

②6

电火花磨内齿中放电通道的磁流体模型*

144-148

Magnetic Fluid Model of Discharge Path
in Internal Gears of E. D. M. Grinding

刘玉文 梁锡昌
Liu Yuwen Liang Xichang

TG619

(重庆大学机械传动国家重点实验室)

摘要 从微观角度研究内齿轮电火花磨齿任意啮合放电处形成的放电通道中等粒子的运动规律。将齿轮啮合理论与电加工理论有机结合,共同描述内齿轮电火花磨齿的放电机理。

关键词 内齿轮;电火花加工;放电间隙;磁流体

中国图书资料分类法分类号 TG619

ABSTRACT In this paper, the moving laws at any point of meshing discharge are studied about internal gears E. D. M. grinding. It is the first time that the meshing theory of gears is combined with electric discharge machining, and the discharge principles of internal gears of E. D. M. are described.

KEY WORDS internal gears; electric discharge machining; discharge gaps; magnetic fluids

0 前言

内齿轮(尤其是小模数,少齿数的内齿轮)粗加工(插齿等)后进行热处理,一般还需进行精加工(即磨齿)才能达到实用精度,内齿轮电火花硬齿面磨齿技术,解决了这一加工难题。本文要研究的是内齿轮电火花磨齿中任意一瞬时共轭啮合电蚀处放电通道的等离子体的运动规律以及其数学模型的描述方法。

1 内齿轮电火花磨齿中工件与电极所处的外部环境

- 1.1 外齿轮工具电极与内齿轮工件电极之间接上脉冲电源。
- 1.2 两电极在外动力带动下啮合加工旋转,其转速比为两齿轮齿数的倒数。齿面间始终保持一个宜于电蚀加工的放电间隙。
- 1.3 两电极在轴向有较高的相对运动。

* 收文日期 1992-07-10

** E. D. M. —electric discharge machining

1.4 因电极的旋转和轴向运动而使放电间隙的工作液相对于电极作瞬变的流动。

2 工作液瞬变流动的速度模型

加工中工作液相对于电极的流动速度 \vec{v}_2 由两分量组成。一是工作液相对电极的轴向流动速度 \vec{v}_z ，二是两电极加工齿面的相对滑动而引的工作液流动速度 \vec{v}_{12} ，

$$\text{即} \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_z + \vec{v}_{12} \quad (1)$$

2.1 工作液轴向流动速度 \vec{v}_z

工作液轴向流动是由于电极与工作间快速轴向振动引起的，由于放电间隙很小，其值与齿面间轴向移动速度近似，取为： $|\vec{v}_z| = \pi V_z$

\vec{v}_z — 电极轴向振动线速度

π — 工作液体积效应系数。

\vec{v}_z 的方向是平行电极轴向，起始点为啮合放电处。

2.2 齿面相对流动速度 \vec{v}_{12}

齿面相对流动速度是由啮合处齿面相对滑动速度引起。由于放电间隙小(0.02 mm 左右)，取 \vec{v}_{12} 为啮合相对滑动速度。

下面推导 $|\vec{v}_{12}|$ 的值。

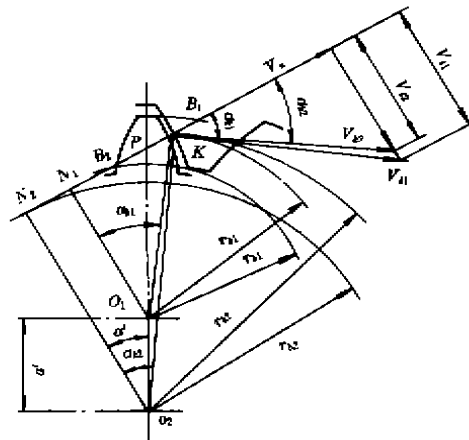


图 1

如图 1 所示，在某一啮合位置 K 时，电极和工作的速度分别为 \vec{v}_{K1} 和 \vec{v}_{K2} ，相对切向速度分别为 \vec{v}_n 和 \vec{v}_a ，因法向速度相等， $\vec{v}_{12} = \vec{v}_n - \vec{v}_a$ 为齿面相对滑动速度。

由渐开线的性质知：

$$V_{n1} = V_{K1} \cdot \sin \alpha_{k1} = \omega_1 r_{k1} \cdot \sin \alpha_{k1} = \omega_1 \cdot \overline{N_1 K}$$

$$V_{n2} = V_{K2} \cdot \sin \alpha_{k2} = \omega_2 r_{k2} \cdot \sin \alpha_{k2} = \omega_2 \cdot \overline{N_2 K}$$

由于在 K 点处两电极的法向速度相等，经推导得：

$$|\vec{v}_{12}| = V_{n1} - V_{n2} = (\omega_1 - \omega_2) \overline{PK} \quad (2)$$

在 $\triangle KPO_1$ 中， $O_1P = r_1 = \frac{1}{2}mZ_1$

$$O_1K = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_{k1}} = \frac{1}{2}mZ_1 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{k1}}$$

$$\angle PO_1K = \alpha_{k1} - \alpha'$$

(α' — 啮合角, α_{k1} = 电极齿面上 K 点处的压力角)

所以 $\overline{PK} = \sqrt{(\overline{O_1P})^2 + (\overline{O_1K})^2 - 2(\overline{O_1P})(\overline{O_1K}) \cdot \cos \angle PO_1K}$

将以上参数代入上式得:

$$\overline{PK} = \frac{1}{2}mZ_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha_{k1}} - 2 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{k1}} \cdot \cos(\alpha' - \alpha_{k1})}$$

将(3)式代入(2)式,且 $Z_1/Z_2 = \omega_1/\omega_2$, 得

$$|\vec{v}_{12}| = \frac{mZ_1}{2} \left(1 - \frac{Z_1}{Z_2}\right) \cdot \omega_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha_{k1}} - 2 \frac{\cos \alpha \cdot \cos(\alpha' - \alpha_{k1})}{\cos \alpha_{k1}}} \quad (4)$$

(4) 式中关于 α' 的计算式如下:

$$\left. \begin{aligned} inv \alpha' &= \frac{2(x_1 + x_2)}{Z_2 - Z_1} \cdot \operatorname{tg} \alpha + inv \alpha \\ x_2 &= x_{20} - \frac{x'_2 + x''}{\operatorname{mtg} \alpha} \\ x_2 &= x_{20} - \frac{\beta(x'_{20} - x'_2)}{\operatorname{mtg} \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(4) 式中 α_{k1} 的计算如下:

$$\alpha_{k1} = \arccos(r_{01} / r_{k1}) \quad (6)$$

(4)、(5)、(6) 式联合组成 $|\vec{v}_{12}|$ 的计算模型。模型中各符号的意义如下:

- Z_1 — 工具电极齿数;
- Z_2 — 内齿工件齿数;
- m — 电极模数;
- α — 电极压力角;
- α' — 计算状态啮合角;
- α_{k1} — 啮合点 K 处压力角;
- ω_1 — 电极旋转频率;
- x_{20} — 工件设计变位系数;
- β — 电极损耗率;
- x'_{20} — 工件最大加工余量(齿厚方向);
- x'' — 放电间隙;
- x'_2 — 计算时工件实存加工余量;
- r_{01} — 电极基圆半径;
- r_{k1} — 齿面 K 点处距电极中心 O_1 的距离。

\vec{v}_{12} 的方向垂直于啮合线 N_2K , 起始点在啮合放电处。于是得到流体相对于工具电极的流动速度模型:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_{12} \quad (7)$$

如图 2 所示。在放电 K 点处, 将放电通道简化成如下模型: 两平行电极放电加工, 其工作液按 \vec{v}_2 流动。

3 放电通道的磁流体模型

电加工中放电通道温度达 10000 度以上, 而一般物质当温度达 6000 K 时就只能存在于气态之中, 介电液变成为气态温度远低于 6000 K, 所

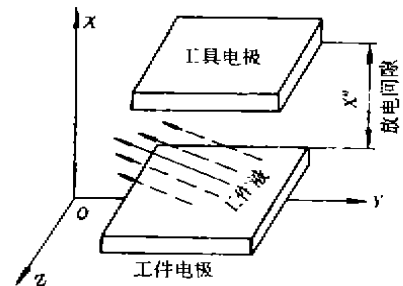


图 2

以极间形成的放电通道,绝大部分都是由数量大体相等的正离子和自由电子,以及中性粒子所组成的等离子体。这些粒子的动力学行为受电磁力支配,它们的运动可以用磁壁来约束,也可以用磁活塞来推动。电火花内齿轮磨齿中,按 \vec{V}_2 强行流动的工作液对带电粒子的影响折换为一外电场 E 的等价作用,这样为放电通道的磁流体模型讨论带来方便。

下面用磁流体动力学来讨论放电通道中带电粒子的形为。在流体动力学中,流体的运动方程应用质量守恒,动量守恒和能量守恒定律得到。

由质量守恒定律得:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho \vec{V}_2) = 0 \quad (8)$$

式中 ρ —流体质量密度; \vec{V}_2 —工作液宏观流动的速度。

由动量守恒定律得:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial t} + (\vec{V}_2 \cdot \nabla) \vec{V}_2 \right] = \vec{F} - \nabla p \quad (9)$$

(为简化,考虑工作液为无粘性流体)

式中: \vec{F} —流体受外力(电磁场和重力的和,流体在重力场中,则 $\rho \vec{g}$ 作用在流体单位体积上, g 为重力加速度。此处的外力主要表现为电磁力,可以略去重力不计)。

\vec{P} —流体压力。

对于理想可压缩性流体,绝热条件为:

$$P \rho^{-\gamma} = \text{常数} \quad (10)$$

(认为热源来不及扩散)。

式中: γ —定压比热与定容比热之比。流体为磁流体,电磁力 \vec{F}_{em} 为外力 \vec{F} 的主要部分则:

$$\vec{F} = \vec{F}_{em} = q\vec{E} + \frac{\vec{j} \times \vec{B}}{c} \quad (11)$$

式中 q 为电荷密度, \vec{j} 为电流密度, c 为光速, \vec{E} 、 \vec{B} 分别为电场和磁场强度。

由电荷守恒得: $\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$ (12)

将(9)、(10)、(11)、(12)式中各量具体化,即:

$$\left. \begin{aligned} \text{等离子密度 } \rho &= n(M_e + M_i) \\ \text{等离子动量 } \rho \vec{V}_2 &= n(m_e \vec{V}_2 + m_i \vec{W}) \\ \text{电流密度 } \vec{j} &= -ne(\vec{V}_2 - \vec{W}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, M_e , \vec{V}_2 和 M_i , \vec{W} 分别代表电子和离子的质量和流动速度,且 $M_e \ll M_i$ 。将(8)、(9)、(10)、(11)、(12)、(13)各方程作近似联解,并作适当的数学运算得:

$$\text{动量守恒方程 } \left[\frac{\partial p}{\partial t} \right] = \nabla \cdot (\rho \vec{V}_2) = 0 \quad (14)$$

$$\text{运动方程: } p \cdot \left[\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial t} + (\vec{V}_2 \cdot \nabla) \vec{V}_2 \right] = q\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B} - \nabla p \quad (15)$$

$$\text{电荷守恒定律: } \frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (16)$$

$$\text{广义欧姆定律: } \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \frac{e^2 n}{me} (\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{V}_2 \times \vec{B}) - \frac{e}{cme} \vec{j} \times \vec{B} + \frac{e}{me} \nabla \cdot Pe \quad (17)$$

$$\text{麦克斯韦方程: } \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (18)$$

$$\nabla \times \vec{B} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \cdot \vec{j} \quad (19)$$

$$\nabla \times \vec{E} = 4\pi \vec{q} \quad (20)$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0 \quad (21)$$

式中(14)~(21)八个方程为放电通道电磁体模型的数学表达式。模型中各量的意义如下:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| ρ — 等粒子体密度 [$\rho = n(Me + Mi)$]; | n — 单位体积的带电粒子数 ($n = n_e = n_i$); |
| t — 时间; | ∇p — 等离子压力梯度; |
| \vec{E} — 电场强度; | ∇Pe — 电子流的电压梯度; |
| B — 磁感应强度; | e — 电子的电荷量; |
| C — 光速; | Me — 电子的质量; |
| \vec{J} — 电流密度; [$\vec{j} = -ne(V - W)$]; | Mi — 离子的质量; |
| \vec{v} — 等离子体运动速度; | ∇ — 拉普拉斯算子. |

4 模型说明的问题

1) 内齿轮电火花磨齿中的放电通道的扭曲和倾斜,使两电极间的放电距离大于两曲面的垂直距离。也即内齿轮电火花磨齿的正常放电间隙应小于同种工艺条件下传统电火花成型加工的放电间隙。

2) 外电场 \vec{E} 的增强,也即工作液流动速度的增大,使放电通道的电流密度增大,由此可提高工作效率。

3) 模型全面又系统地反映了放电通道各参数间的相互关系。

参 考 文 献

- 1 刘玉文. 内齿轮电火花加工技术研究. 重庆大学硕士论文, 1991, 10, 15~22
- 2 李明辉等. 电火花加工理论基础. 北京: 国防工业出版社, 1980