

无约束优化加速搜索法及其在 模型参数估计中的应用

AN ACCELERATION SEARCH METHOD FOR UNCONSTRAINED OPTIMIZATION AND ITS APPLICATION IN MODEL PARAMETER ESTIMATION

孙 棣 华 杨 永 臻

Sun Dihua Yang Yongzhen

(重庆大学自动化系)

摘 要 提出了一种直线和曲线线性加速搜索的方法,并给出了算法的具体计算步骤。将其应用于控制系统的模型参数估计,计算结果表明参数优化过程的收敛速度得到很大改善,符合工程实际需要。

关键词 无约束优化; 加速搜索; 参数估计

中国图书资料分类法分类号 TP13;O224

ABSTRACT In order to improve the convergence rate of the algorithms, an acceleration search method along a straight or curve is proposed, and the specific calculation steps of the algorithms are presented. The numerical results in model parameter estimation show that the convergence rate is improved and the calculation accords with the practical demands.

KEY WORDS unconstrained optimization; acceleration search; parameter estimation

0 引 言

在工程技术中,经常要用到多维无约束最优化方法,这类算法很多,常用的主要有较简单的变量轮换法、单纯形法、最速下降法等。

变量轮换法是一种最简单的多维搜索算法,它的迭代过程是沿不同变量的坐标方向一个一个轮换地进行搜索,将多变量目标函数的寻优问题转化为多个单变量目标函数的寻优问题,实质上是一种降维的方法。由于它没有利用目标函数本身的性质或变化趋势,尽管方法简单,计算方便,但寻优的收敛速度很慢。

单纯形法是一种多维直接搜索法,是求解非线性函数无约束极值问题的一种经验方法,它的搜索规则并不复杂,但计算目标函数的次数较多,对计算目标函数较慢的优化过程,收敛的速度也很慢。

最速下降法是利用目标函数的负梯度方向作为每步迭代的搜索方向,迭代计算时,每步

* 收文日期 1990-7-9

重庆大学青年科技基金资助课题

都沿负梯度方向取最优步长,方法较简单,但目标函数只在开始阶段下降较快,越接近极值点,收敛就越慢.由于负梯度方向具有最速下降性质,一般容易理解为最理想的搜索方向,其实不然,某点处的负梯度方向只是在该点附近才有最速下降性质,因而这种最优方向只是局部的,而不是全局的.数值计算和理论研究均已证明,这种方法对某些目标函数,收敛速度可能慢得不能容忍^[1].

由此可见,这类简单的多维无约束优化算法的收敛速度慢是实用中存在的一个主要问题,限制了其应用的范围.为提高其收敛速度,本文提出一类对变量轮换法和最速下降法的加速收敛策略.

1 加速收敛方法

1.1 基本思想

仔细考查变量轮换法和最速下降法后,可以发现它们有一个共同的特点:在目标函数优化的过程中,它们各自所产生的两次相邻搜索方向是相互正交的,由初始点 X_0 经迭代点序列 X_1, X_2, \dots 收敛于最优解 X^* 的路径有一定的规律,典型的是以类似锯齿形状向最优解逼近,因而可以设想,对 n 维目标函数,变量轮换法的子序列 X_0, X_1, X_{2n}, \dots (最速下降法的子序列 X_0, X_2, X_4, \dots) 也必然沿某一路径逐步逼近最优解 X^* ,如果能沿这个路径进行搜索,便可以更快地达到最优点,使收敛的速度加快,这个路径可以认为是一种最优路径.当然,这样的路径是不太可能直接求出来的,于是,我们可以考虑在寻优计算的过程中,逐段用目标函数空间上的直线和曲线来逼近它,沿着这些接近最优路径的空间直线和曲线,使目标函数更快地逼近其最小点,达到加快收敛速度的目的.

1.2 算法

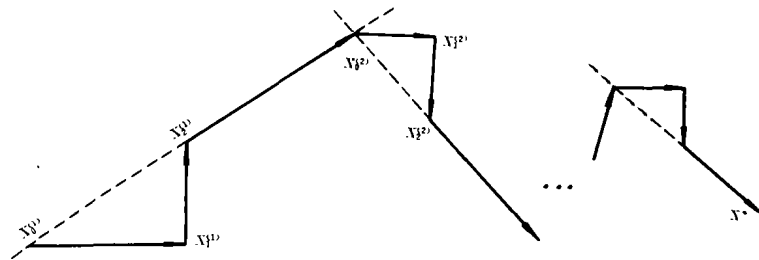


图1 直线加速搜索示意图

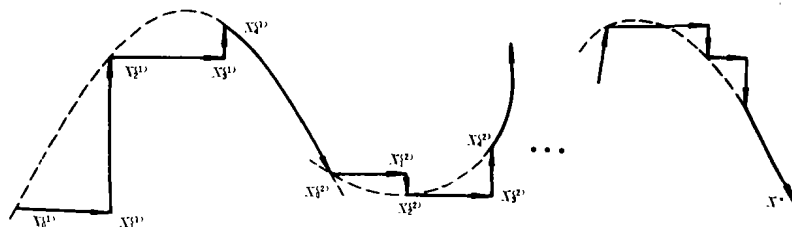


图2 曲线加速搜索示意图

将上述加速寻优的基本思想直接应用于变量轮换法和最速下降法,即在用变量轮换法或最速下降法经必要的几步搜索后,转而进行直线或曲线加速步的搜索,由此加快原算法的收敛速度,图1和图2为其搜索示意图。

1.2.1 直线加速算法的步骤

选取变量轮换法或最速下降法子序列上两点,作空间直线,经前面 r 次直线搜索后,沿所作直线进行加速线性搜索,算法的第 k 阶段计算步骤如下:

a) 基本搜索:从本阶段起始点 $X_0^{(k)}$ 出发,用变量轮换法(或最速下降法)搜索 r 次,得 $X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, \dots, X_r^{(k)}$;

b) 直线加速搜索:作经过目标函数空间的点 $X_1^{(k)}, X_r^{(k)}$ (或 $X_1^{(k)}, X_2^{(k)}$) 的空间直线,然后沿该直线进行直线线性搜索,得一新的近似解 $X_0^{(k+1)}$;

c) 若 $\|X_0^{(k)} - X_0^{(k+1)}\| < \varepsilon$ (ε 为预先给定的控制误差), $X_0^{(k+1)}$ 即为所求最优解 X^* , 否则将 $X_0^{(k+1)}$ 作为第 $k+1$ 阶段的起始点,返回 a) 继续计算。

为便于计算,建议经空间两点的直线用下述参数方程表达:

已知空间 R^n 中两点分别为

$$A = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$B = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

则经该两点的空间直线方程为

$$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x - x_2}{y - y_2} = \dots = \frac{x - x_n}{y - y_n} = t \quad (1)$$

1.2.2 曲线加速算法的步骤^[4]

与直线加速算法类似,先选取变量轮换法或最速下降法子序列上的三点,作空间二次曲线,算法的第 k 阶段计算步骤,只有加速搜索部分 b) 与直线加速算法有所不同。

对曲线加速搜索,作经过目标函数空间的点 $X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}$ (或 $X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_4^{(k)}$) 的空间二次曲线,然后沿该曲线作线性搜索,得一新的近似解 $X_0^{(k+1)}$;

经空间三点的二次曲线仍以参数方程表达为好,下面给出一种实现方案。

已知空间 R^n 中三点分别为

$$A = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$B = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$C = (z_1, z_2, \dots, z_n)$$

对某一 $j = k (1 \leq j \leq n)$ 有

$$x_k < y_k < z_k \text{ (或 } z_k < y_k < x_k)$$

则经过 A, B, C 三点的空间二次曲线方程为

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \\ x_k(t) &= t \\ x_j(t) &= a_j t^2 + b_j t + c_j \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

($j = 1, 2, \dots, n$, 且 $j \neq k$)

其中系数由下式确定

$$\left. \begin{aligned} a_j &= -\frac{x_j(y_k - z_k) + y_j(z_k - x_k) + z_j(x_k - y_k)}{(x_k - y_k)(y_k - z_k)(z_k - x_k)} \\ b_j &= \frac{x_j(y_k^2 - z_k^2) + y_j(z_k^2 - x_k^2) + z_j(x_k^2 - y_k^2)}{(x_k - y_k)(y_k - z_k)(z_k - x_k)} \\ c_j &= -\frac{x_j(y_k - z_k)y_kz_k + y_j(z_k - x_k)z_kx_k + z_j(x_k - y_k)x_ky_k}{(x_k - y_k)(y_k - z_k)(z_k - x_k)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

很明显, 本文的直线加速和曲线加速搜索算法的收敛性依赖于基本搜索算法的收敛性, 而这里使用的变量轮换法和最速下降法都是收敛的, 故加速算法亦是收敛的, 并将加快收敛速度。

2 无约束优化加速搜索法在模型参数估计中的应用

利用过程对扰动信号的响应曲线估计过程模型的参数, 是工程上比较实用的一类辨识方法。为了适应过程参数时变, Schaefer 曾提出一种确定开环动态参数的时域方法^{[2][3]}, 这种方法的优点是过程传递函数的参数估计问题转化为拟合试验数据的数值寻优计算问题, 以试验数据与计算数据的误差平方和作为拟合度, 用多维无约束优化法寻优。显然, 在数值计算中作者用变量轮换法寻优, 效率是不高的, 收敛速度慢, 拟合计算的时间很长, 此外, 将纯时滞 τ 排除于拟合计算的参数之外, 其模型的精度必然会受到很大影响。为此, 本文提出将前述加速寻优的方法应用于参数拟合的数值计算, 并将纯时滞 τ 纳入拟合参数之中, 这样, 算法的收敛速度将大大加快, 有利于过程模型参数估计的速度和精度的提高, 使用这种改进的方法后, 算法具有更好的实用性和更广的适用范围。

参数估计算法的步骤如下:

- a) 根据过程特性选择过程传递函数模型的结构, 并确定一组参数初值;
- b) 当过程处于稳定工况时, 在过程输入端加入规划扰动信号(如阶跃信号), 并同时记录输入、输出信号;
- c) 以模型对相应扰动的响应输出值与试验响应输出数据的误差平方积分(ISE)作为目标函数, 用前述加速寻优算法, 不断优化模型参数值;
- d) 若目标函数未减小到控制误差允许值之内, 则返回 c) 继续寻优, 否则结束。

3 数值计算应用实例

在国家“七·五”科技攻关项目“电瓷窑炉自动控制系统”的研究中, 作者将上述方法应用于窑内气氛系统开环模型的参数估计, 取得了较好的效果。

模型结构选择为二阶惯性加纯滞后形式, 即

$$G(s) = \frac{Ke^{-\sigma}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

其中 K 为放大系数, τ 为纯滞后时间, T_1, T_2 为对象时间常数, 且 $T_2 > T_1$ 。

试验时, 扰动信号选择为阶跃信号, 以变量轮换法和最速下降法作为参数拟合计算的基本搜索方法, 用不加速、直线加速、曲线加速三种方式, 共六个算法, 分别在 IBM-PC 微型计算机上用 BASIC 语言编程进行参数拟合的数值计算, 获得了六组数据, 见表1~表6。

其中的一维线性搜索采用 DSC-POWELL 方法^[1],原理是先利用 DSC 法求出极值点的大致范围,然后用 POWELL 法求极值,它的优点在于不必象二次插值法或黄金分割法那样事先给出搜索范围,便于在多维最优化中使用。

表1 变量轮换法

l	0' 0"	14' 05"	20' 10"	24' 10"
Q	1.254274E-02	4.752219E-03	4.344344E-03	4.133519E-03
K	0.7	0.7092196	0.7112584	0.7112585
T_1	0.6	0.7334206	0.7582662	0.7762053
T_2	0.9	0.8893199	0.8873664	0.8878664
τ	3	2.997675	2.989086	2.979255

表2 直线加速变量轮换法

l	0' 0"	14' 30"	19' 20"	22' 50"
Q	1.254274E-02	5.219179E-03	4.064157E-03	3.939710E-03
K	0.7	0.7038640	0.7158403	0.7143865
T_1	0.6	0.7284825	0.7967526	0.7967720
T_2	0.9	0.8897432	0.8825191	0.8824404
τ	3	2.998406	2.990943	2.977697

表3 曲线加速变量轮换法

l	0' 0"	14' 15"	19' 05"	23' 40"
Q	1.254274E-02	4.455322E-03	4.194597E-03	4.008651E-03
K	0.7	0.7123586	0.7109243	0.7123104
T_1	0.6	0.7519449	0.7704865	0.7857143
T_2	0.9	0.8879475	0.8884475	0.8889476
τ	3	2.993168	2.982569	2.973383

表 4 最速下降法

l	0' 0"	12' 40"	20' 20"	51' 15"
Q	1.254274E-02	7.612665E-03	6.429275E-03	5.019750E-03
K	0.7	0.6994866	0.7075961	0.7139952
T_1	0.6	0.6243618	0.6355548	0.6663868
T_2	0.9	0.9202524	0.9292785	0.9538776
τ	3	3.020400	3.027898	3.029188

表 5 直线加速最速下降法

l	0' 0"	12' 25"	16' 40"	21' 0"
Q	1.254274E-02	5.336240E-03	4.401980E-03	4.086970E-03
K	0.7	0.7121773	0.7120453	0.7176363
T_1	0.6	0.6573041	0.6923809	0.7076315
T_2	0.9	0.9472813	0.9742106	0.9854499
τ	3	3.046554	2.973529	2.983058

表 6 曲线加速最速下降法

l	0' 0"	12' 0"	17' 30"	22' 55"
Q	1.254274E-02	5.139561E-03	4.503127E-03	4.406113E-03
K	0.7	0.7207135	0.7147707	0.7160752
T_1	0.6	0.6897176	0.6893467	0.6954929
T_2	0.9	0.9613592	0.9600658	0.9644026
τ	3	3.022989	3.004439	3.000970

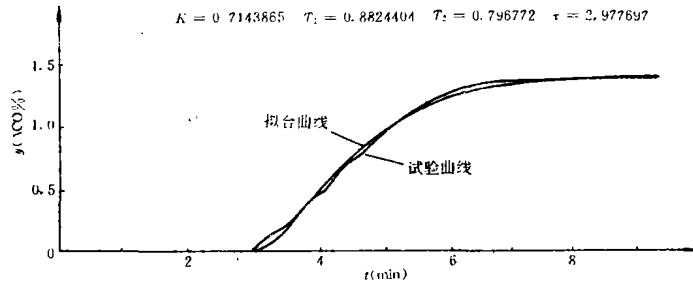


图3 优化参数拟合的阶跃响应曲线与试验曲线

表中, t 表示计算时间, Q 表示目标函数值, 计算步长均取为 0.0005, 控制误差 $\varepsilon = 10^{-7}$ 。

从运行结果可以看出, 无论是直线加速还是曲线加速, 均可大大加快基本搜索算法的收敛速度。应该看到, 从加速本身的效果来说, 曲线加速应优于直线加速, 但注意到同样进行一次加速搜索, 前者需要进行基本搜索的步数至少为后者的两倍, 这样, 两种加速算法的收敛速度就与目标函数的计算时间密切相关, 此外, 还与参数初值、步长、控制误差、目标函数的形式、基本搜索的方法等诸多因素有关, 所以, 不能将直线加速和曲线加速的收敛快慢简单地进行比较。

图3是用本文介绍的方法拟合估计出的传递函数的阶跃响应曲线与试验阶跃响应曲线的比较, 可以看出, 两者非常接近, 满足工程实际的要求。

4 结束语

本文提出的直线和曲线加速最优化的策略是提高多维无约束最优化计算中收敛速度的一个有效方法, 将其应用于实际过程模型参数估计的数值计算表明, 估计的速度和精度都得到提高。这种方法同样可用于其它多维无约束最优化问题, 以加快优化过程的收敛速度。

参 考 文 献

- 1 M. D. 希梅尔布劳著, 张义桑等译. 实用非线性规划. 北京: 科学出版社, 1981
- 2 Pradcep B. Dēshpande, Raymond H. Ash. Advanced Control Applications Elements of Computer Process Control. Instrument Society of America, North Carolina, 1981
- 3 Sundaresan K R. Evaluating Parameters from Process Transients, Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 1978, 17(3): 237~241
- 4 陈绮珑. 解无约束最优化问题的梯度加速法. 数值计算与计算机应用, 1987, 8(4): 193~197
- 5 孙棟华. 电瓷窑炉自动控制系统研究. 重庆大学硕士学位论文, 1989.4