

(14)
79-86

无信号灯交叉路口延误模型 及仿真研究

A Delay Model and Simulation Studies for None-Signaller Intersections

U491.332

张邦礼 刘一武 曹长修
Zhang Bangli Liu Yiwu Cao Changxiu

(重庆大学电子信息工程学院, 重庆, 630044)

何海忠 汪廷华 蒋善宝 袁晓晏
He Haizhong Wang Tinghua Jiang Shanbao Yuan Xiaoyan

(重庆市公安局交通管理研究所, 630010)

A 摘要 在排队论的基础上提出了一个计算车辆在交叉路口的平均排队延误和交叉路口容量的模型, 并分析了转弯流对交叉路口延误的影响, 还给出了仿真结果。

关键词 排队; 仿真; 容量 / 服务时间; 排队长度

中国图书资料分类法分类号 TP13

交叉路口, 车辆交通

ABSTRACT A model based on Queueing Theory was developed for calculating the average queueing delays and the capacities of intersections. And the turning flows influences on the delay were analysed, the simulation results were presented in the article.

KEYWORDS queues; simulation; capacity; service time; queueing length

0 引 言

交叉路口平均排队延误和容量是交通网络流量分配、交通疏导和改进道路设计等的重要指标。许多仿真模型对交叉路口交通的平均延误作过研究, 但是由于仿真模型受到车流随机性的限制, 因此使用范围窄, 并且费时。Lee 和 Savur^[1]根据 TEXAS 仿真模型给出了交叉路口总的进入流和平均延误的关系, 不过它的结果同后来其他研究有出入。HCM (Highway Capacity Manual)^[2]给出不同的交叉路口容量值, 但是对通过交叉路口的流量从0到容量(最大通过量)之间变化时的交通延误没作深入探讨。

根据排队论建立解析模型, 能够解决交通的随机性问题, 在很广的流量范围内估算平均延误, 克服了仿真模型的缺陷。文[3]采用这种模型, 研究无转弯流交叉路口的平均延误和容量, 仿真效果好, 计算速度快。本文将讨论用于无信号灯交叉路口的排队模型的建立, 将之推

* 收文日期 1992-07-07

广到存在转弯流的情况,提出了算法,并对交叉路口在典型的交通状况下的平均排队延误和容量作了仿真研究。

1 基本模型

图1是一个具有四个入口的交叉路口,它的排队模型如图2.在排队论里,这属于多队单服务台的情形,交叉路口本身即为服务台。(图中E、S、W、N分别表示东、南、西、北四个方向,后同)。

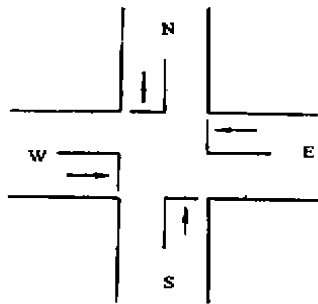


图1 具有四个入口的交叉路口

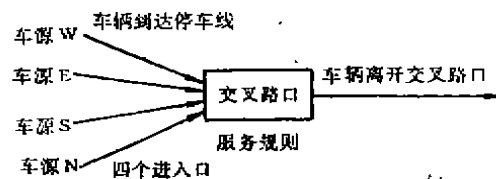


图2 排队模型

假设进入交叉路口的各交通流是平稳的,各入口交通通常服从下面三个假设:

- 1) 在不相重叠的时间区间内的车辆到达数是相互独立的;
- 2) 对充分小的 Δt ,在时间间隔 $[t, t+\Delta t]$ 内有1辆车到达停车线的概率与 t 无关,而约与 Δt 成正比;
- 3) 对充分小的 Δt ,在 $[t, t+\Delta t]$ 内有2辆或2辆以上的车到达停车线的概率很小,以致可以忽略。

因此,各入口车流是泊松流,到达停车线的间隔时间服从负指数分布^[1]。

该模型的服务规则是优先权服务,对四个入口最先到达停车线上的车辆给予优先服务。假设某车到达停车线上,那么从它到达时刻至离开交叉路口这段时间,就是该车辆的服务时间。到达某入口停车线的车辆,如果冲突流停车线上有车等待,根据优先权服务规则,它必须等待冲突流车辆通过交叉路口,因此,它的服务时间包括冲突流的通过时间和自身的通过时间;否则,它以最小允许时间间隔 t_m 跟随该方向前车辆通过交叉路口。

Herbert^[5]给出 t_m 和各入口停车线上车辆的服务时间 t_s 的经验值:

$$t_m = 4 \text{ s} \quad (1)$$

$$t_s = 3.6 + 0.1n \text{ s}, n \text{ 为冲突流车道总数} \quad (2)$$

例如,图1东西入口各为单车道, $n = 2$,因此北(或南)的通过时间是3.8 s。当冲突流有车在停车线上等待时,某入口到达车辆的服务时间应为 $t_{\#} + t_{\text{自}}$,记为 T_c ;相反,服务时间为 t_m 。显然,各入口服务时间的分布是互为影响的,且服从两点分布。

交叉路口的排队模型是 $M/G/1$ (到达间隔时间负指数分布 / 服务时间一般随机分布 / 单服务台), 如果知道各进出口平均服务时间和服务时间的方差, 那么就可以用 P-K 公式和 Little 公式^[1] 计算各进出口的平均排队长度和平均排队延误。

P-K 公式 (Pollaczek-Khintchine):

$$L_s = \rho + \frac{\rho^2 + q^2 \cdot \text{Var}[T]}{2(1 - \rho)} \quad (3)$$

式中, L_s 是进出口的平均排队长度 (包括正在服务的车辆), 即进出口平均等待的车辆数 (单位: 辆). q 是进出口的平均车流量 (辆/s). T 是服务时间 (s). $\text{Var}[T]$ 是服务时间方差 (s^2). ρ 是进出口的利用率, 也称服务强度, 它是该进出口相同时间区间内车辆到达的平均数与能被服务的平均车辆数之比, 亦即该进出口停车线上有车等待的几率. 记平均服务时间 $s = E[T]$.

则有

$$\rho = q \cdot s \quad (4)$$

Little 公式:

$$W_s = L_s / q \quad (5)$$

W_s 为该进出口车辆平均排队延误 (s).

2 平均服务时间和服务时间方差

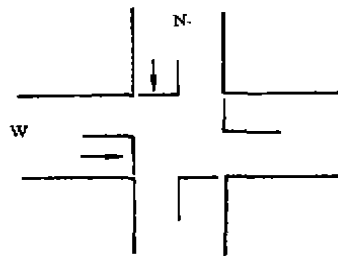


图3 仅北西有车流到达的交叉路口

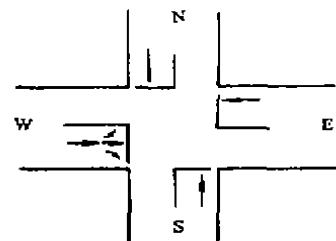


图4 转弯流交叉路口

根据上面的讨论, 进出口 i 的平均服务时间为

$$s_i = t_m (\text{冲突流停车线上无车等待的几率}) + T_c (\text{有冲突车辆等待的几率}) \quad (6)$$

Richardson^[2] 讨论了无转弯流的两种情形, 本文讨论了实际上通常出现的第三种情形, 即存在转弯流的交叉路口. 下面把进出口在服务称为“非空”, 反之称为“空”。

1) 仅北、西进出口有车流到达, 无转弯流 (图3)

北、西进入流互为冲突流, 各进出口非空的概率就是它的利用率, 亦即停车线上有车等待的几率. 由式(6)

$$s_n = t_m \cdot (1 - \rho_w) + T_c \cdot \rho_w \quad (7)$$

$$s_w = t_m \cdot (1 - \rho_n) + T_c \cdot \rho_n \quad (8)$$

根据式(4), 并且式(8)代入式(7), 得到

$$s_n = (q_w \cdot t_m \cdot T_c + t_m - q_w \cdot t_m^2) / [1 - q_w \cdot q_n \cdot (T_c^2 - 2 \cdot t_m \cdot T_c + t_m^2)] \quad (9)$$

同理可得 s_w (式中 $T_c = 7.4$ s).

2) 普通的四路交叉路口, 无转弯流 (图1)

如果任一冲突流停车线上有车等待,则到达车辆必须让道等待。东西有一进口非空几率

$$\rho_{ew} = 1 - (1 - \rho_e)(1 - \rho_w) \quad (10)$$

同理,南北有一进口非空几率

$$\rho_{en} = 1 - (1 - \rho_n)(1 - \rho_e) \quad (11)$$

因此,北进口平均服务时间

$$s_n = l_n \cdot (1 - \rho_{en}) + T_c \cdot \rho_{en} \quad (12)$$

类似可得其它进口的平均服务时间 s_e 、 s_w 和 s_s (式中 $T_c = 7.6$ s)。

如果各进口分别为多车道,车道数分别设为 l_e 、 l_w 、 l_s 和 l_n ,式(10)、(11)应为

$$\rho_{ew} = 1 - (1 - \rho_e/l_e)^{l_e} \cdot (1 - \rho_w/l_w)^{l_w} \quad (13)$$

$$\rho_{en} = 1 - (1 - \rho_e/l_e)^{l_e} \cdot (1 - \rho_n/l_n)^{l_n} \quad (14)$$

此时 T_c 也有变化, $T_c = 7.2 + 0.1(l_e + l_s + l_n + l_w)$ s。

这种情形得不到 s 的直接可算表达式,实际求解采用逐次逼近法。

3) 普通四路交叉口,有转弯流

为简便起见,假设各进口为单车道,且仅西有转弯流,如图4。假设右转、直行、左转占的平均比例分别为 p_{wr} 、 p_{wd} 、 p_{wl} 。右转弯车流同其它车流发生冲突,左转弯车流同东、北车流冲突,直行车流同南、北车流冲突。在这种情形下, T_c 为 7.6 s。

西平均服务时间

$$s_w = p_{wr} \cdot l_w + p_{wd} \cdot s_{wd} + p_{wl} \cdot s_{wl} \quad (15)$$

式中

$$s_{wd} = l_w(1 - \rho_{ew}) + T_c \cdot \rho_{ew} \quad (15 \cdot a)$$

$$\rho_{ew} = 1 - (1 - \rho_e)(1 - \rho_w)$$

$$s_{wl} = l_w(1 - \rho_{en}) + T_c \cdot \rho_{en} \quad (15 \cdot b)$$

$$\rho_{en} = 1 - (1 - \rho_e)(1 - \rho_n)$$

东平均服务时间

$$s_e = l_e \cdot \overline{\rho_{ew,ne}} + T_c \cdot \rho_{ew,ne} \quad (16)$$

式中 $\overline{\rho_{ew,ne}}$ 表示南空、北空且西左空的几率,显然

$$\overline{\rho_{ew,ne}} = (1 - \rho_e)(1 - \rho_n)(1 - \rho_w \cdot p_{wr}) \quad (17)$$

$$\rho_{ew,ne} = 1 - \overline{\rho_{ew,ne}}$$

类似地,可得南、北进口的平均服务时间。

南平均服务时间

$$s_s = l_s \cdot \overline{\rho_{ew,ns}} + T_c \cdot \rho_{ew,ns} \quad (18)$$

式中 $\overline{\rho_{ew,ns}} = (1 - \rho_e)(1 - \rho_w \cdot p_{wr})$; $\rho_{ew,ns} = 1 - \overline{\rho_{ew,ns}}$ 。

北平均服务时间

$$s_n = l_n \cdot \overline{\rho_{ew,ne}} + T_c \cdot \rho_{ew,ne} \quad (19)$$

式中 $\overline{\rho_{ew,ne}} = (1 - \rho_e)(1 - \rho_w \cdot p_{wr}) \cdot (1 - \rho_n \cdot p_{nr})$; $\rho_{ew,ne} = 1 - \overline{\rho_{ew,ne}}$ 。

其它复杂交叉路口,如多转弯流情形,可以通过分析它们的冲突情况,类似得到各进口服务时间的表达式,这里不作赘述。

4) 服务时间方差

各进出口服务时间分布是两点分布

$$P(T) = \begin{cases} p, & \text{当 } T = t_n \\ 1 - p, & \text{当 } T = T_c \end{cases}$$

由 $s = t_n \cdot p + T_c \cdot (1 - p)$, 得

$$p = (T_c - s) / (T_c - t_n)$$

所以方差

$$\begin{aligned} V_w[T] &= t_n^2 \cdot p + T_c^2 \cdot (1 - p) - s^2 \\ &= t_n^2 \cdot (T_c - s) / (T_c - t_n) + T_c^2 \cdot (s - t_n) / (T_c - t_n) - s^2 \end{aligned} \tag{20}$$

3 交叉路口的容量

交叉路口的容量,就是交叉路口的最大通过量.如果进入交叉路口的流量大到使某进出口发生阻塞或延误相当大,我们就认为这时进入交叉路口的总流量就为它的容量(当然不包意外事故等异常情况所造成的阻塞).容量因交通状况(如交叉流比)不同而有所变化.

假设其它进出口平均流量保持不变,某进出口的平均排队延误 D 随平均车流量 q 递增变化,当平均车流量很小时,延误变化缓慢,但当 q 接近某个值 C_1 时, D 急剧增加,趋近 ∞ (如图 5). 设其它进出口平均流量之和为 Q , 则交叉路口的容量为

$$C = Q + C_1 \tag{21}$$

为了说明问题,我们讨论西进出口平均延误的变化情况(图 3). 假设北进入流一定,为 q_n . 将 W_w 对 q_w 求导

$$\frac{dW_w}{dq_w} = \left[1 + \frac{q_w \cdot (T_c + t_n) - q_n^2 \cdot T_c \cdot t_n}{2 \cdot (1 - q_w \cdot s_w)^2} \right] \cdot \frac{ds_w}{dq_w} + \frac{(T_c + t_n) \cdot s_w - T_c \cdot t_n}{2 \cdot (1 - q_w \cdot s_w)^2}$$

类似式(9)

$$s_w = (q_n \cdot t_n \cdot T_c + t_n - q_n \cdot t_n^2) / [1 - q_w \cdot q_n \cdot (T_c - t_n)^2]$$

记 $s_w = a / (1 - b \cdot q_w)$, a, b 是常数, 则

$$\frac{ds_w}{dq_w} = \frac{a \cdot b}{(1 - b \cdot q_w)^2}$$

显然 $ds_w / dq_w > 0$, 则 $dW_w / dq_w > 0$, 即延误曲线是递增的. 当 q_w 很小时, dW_w / dq_w 较小; 当 $q_w \cdot s_w$ 接近 1, 即 q_w 接近 $1 / (a + b)$ 时, 延误变化率相当大, 趋近无穷.

后面的仿真结果(图 6) 验证了延误随流量变化的曲线的上述性质.

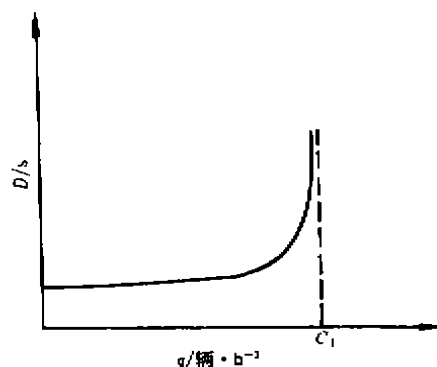


图 5 延误变化示意图

4 算 法

根据上文的讨论,得到下面两组表达式

$$\rho_i = s_i \cdot q_i, i = 1, 2, 3, 4 \text{ (分别表示西、东、北、南进出口)} \quad (22)$$

$$s_i = s_i(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) \quad (23)$$

我们采用逐次逼近法计算各进出口的平均服务时间。

[算法1] 已知各进出口平均流量 q_i 、平均转弯流比和车道数, 计算平均排队长度 L_n 和平均排队延误 $W_n (i = 1, 2, 3, 4)$ 。

- 1° 在 $[t_n, T_n]$ 内取 s_i 的初值;
- 2° 根据式(22) 计算 $\rho_i; s_i^{(0)} \leftarrow s_i$;
- 3° 根据式(23) 计算 s_i ;
- 4° $\sum |s_i - s_i^{(0)}| < 0.01$ 吗? 否, 返回 2°;
- 5° 计算 ρ_i , 方差 V_n , 平均排队长度 L_n ;
- 6° 根据 $W_n = L_n/q_i$, 计算平均排队延误。

假设某进出口流量 q 变化, 当进出口延误大到一定的值, 就认为总的进入流就是交叉路口的容量。根据延误曲线的特性, 我们采用变步长法计算容量。

[算法2] 流量 q_1 变步长, 其它流量 q_2, q_3, q_4 或固定, 或与 q_1 成一定比例关系, 搜索计算交叉路口的容量(单位: 辆/h)。

- 1° 初值 $q_1 \leftarrow 50$, 步长 $\Delta q \leftarrow 50$;
- 2° 确定 q_2, q_3, q_4 , 计算平均排队延误 $W_{n1} \rightarrow m_1$;
- 3° $q_1 \leftarrow q_1 + \Delta q$, 确定 q_2, q_3, q_4 , 计算 $W_{n1} \rightarrow m_2$;
- 4° 改变步长 Δq . 记 $f = (m_2 - m_1)/\Delta q$, 若 $f < 0.01$, 取 $\Delta q = 50$; 若 $0.01 \leq f < 0.1$, 取 $\Delta q = 20$; 若 $0.1 \leq f < 1$, 取 $\Delta q = 10$; 否则, 取 $\Delta q = 5$;
- 5° $m_1 \leftarrow m_2$;
- 6° 如果 $m_2 < 300$ (秒), 返回 3°;
- 7° 容量 $C = q_1 + q_2 + q_3 + q_4$ 。

作者用 Turbo C 语言在 IBM PC28 上对上述算法进行了仿真试验, 它们可作为子程序被用来仿真各种交通状况下的交叉路口。

5 仿真研究

在服务水平 $C^{[3]}$ 的车流情况下, 几种交叉流比(东西进出口流量与南北进出口流量之比)对应的东西口和南北口平均排队延误的计算结果见表 1 第 3 项, 第 4 项参考值摘自[3], 后者估算了车流的加减速延误, 因此值略大。当冲突流的大小相近, 加减速延误很小, 两项值很接近。

表 1 四路交叉路口在服务水平 C 的延误

交叉流比	总进入流(辆/h)	延误(s)	参考值(s)
50/50	1,200	23.95/23.95	24.4/24.4
55/45	1,140	23.22/21.09	24.3/23.1
60/40	1,080	21.95/19.05	23.9/22.2
65/35	1,010	20.00/17.38	22.7/20.0
70/30	960	18.49/16.29	21.9/19.8

表 2 是几种交叉流比对应的交叉路口容量的仿真结果(第 2 项),第 3 项参考值也引自 [3],两项值非常一致。当交叉流比为 1 或某两相向流为 0 时,交叉路口的容量达到最大,交叉流比为 80/20 时,估计交叉路口的容量最小。

表 2 四路交叉路口的容量

交叉车流比	容量(辆/h)	参考值(辆/h)
50/50	1890.00	1,900
70/30	1570.00	1,560
80/20	1522.50	1,520
90/10	1576.67	1,570
100/0	1800.00	1,800

当某进口口的平均流量发生变化,它的平均排队延误是递增的曲线,并当平均流量接近某值时,延误曲线迅速上升,趋近 ∞ ,见图 6。例如,当东、西流量分别为 300 辆/h 时,这个值大约是 500 辆/h,此时交叉路口的容量大约是 $500 \times 2 + 300 \times 2 = 1600$ 辆/h。从图 6 可以看出,西进口口的平均排队延误也是南北流的函数,当南北流增大,西延误曲线向左上移动,但是,当南北流分别大到 400 辆/h 以后,它们的影响就几乎不变了,相向流东车流的大小对西延误也有影响(图 7),当东车流从 0 到 600 辆/h 变化时,西延误曲线有所变化,不过这种影响很小,以致可以忽略。

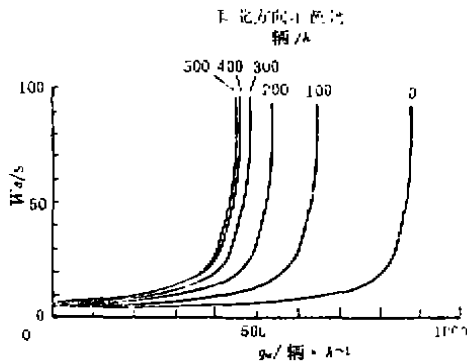


图 6 西进口口的平均排队延误曲线

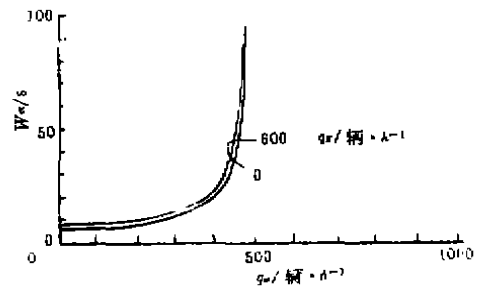


图 7 东车流对西平均延误的影响 (南、北进入流各为 300 辆/h)

图 8 是转弯比对平均排队延误的影响的仿真结果。当右转弯率增大,系统(指进口)的延误要减小。左转弯比起右转弯来说,要增大系统的延误,但未必超过直行对延误的贡献。设右转弯率为 30%,在 R 曲线上对应左转弯率为 35%,直行率为 35%,延误是 9.2s;在 L 曲线上对应左转弯率为 40%,直行率为 30%,延误是 9.1s,即相同右转弯率情况下,左转弯率占 40% 比左转弯率占 35% 的延误仅多 0.2s。实际上,冲突流的大小不同,这种影响也有变化,如直行的冲突流较大,那么它造

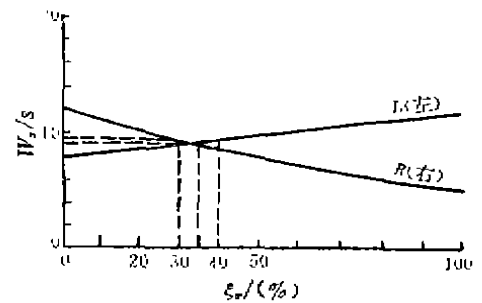


图 8 左、右转弯比变化对平均延误的影响(各进入流为 300 辆/h,假设左转弯比变化,则右转、直行各占剩余比例的一半,对右转弯比变化类似)

成的延误就要大。一般,存在转弯流要降低系统的延误,特别是在右转弯占较大比例的时候。

6 结 论

交通在交叉路口的平均排队长度、延误和交叉路口的容量的计算,对交通流分配、疏导都有重要意义。本文模型简便,运算速度快,对无转弯流交叉路口的仿真结果同一些文献上的结果非常吻合。由于在转弯流情形下缺少实验数据,因此进一步的工作是在存在转弯流的情况下对模型的检验和修正。

参 考 文 献

- 1 C. E. Lee, V. S. Savur. Analysis of Intersection Capacity and Level of Service by Simulation. Transportation Research Record 699, TRB, National Research Council, Washington, D. C. 1979, 34~41
- 2 Special Report 209. Highway Capacity Manual, TRB, National Research Council, Washington, D. C. 1985
- 3 Anthony J. Richardson. A Delay Model for Multiway Stop-Sign Intersections. In Transportation Research Record 1112, TRB, National Research Council, Washington, D. C. 1990, 107~114
- 4 李维铮等. 运筹学. 北京:清华大学出版社, 1982: 365~368
- 5 J. Herbert. A Study of Four-Way Stop Intersection Capacities. Highway Research Record 27. HRB, National Research Council, Washington, D. C. , 1963, 130~147