n-r+1)}^2}{\prod_{(m-1),(n-r+1)}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3 机组发电量及可靠性指标

若负荷用随机变量 ξ 表示, 已投入系统的 m 台机组可用容量之和用随机变量 η 表示, 并假定 ξ 与 η 相互独立. 那么, 在任一时刻 t , 系统的实际出力均满足

$$RG = \min(\xi, \eta) \quad (10)$$

其中, RG 为系统实际出力的随机变量.

从二独立随机变量取极小的概率密度公式可得 RG 的概率密度为

$$f(x) = [1 - F_L(x)]f_G(x) + [1 - F_G(x)]f_L(x) \quad (11)$$

其中 $f_L(x)$ 、 $f_G(x)$ 如式(1)、(3)所示, $F_L(x)$ 、 $F_G(x)$ 分别为其分布函数.

最后, 经推导即可得到系统的出力期望值为:

$$\begin{aligned} SP_n &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \\ &= \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_{1i} + \sum_{j=n-r+1}^m \prod_{n,j} \mu_{n,j} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=n-r+1}^m \alpha_i \prod_{n,j} (\mu_{n,j} \\ &\quad + \sqrt{\frac{\sigma_{1i}^2 + \sigma_{n,j}^2}{2\pi}} e^{-\frac{(\mu_{1i} - \mu_{n,j})^2}{2(\sigma_{1i}^2 + \sigma_{n,j}^2)}} + (\mu_{1i} - \mu_{n,j}) \Phi\left(\frac{\mu_{1i} - \mu_{n,j}}{\sqrt{\sigma_{1i}^2 + \sigma_{n,j}^2}}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

其中 Φ 表示正态分布函数. 系统总发电量为系统出力期望值与负荷持续时间之积

$$SE_n = T \cdot SP_n \quad (13)$$

T ——负荷持续时间.

第 m 台机组的发电量应为系统中 m 台机组发电量之和与系统中 $(m-1)$ 台机组发电量之和的差:

$$E_n = SE_n - SE_{n-1} \quad (14)$$

长期规划中, 可认为发电机运行期间发电成本可用一平均值表示, 则生产模拟中得到的

总运行费用为:

$$OC = \sum_{i=1}^n d_i E_i \quad (15)$$

d_i ——第 i 台发电机的平均发电成本。

电源规划中常用的可靠性指标是电力不足概率 $LOLP$ 和电量不足期望值 $EENS$ 。令随机变量 Z 为 ξ 与 η 之差 (ξ, η 意义同前), 即

$$Z = \xi - \eta \quad (16)$$

于是有

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_L(u+z) f_D(u) du \quad (17)$$

从而得到

$$LOLP = \int_0^{\infty} f(z) dz = \sum_{i=1}^m \sum_{j=m-i+1}^n \alpha_i \Pi_m \cdot j \Phi \left(\frac{\mu_{i,j} - \mu_{m,j}}{\sqrt{\sigma_{i,j}^2 + \sigma_{m,j}^2}} \right) \quad (18)$$

而 $EENS$ 可通过用户总需求电量与系统总发电量之差求得:

$$EENS = ED - SE_m \quad (19)$$

ED ——用户总需求电量;

SE_m ——系统总发电量;

m ——设为系统中发电机总数。

4 算例

利用所提出的方法对 IEEE 可靠性测试系统^[5]进行计算, 结果列于表1和表2。表1同时还列出了 Baleriaux-Booth 法与累积量法对该系统的计算结果。需注意的是表1中机组13为水电机组(累积量法中为机组12), 限制发电量为240GWH。在计算过程中, 累积量法中机组12与13在投运顺序上与 Baleriaux-Booth 法(表中简为 B-B 法)及本文方法颠倒。有关水电的处理可参阅文献[6]。以计算时间很长但结果精度高的 B-B 法作为比较标准, 可以发现在整个计算过程中, 本文方法与 B-B 法的吻合程度较累积量法与 B-B 法的吻合程度更高, 计算结果更为接近。从表2所列出的各项最终指标看, 本文方法在运行费用及可靠性指标 $LOLP$ 方面都优于累积量法, 所有最终指标与 B-B 法的结果都相当接近。表2中还列出了系统出力用2个、5个、20个正态分布, 负荷用2个、5个、20个正态分布分别进行计算的结果。从表2可以看到系统出力的正态分布数目在5个以下时对结果影响较大, 但当系统出力的正态分布数为5个及以上时, 系统出力的正态分布数对结果的影响便不再很明显。可以认为取正态分布数为5时已足够满足精度要求。另一方面, 负荷的正态分布个数变化时对结果影响较小。在计算时间方面, 本文方法使用2个正态分布分别表示负荷和系统出力时, 计算时间与累积量法接近, 约为其计算时间的110%, 使用5个正态分布时, 为累积量法的160%左右, 而较之 B-B 法提高几十到近百倍。从而证明了本文方法具有一定的实用价值。

5 结论

本文提出的方法不对负荷进行修正, 而利用负荷及系统出力的多正态分布, 直接导出发电量、可靠性指标等的计算公式。算例表明本文方法快速、准确, 具有一定的实用性。

表1 对IEEE可靠性测试系统的计算

发电机 序号	容量 MW	B-B法		累积量法		本文方法(负荷及发电机 正态分布数均为5)	
		发电量 GWH	运行费用 10 ⁶ \$	发电量 GWH	运行费用 10 ⁶ \$	发电量 GWH	运行费用 10 ⁶ \$
1	400	768.768	4.18979	768.768	4.18979	768.768	4.18979
2	400	768.768	4.18979	768.768	4.18979	768.768	4.18979
3	150	314.496	3.36636	314.496	3.36636	314.496	3.36636
4	150	314.496	3.36636	314.496	3.36636	314.496	3.36636
5	150	312.132	3.34106	306.695	3.28287	312.942	3.34973
6	150	299.913	3.21027	295.041	3.15812	298.202	3.19195
7	350	563.469	6.13224	576.156	6.27031	563.909	6.13702
8	80	113.681	1.53401	118.490	1.59891	113.430	1.53063
9	80	104.805	1.41424	108.278	1.46111	106.127	1.43208
10	80	96.607	1.30362	97.278	1.31942	97.217	1.31184
11	80	89.029	1.20136	85.675	1.15609	87.646	1.18270
12	200	98.889	2.04998	85.525	1.77294	99.067	2.05365
13	300	240.000	0.0000	240.000	0.0000	240.000	0.0000
14	200	45.556	0.94437	47.673	0.98825	45.648	0.94627
15	200	20.745	0.43004	22.745	0.47150	20.701	0.42913
16	100	5.260	0.10968	5.796	0.12087	5.259	0.10967
17	100	3.084	0.06431	3.387	0.07064	3.107	0.06479
18	100	1.763	0.03676	1.847	0.03851	1.783	0.03717
19	10	0.131	0.00337	0.130	0.00337	0.122	0.00315
20	10	0.123	0.00318	0.121	0.00313	0.116	0.00299
21	10	0.116	0.00299	0.112	0.00291	0.112	0.00289
22	10	0.109	0.00281	0.105	0.00270	0.105	0.00270
23	10	0.102	0.00265	0.097	0.00250	0.104	0.00268
24	20	0.171	0.00640	0.158	0.00593	0.199	0.00748
25	20	0.151	0.00568	0.136	0.00513	0.181	0.00678
26	20	0.135	0.00505	0.117	0.00442	0.158	0.00595
27	20	0.120	0.00449	0.101	0.00370	0.138	0.00518

表 2 计算结果比较

方法	期望总发电量(GWH)	LOLP(%)	总运行费($\times 10^6$ \$)	
B-B 法	4162.617	0.2886	36.921	
累积量法	4162.695	0.2395	36.895	
大 小 方 法	均为2个正态分布	4163.338	0.0993	36.946
	均为5个正态分布	4162.771	0.2638	36.928
	均为20个正态分布	4162.700	0.2676	36.924
	负荷为2个正态分布 系统出力为5个正态分布	4162.848	0.2515	36.942

参 考 文 献

- 1 Booth R R. Power System Simulation Model Based on Probability Analysis, IEEE T-PAS, Vol. 91, No. 1, 1972
- 2 Rau N S, Toy P, Schenk K F. Expected Energy Production Costs by the Method of Moments. IEEE T-PAS, Vol. 99, No. 5, 1980
- 3 Gross G, Garapic N V, McNutt B. The Mixture of Normals Approximation Technique for Equivalent Load Duration Curves. IEEE T-PWRS, Vol. 3, No. 2, 1988
- 4 Rau N S, Neculescu C. An Investigation of Two Methods for the Probabilistic Energy Production Simulation. IEEE T-PAS, Vol. 102, No. 8, 1983
- 5 IEEE Committee Report. IEEE Reliability Test System, IEEE T-PAS, Vol. 98, No. 6, 1983
- 6 Manhire B, Jenkins R T. A New Technique for Simulating the Operation of Multiple Assigned-Energy Generating Units Suitable for Use in Generation System Expansion Planning Models, IEEE T-PAS, Vol. 101, No. 10, 1982