(21)
128-134

数字场的研究*

A STUDY ON FIGURE FIELD

王慧侠** 孙泽权
Wang Huixia Sun Zequan
(重庆大学热力工程系)

O1-0

摘 要 提出了由实际事物表象显现出来的事物系统个数——数的量、和由事物内涵表现出来的事物系统状态——数的质所共同表达的数结构模型——数字场及其数学表达形式；C=J※〈B〉；绘制了意在描述数字场结构的"系统元图"，并例举了数字场量计算实例。

关键词 数字场；系统元图；场数；数字场量

中国图书资料分类法分类号 O1-0

ABSTRACT It is asserted that when an object is described by a figure, the number of the system of the object is kuown as the quantity of the figure, whereas the internal state of the systen is kuown as the quality of a figure. A mathematical model——figure field and its mathematical form C=J※〈B〉 are proposed to describe an object in both quantitative and qualitative senses. The "system unit diagram" is drawn to show the structure of a figure field, and an example is given to indicate the calculation of a figure field.

KEY WORDS figure field; system unit diagram; quantitaty; quality

0 引 言

系统是事物的存在方式〔1，3〕而目前数学在实际应用中不论具体事物的系统状态如何，均按事物种类简化为等价的"单位1"进行计数和计算。这就出现了一个十分突出的问题，即本来应该着重考虑的"一"内部的系统状态反而未于考虑，忽略了"单位1"是一个系统状态，也就是忽略了各事物之间"单位1"内部系统状态的差异，忽略了这些"1"的质地，因而造成在纯数学中等效(等价)的"单位1"在实际中不再等效(等价)。这样，无论在科技工作或经济工作中都极大地降低了这些数字在反映事物方面的准确性和真实性。从而使数学在表述事物最普遍的现象——"数"这一关系上缺乏质的深层描述。

本文根据事物的系统性而建立的"数字场"可以在一定程度上解决这一问题，使数学在表现实际事物的无限逼近中再向前推进一步。并在一定程度上剥露了"1"的内核，展示了"1"的内涵。所以这是一个有很大实用价值和非常深刻的课题。

* 收文日期 1991-09-26

** 现在重庆市节能服务中心工作

1 几个重要概念

1.1 系统元

当我们研究的对象是具体的事物系统时，根据研究问题的需要，我们把构成我们研究的事物系统中的最基本的单元系统称为"系统元"，用加大的大写字母"C_0"表示。对于构成系统元内部各要素自身的小系统称为子系统，把由多个系统元组成的大系统称为母系统，简称系统。[1]系统用加大的大写字母"C"表示。任何系统都有相对稳定的结构。所谓结构即系统内部各个要素相互联系和相互作用的方式，其中包括一定的比例、一定的秩序、一定的结合形式等[2]。

1.2 "单位1系统"

即然我们已把事物系统状态作为表述事物系统的数的一部分，那末对于表述事物数的形式和含意就都有了新的扩展，从原来单纯表示事物系统个数扩展到表示事物系统个数和事物系统状态两个方面，与此对应，现数学中的"单位1"也就扩展为"单位1系统"，简称"一系统"。

1.3 基　数[2]

我们把表示系统个数的数称为基数。引入符号"J"表示。

1.4 场　数

采用概率论、系统论、逼近论、最优化原理等现化科学方法或通过直接经验以至约定等手段将系统元中的要素进行量化处理，从而可以获得近似表征要素的值。我们把近似表征要素的值称为系统元的场数值，简称场数，引入符号"H"表示。

1.5 本　数

系统的整体质，是系统的单个要素所不具有的新质[3]。是通过各要素间的复杂的相互作用的一种崭新的综合。我们可以通过各量化的要素的综合作用，求得一个值来近似地表述系统元的整体质。这个值称为系统元的"本数值"，简称"本数"。引入符号$\langle B\rangle$表示。

1.6 数字场及数字场量

表征系统状态特性和内涵的数的结构形式称为系统的数字场，而数字场量则是由构成数字场的两个基本要素，即数字场的基数 J 和本数$\langle B\rangle$的总成，可用以下数学表达式来描述：

$$C = J※\langle B\rangle$$

式中：※——基数 J 和本数$<B>$的连接符号；而本数和本数的计算式、计算过程、计算结果均写在"$<>$"符号内。很显然，上述表达形式只是描述事物系统内部的一种数学空间形式语言而已[5]。

2 数字场及系统元的结构特征

1） 与事物系统具有的特征一样，数字场也具有5个基本特征，即整体性、结构性、层次

性、开放性和动态性。

2) 在建立每个具体的系统元结构即建立每个具体的数字场结构而确定系统元的因素即数字场场数时，首先应确定系统中内部的、直接的、主要的、必然的和本质的联系因素，这类因素统称为直接因素，对应数字场中则是直接场数，简称场数；只有在特殊情况下才考虑外部的、间接的、次要的、偶然的和非本质的联系因素，这类因素统称为间接因素，对应数字场中则是间接场数。含有间接场数的数字场例子如图2所示。

3 数字场图及场数的表示形式

系统元结构可以用系统元图即数字场图表示，如图1、图2所示。

从图1、图2可见，表示事物系统元数字场场数分布状态的形式，实质上是一种坐标系，我们暂时称它叫场坐标系。这种坐标系只表示：1) 场数层次；但它包含有系统的层次和要素递次连续变化的哲学意义)，而只表示各层次各要素的分布位置和大小，以及各点间的相互关系，包括主次关系、归属关系、内外关系等。

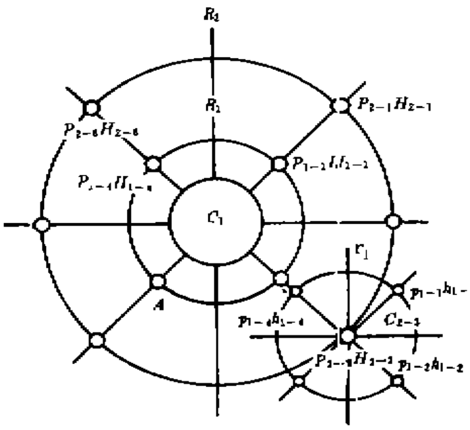

图 1 含有子数字场的数字场图

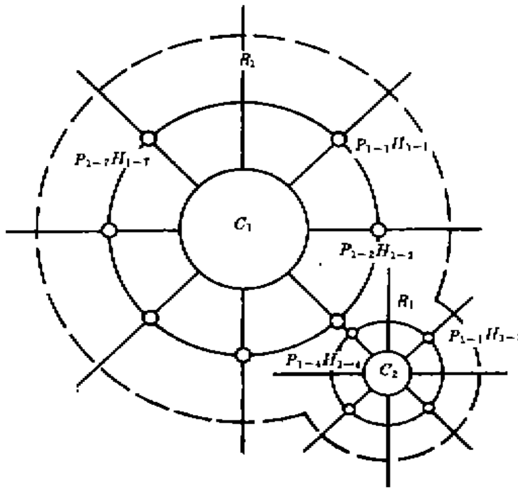

图 2 含有间接场数的数字场图

用大写字母 R 加下标表示主层次数，从内向外编号(或从外向内编号，这与系统的状态有关，在设计数字场具体模型时确定)，如 R_1、R_2、R_3…；用大写字母 P 加下标表示场数在各层次上的位置，并沿顺时针方向编号，如 p_1、p_2、p_3…；用小写字母 r 加下标表示子数字场的层次数；用小写字母 p 加下标表示子系统的场数在各子层次上的位置；用大写字母 H 表示场数值。

这样，数字场中的每个场数的位置和大小都可以准确表示出来。例如在图1中的 A 点，可以表示为：数字场为 C_1，主层次为第一层次即 R_1，场数的位置序数为第3序号即 P_{1-3}，若场数的值 H 为8，则 A 点场数的位置和大小表示为 $C_1R_1P_{1-3}8$。各场数的位置和大小也可列表表示。

4　层次系数和位置系数

层次系数——我们把场数所处各层次对数字场影响程度有大小称为层次系数，即 R 值的大小。

位置系数——我们把场数处在同一层次的不同位置对数字场影响的大小称为位置系数，即 P 值的大小。

R 和 P 的值在数字场建模时确定，对于同类同层次的事物系统，且研究的问题也相同时，R 和 P 的值是相对稳定不变的。

由于真实系统的内在联系总是非线性的。为简化起见，从相对抽象意义上讲，把系统划分为线性和非线性两类[3]。

R 和 P 也表现了系统有序和无序的状态。例如生产力系统中使用的"熵"值[5]。同时只有场数处于数字场之中时 R 和 P 对场数才有意义，当场数不在数字场内考虑时，R 和 P 对场数无意义。

R 和 P 是一个既具有动态特征，又相对稳定的系数，在条件不变的情况下，它们具有相对稳定的值；在条件发生了变化时，R 和 P 的值也会发生相应的变化。

5　关于场数、位置系数和层次系数的定量化问题

由于数字场是对多样和复杂的事物系统的通用的数学认识形式，所以数字场中的场数、位置系数、层次系数的定量化问题也应是多样的，应根据事物系统的状态、所研究的问题、拟建的数字场模型等情况，采用逼近法、标度法、[6]评分法、相关法、等级法、统计法、概率法、专家法、经验法等定量化方法中的一种或几种进行量化。例如在生产力系统中就是应用相关分析方法来考察生产力诸因素的量化关系。[6]。

6　数字场量的运算

事物系统具有十分广阔和复杂的内容，因而描述事物系统的数字场量之间的运算也是十分复杂和各不相同的。但是无论这些运算是多么的千差万别，但它们都应遵循以下基本原则：

1)　在数字场量的计算中，同类同层次的事物系统，并针对同一类研究问题而建立的数字场的数字场量之间可以相互运算；数字场与子数字场（包括场数）之间、数字场与母数字场之间可以互相运算。

2)　在数字场量的计算中，当基数与本数之间无直接相关的数学关系时，则基数与基数运算，本数与本数运算；当基数与本数之间有直接相关的数学关系时，则基数与本数之间可以相互进行运算。

3)　在单一的数字场中进行运算时，先求场数的基数和本数值，再求数字场的基数和本数值，以求取数字场的数字场量。

4)　当数字场量与常量（不带本数或说本数为＜1＞的数字场量，即只有数字场的基数

部分)运算时,其运算结果中的基数部分为数字场量的基数与常量运算的结果,本数部分不变。

7 应用例

例1 在对奕系统里,对某一方行棋的质地(棋效)进行累计评价时,有关系式:

$$C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_i$$
$$= J_1 ※\langle B_1\rangle + J_2 ※\langle B_2\rangle + J_3 ※\langle B_3\rangle + \cdots + J_i ※\langle B_i\rangle$$
$$= (J_1 + J_2 + J_3 + \cdots + J_i) ※\langle B_1 + B_2 + B_3 + \cdots + B_i\rangle$$

即
$$\sum_{i=1}^{i} C_i = \sum_{i=1}^{i} J_i ※\langle B_i\rangle = (\sum_{i=1}^{i} J_i) ※\langle \sum_{i=1}^{i} B_i\rangle$$

式中:J_i——行棋步数;$\langle B_i\rangle$——行棋棋效的量化值(如评分量化值或标度量化值等)

例2 对甲乙两队人员合并后的人员群体素质评价时,有关系式:

$$C_1 + C_2 = J_1 ※\langle B_1\rangle + J_2 ※\langle B_2\rangle \quad = (J_1 + J_2) ※\langle \frac{J_1B_1 + J_2B_2}{J_1 + J_2}\rangle$$

式中:J_1、J_2和$\langle B_1\rangle$、$\langle B_2\rangle$——分别为甲乙两队人数和人员素质值。

例3 某台设备一天生产产品的产量C表达式为:

$$C = C_1 \times C_2 = J_1 ※\langle B_1\rangle \times J_2 ※\langle B_2\rangle \quad = (J_1 \times J_2) ※\langle B_1(1 + \frac{B_2 - B_B}{B_B})\rangle = J ※\langle B\rangle$$

式中:C_1——设备生产能力(系统),J_1和$\langle B_1\rangle$——设备一个生产周期生产的产量和质量(质量等级);C_2——操作(系统),J_2——一天内的生产周期数,$\langle B_2\rangle$操作人员素质值;$\langle B_B\rangle$——设备配操作人员素质值。

从例3中可见同一设备如操作人员素质差,使$\langle B\rangle = 0$,即全部产品为废品,产品数量就失去了意义;同时可看出只生产了一个生产周期$J_2 = 1$,若$J_2 ※\langle B_2\rangle$中的$\langle B_2\rangle$不同,产量$C = J ※\langle B\rangle$的值也是不同的,即不再是1乘任何数,其值不变的概念了。

例4 实际情况表明,在构成要素相同的情况下,由于各要素的组合方式不同,系统的整体功能大不一样。[1]恩格斯在《反杜林论》中举了一个拿破仑在回忆录中描述的例子:"两个马木留克兵绝对能打赢3个法国兵,100个法国兵与100个马木留克兵势均力敌,300个法国兵则总能打败1500个马木留克兵。"骑术不精但有纪律的法国骑兵和最善于单个格斗而没有纪律的马木留克骑兵相对比,其战斗力并不逊色,这说明联合兵种的整体战斗力,并不等于同样数量的单个分散战斗力的总和。"[1]

现在我们用数字场来表述这个例子。这类事物系统的数字场的层次结构递次变化是连续的,为研究问题方便起见,我们将这种系统的数字场仍按层次进行建模。设C_M为马木留克兵系统的数字场(见图3);C_F为法国兵系统的数字场(见图4)。两个数字场中的场数、层次系数、位置系数均如图3、图4所示,且有关系式如下:

$$
\begin{cases}
H_{M1\text{-}1} = H_{M1\text{-}2} \\
= H_{M2\text{-}1} = H_{M2\text{-}2} = H_{M2\text{-}3}\cdots = H_{M2\text{-}i} \\
= H_{M3\text{-}1} = H_{M3\text{-}2} = H_{M3\text{-}3}\cdots = H_{M3\text{-}i} = H_M \\
H_{F1\text{-}1} = H_{F1\text{-}2} = H_{F1\text{-}3} \\
= H_{F2\text{-}1} = H_{F2\text{-}2} = H_{F2\text{-}3}\cdots = H_{F2\text{-}i} \\
= H_{F3\text{-}1} = H_{F3\text{-}2} = H_{F3\text{-}3}\cdots = H_{F3\text{-}i} = H_F \\
H_M > H_F
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
P_{M1\text{-}1} = P_{M1\text{-}2} = P_{M1} \\
P_{M2\text{-}1} = P_{M2\text{-}2} = P_{M2\text{-}3}\cdots = P_{M2\text{-}i} = P_{M2} \\
P_{M3\text{-}1} = P_{M3\text{-}2} = P_{M3\text{-}3}\cdots = P_{M3\text{-}i} = P_{M3} \\
P_{F1\text{-}1} = P_{F1\text{-}2} = P_{F1\text{-}3} = P_{F1} \\
P_{F2\text{-}1} = P_{F2\text{-}2} = P_{F2\text{-}3}\cdots = P_{F2\text{-}i} = P_{F2} \\
P_{F3\text{-}1} = P_{F3\text{-}2} = P_{F3\text{-}3} = \cdots P_{F3\text{-}i} = P_{F3} \\
P_{M3} > P_{M2} > P_{M1} \\
P_{F3} > P_{F2} > P_{F1} \\
P_{F1} > P_{M1}, P_{F2} > P_{M2}, P_{F3} > P_{M3}
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
R_{M3} > R_{M2} > R_{M1} \\
R_{F3} \gg R_{F2} \gg R_{F1} \\
R_{F1} > R_{M1}, R_{F2} > R_{M2}, R_{F3} > R_{M3}
\end{cases}
$$

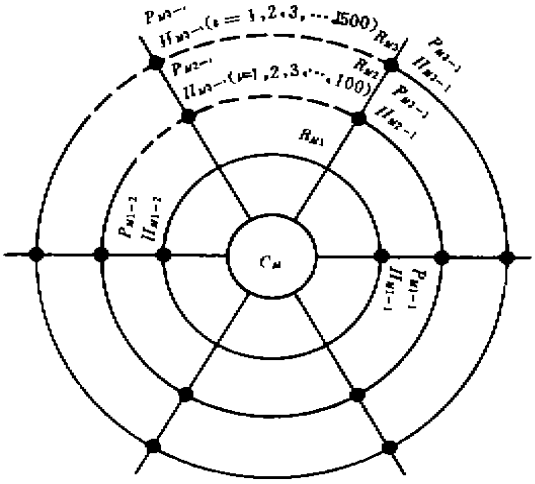

图 3　马木留克兵 qd 系统数字场图

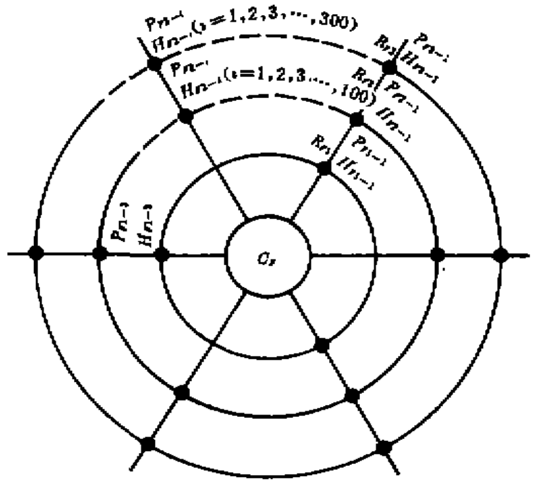

图 4　法国兵系统数字场图

在 C_M 和 C_F 这两个系统中，我们把每一个士兵作为一个系统元，分别表示为 $C_{M0}=J_{M0}$※$\langle B_{M0}\rangle$ 和 $C_{F0}=J_{F0}$※$\langle B_{F0}\rangle$，其基数均为1，即 $J_{M0}=1$、$J_{F0}=1$，其本数分别为 $\langle B_{M0}\rangle$ 和 $\langle B_{F0}\rangle$，且 $\langle B_{M0}\rangle > \langle B_{F0}\rangle$，所以有：

$$\{H_M = C_{M0} = 1※\langle B_{M0}\rangle H_F = C_{F0} = 1※\langle B_{F0}\rangle H_M > H_F$$

通过一系列运算（过程因篇幅所限从略）有结果：

$$\begin{cases} C_{M1} = 2 ※ \langle 2R_{M1}P_{M1}B_{M0} \rangle > C_{F1} = 3 ※ \langle 3R_{F1}P_{F1}B_{F0} \rangle \\ C_{M2} = 100 ※ \langle 100R_{M2}P_{M2}B_{M0} \rangle = C_{F2} = 100 ※ \langle 100R_{F2}P_{F2}B_{F0} \rangle \\ C_{M3} = 1500 ※ \langle 1500R_{M3}P_{M3}B_{M0} \rangle < C_{F3} = 300 ※ \langle 300R_{F3}P_{F3}B_{F0} \rangle \end{cases}$$

8 结　语

通过以上分析和讨论，可得如下结论：

（1） 本文从事物的非等价性和1的系统性出发，对事物最普遍的现象——数量关系的“质地”进行了研究；建立了用事物系统个数和事物系统质地两部分表述事物数量关系的数字场量：C＝J※〈B〉。

（2） 数字场量是一种表述事物数量关系的新的表示形式，是对现数字表示方法的扩展和深化。在这种表达形式中，数字的大小比较和数字间的运算结果都发生了新的变化，例如300※〈B_1〉可以大于1500※〈B_2〉，又如1※〈B〉乘以去或除其它（不为零的数，其结果可能发生变化等。

（3） 对表述实际事物的“单位1”进行了深层次的研究，指出了表述实际事物的单位1与纯数学中的单位1（本数为〈1〉）的差异和联系。为表述实际事物的单位1增加1“质”的内容，进而对实际事物数量关系的表述更加准确和深刻。

（4） 现数学都是描述“整体等于部分之和”的平衡态数学，由于引入了数字场量的概念，从而引入了描述整体大于部分的总和〔1〕和整体不一定大于部分〔4〕等不平衡态数学。

（5） 数字场量对事物系统的描述也体现了“一切事物都是质和量的统一体”、“事物由量变引起质变”[1]等哲学精神。因此本文研究的问题具有广泛的实用价值。

参 考 文 献

1 刘圣恩. 马克思主义哲学教程，北京：中国政法大学出版社，1986，67～70，113，116

2 中共中央宣传部理论局组织编写. 马克思主义哲学学习纲要. 北京，中共中央党校出版社，1989，48～50

3 邬焜，自然的逻辑. 西安西北大学出版社，1990，39、46

4 李英杰. 相对绝对论. 北京：对外贸易教育出版社，1987，37，42，85

5 乌克兰科学院哲学研究所. 恩格斯与现代化自然科学、北京：中国社会科学出版社，1984. 209～212

6 唐元虎. 生产力系统理论与应用. 上海：中国大百科全书出版社上海分社，1991，74