

90 66

极点配置自校正鲁棒控制算法

The Algorithm of Pole-Assignment Self Tuning Robust Control

杨永臻
Yang Yongzhen

王志和
Wang Zhiho

(重庆大学电子信息工程学院, 重庆, 630044)

TP273.3

摘要 从极点配置自校正控制和鲁棒估计与控制相结合的角度出发, 研究出一种当输入信号和对象参数在较大范围内变化时有较好鲁棒性能的控制算法。并通过仿真对算法的有效性进行了验证。

关键词 极点配置; 自适应控制; 鲁棒控制

中国图书资料分类法分类号 TP273.3

ABSTRACT An control algorithm with good robustness has been developed, based on the combination of pole-assignment self-tuning control algorithm with robust estimation and control algorithms, while the input signal and process parameters are varied on a large scale. The design of controller based on presented algorithm is simple, with good robustness for parameter changes and a strong ability for overcoming determined disturbance. The simulating research results proved the effectiveness of the pole-assignment self-tuning robust control algorithm.

KEYWORDS pole-assignment; adaptive control; robust control

0 引言

近期以来, 具有自校正性能的控制器在应用方面取得了进展, 原因之一是随着自校正控制研究的深入, 人们在鲁棒性分析的基础上, 对自校正鲁棒控制器进行了有一定成效的研究工作^[1]。当前, 鲁棒控制研究主要集中于在有扰动和建模误差的情况下, 使控制系统具有良好的运行性能。尽管鲁棒自适应控制仍有较多的问题需要探索^[2], 但将自校正控制和鲁棒控制连系起来设计自校正鲁棒控制器, 已被考虑为一种有实用价值的研究方案。基于上述认识, 从自校正控制和鲁棒控制相结合的策略出发, 提出了一种极点配置自校正鲁棒控制算法。研究目标是在保证闭环系统稳定, 参数估计迅速、准确地跟踪系统参数变化的同时, 力求有效地提高设定值跟踪和抑制扰动的鲁棒控制性能。

1 极点配置自校正鲁棒控制算法

算法的基本策略是: 利用鲁棒控制器的结构和设计思想提高控制系统的鲁棒性; 利用自

校正方法提高可用低阶系统拟合的结构已知、参数未知或时变系统的控制适应性。

1.1 鲁棒控制器

鲁棒控制器的结构如图 1 所示。

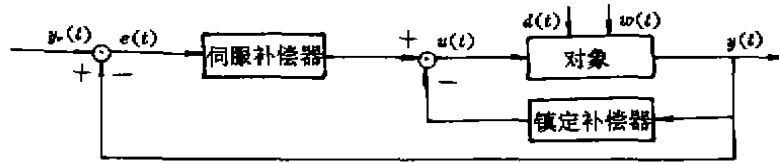


图 1 鲁棒控制器结构框图

图中 $y_r(t)$ 、 $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别为参考输入、控制量和输出量； $d(t)$ 和 $w(t)$ 分别为加在系统上的确定性不可测干扰和随机干扰。

伺服补偿器和镇定补偿器的脉冲传递函数分别设定为：

$$W_1(q^{-1}) = \frac{E(q^{-1})}{D(q^{-1})}; \quad W_2(q^{-1}) = \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})} \quad (1)$$

其中 $D(q^{-1})$ 满足

$$D(q^{-1})(\cdot) = 0 \quad (2)$$

上式中的 (\cdot) 代表 $y_r(t)$ 和 $d(t)$ ， $D(q^{-1})$ 较易选取。

$E(q^{-1})$ 为伺服补偿器的分子多项式，可结合以下三点人为选定：

- 1) $E(q^{-1})$ 和 $D(q^{-1})$ 互质；
- 2) $\deg[E(q^{-1})] \leq \deg[D(q^{-1})]$ ；
- 3) $E(q^{-1})$ 一般选为低阶稳定多项式。

$F(q^{-1})$ 和 $G(q^{-1})$ 分别为镇定补偿器的分母、分子多项式。镇定补偿器位于反馈内环，其取值可视闭环配置的情况而定。

通常，伺服补偿器综合了所有外加确定性信号的模，就象利用积分环节克服恒值干扰一样，只要外加确定性干扰的模被伺服补偿器所综合，则这种干扰就将被鲁棒控制器予以克服。镇定补偿器起到闭环反馈的作用，它的存在不仅可使系统渐近稳定，而且为获得良好的动态特性奠定了基础。

1.2 极点配置自校正控制器

极点配置自校正控制以其有效、直观和工程意义清晰，以及不需时延的精确知识等特点而受到了重视。约束极点的位置是提高鲁棒性的有效方法^[3]。良好设计的极点配置自校正控制器，可在具有一定稳定裕度的同时，获得适当的响应速度。下面给出主要算式：

设图 1 中的对象模型用 ARMAX 模型描述，即：

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + H(q^{-1})d(t) + C(q^{-1})w(t) \quad (3)$$

其中， $y(t)$ 、 $u(t)$ 、 $d(t)$ 和 $w(t)$ 的符号意义如前述。 $A(q^{-1})$ 、 $B(q^{-1})$ 、 $H(q^{-1})$ 和 $C(q^{-1})$ 均为时滞因子 q^{-1} 的多项式，各自的阶次为 n_a 、 n_b 、 n_h 和 n_c 。 d 为时滞时间，假定已知 $\min(d) = d_1$ 和 $\max(d) = d_2$ ，则式(1.3)可改写为：

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d_1}B'(q^{-1})u(t) + H(q^{-1})d(t) + C(q^{-1})w(t) \quad (4)$$

其中 $B'(q^{-1}) = q^{-d+d_1}B(q^{-1})$ 称为扩展 $B(q^{-1})$ 多项式。 $B'(q^{-1})$ 的阶次可设定为 $n_b + d_2 - d_1$ 。当 $d = d_1$ 时， $B'(q^{-1})$ 多项式的后 $d_2 - d_1$ 项的系数为零；当 $d = d_2$ 时， $B'(q^{-1})$ 多项式的前

$d_2 - d_1$ 项的系数为零; 当 $d_1 < d < d_2$ 时, 则 $B'(q^{-1})$ 多项式的前后各有几项系数为零。

设系统误差 $e(t) = y_r(t) - y(t)$. 由图 1 并考虑式(4), 可得

$$u(t) = \frac{E(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) - \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y(t) \quad (5)$$

$$A(q^{-1})y(t) = \frac{q^{-d_1}B'(q^{-1})E(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) - \frac{q^{-d_1}B'(q^{-1})G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y(t) + H(q^{-1})d(t) + C(q^{-1})w(t) \quad (6)$$

化简式(6), 并注意到 $D(q^{-1})d(t) = 0$, 得到

$$[A(q^{-1})D(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d_1}B'(q^{-1})E(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d_1}B'(q^{-1})D(q^{-1})G(q^{-1})]y(t) = q^{-d_1}B'(q^{-1})E(q^{-1})F(q^{-1})y_r(t) + C(q^{-1})D(q^{-1})F(q^{-1})w(t) \quad (7)$$

根据极点配置设计原理, 令

$$F(q^{-1})[A(q^{-1})D(q^{-1}) + q^{-d_1}B'(q^{-1})E(q^{-1})] + q^{-d_1}B'(q^{-1})D(q^{-1})G(q^{-1}) = T(q^{-1}) \quad (8)$$

其中, $T(q^{-1})$ 为期望的闭环特征多项式. 将式(8)代入式(7), 得

$$y(t) = \frac{q^{-d_1}B'(q^{-1})E(q^{-1})F(q^{-1})}{T(q^{-1})}y_r(t) + \frac{C(q^{-1})D(q^{-1})F(q^{-1})}{T(q^{-1})}w(t) \quad (9)$$

将式(9)代入式(5), 整理得

$$u(t) = \frac{A(q^{-1})E(q^{-1})F(q^{-1})}{T(q^{-1})}y_r(t) - \frac{C(q^{-1})[D(q^{-1})G(q^{-1}) + E(q^{-1})F(q^{-1})]}{T(q^{-1})}w(t) \quad (10)$$

为了使式(8)有唯一解, 其阶次关系应为:

$$\deg F(q^{-1}) = \deg B'(q^{-1}) + \deg D(q^{-1}) + d_1 - 1$$

$$\deg G(q^{-1}) = \max[\deg A(q^{-1}) + \deg D(q^{-1}) - 1, \deg B'(q^{-1}) + \deg E(q^{-1}) + d_1 - 1]$$

$$\deg T(q^{-1}) = \deg B'(q^{-1}) + \deg D(q^{-1}) + \deg G(q^{-1}) + d_1 - 1$$

1.3 极点配置自校正鲁棒控制算法的定性分析

对于任一由 ARMAX 模型所表达的被控系统来说, 如果设置一个控制器, 使得闭环系统稳定, 而且渐近调节, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lim e(t) = 0$; 当系统参数发生变化时, 将有 $A \rightarrow A + \delta A$, $B \rightarrow B + \delta B$, $C \rightarrow C + \delta C$, 这时如若存在一个数 $\epsilon > 0$, 对所有的 $\delta A \in \Omega_\epsilon$, $\delta B \in \Omega_\epsilon$, $\delta C \in \Omega_\epsilon$, 使闭环系统保持稳定, 如果输出仍能渐近调节, 且当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lim e(t) = 0$, 则这种控制器将被视为鲁棒控制器。

由前已知, 未加扰动的系统

$$u(t) = \frac{E(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) - \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y(t)$$

$$e(t) = y_r(t) - y(t)$$

有参数扰动的系统

$$(A(q^{-1}) + \delta A(q^{-1}))y'(t) = q^{-d}(B(q^{-1}) + \delta B(q^{-1}))u'(t) + C(q^{-1})w(t) + H(q^{-1})d(t) \quad (11)$$

$$u'(t) = \frac{E(q^{-1})}{D(q^{-1})}e'(t) - \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y'(t) \quad (12)$$

$$e'(t) = y_r(t) - y'(t) \quad (13)$$

比较两种系统后,得误差方程

$$A(q^{-1})y(t) + \delta A(q^{-1})y'(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + q^{-d}\delta B(q^{-1})u'(t) \quad (14)$$

$$u(t) = -\frac{B(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) + \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y(t) \quad (15)$$

其中

$$u(t) = u'(t) - u(t); \quad y(t) = y'(t) - y(t) \quad (16)$$

由(11)和(12)得

$$\begin{aligned} & (A(q^{-1}) + \delta A(q^{-1}))y'(t) \\ & = q^{-d}(B(q^{-1}) + \delta B(q^{-1})) \left[\frac{B(q^{-1})}{D(q^{-1})}(y_r(t) - y'(t)) - \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y'(t) \right] \\ & \quad + C(q^{-1})w(t) + H(q^{-1})d(t) \end{aligned} \quad (17)$$

即

$$\begin{aligned} & \{ [F(q^{-1})(A(q^{-1}) + \delta A(q^{-1}))D(q^{-1}) + q^{-d}(B(q^{-1}) + \delta B(q^{-1}))E(q^{-1})] \\ & \quad + q^{-d}(B(q^{-1}) + \delta B(q^{-1}))G(q^{-1})D(q^{-1}) \} y'(t) \\ & = q^{-d}(B(q^{-1}) + \delta B(q^{-1}))E(q^{-1})F(q^{-1})y_r(t) + D(q^{-1})F(q^{-1})C(q^{-1})w(t) \end{aligned} \quad (18)$$

令上式中 $y'(t)$ 的系数多项式为 $T(q^{-1}) + \delta T(q^{-1})$, 并将其设定为稳定的多项式, 则有

$$y'(t) = \frac{q^{-d}(B(q^{-1}) + \delta B(q^{-1}))E(q^{-1})F(q^{-1})}{T(q^{-1}) + \delta T(q^{-1})} y_r(t) + \frac{D(q^{-1})F(q^{-1})C(q^{-1})}{T(q^{-1}) + \delta T(q^{-1})} w(t) \quad (19)$$

适当选取多项式 $T(q^{-1}) + \delta T(q^{-1})$, 可以将参数变化转换成确定性扰动而加以克服, 从而当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lim y'(t) = 0$ 或 $\lim e(t) = 0$.

作者已将本算法推广到广义最小方差极点配置自校正鲁棒控制, 特点是考虑了二次型性能指标. 仿真研究证实了后者对随机噪声的抑制能力增强, 但鲁棒性略逊于前者.

2 改进型参数估计算法

自校正鲁棒控制是一类根据确定性等价原理将鲁棒控制和鲁棒估计相结合的控制方案. 迄今, 在自校正控制系统中使用最多的参数估计方法, 当属渐消记忆最小二乘递推算法. 为了提高估计器的适用性和可靠性, 已经出现了多种修正算法, 例如, 变遗忘因子法、协方差阵重置法和二级估计器法等. 本节主要讨论作者在总结前人工作的基础上, 从鲁棒估计出发提出的一种改进型参数估计算法.

研究表明, 在参数跳变情况下, 使用变遗忘因子 $\lambda(t)$ 法, 可加快参数收敛, 但是, 随着 $\lambda(t)$ 减小, 协方差阵 $p(t)$ 增大, 噪声的存在可能引起参数估值波动. 如果令 $\lambda(t)$ 在参数估计值收敛的同时, 使其迅速趋近于 1, 则上述情况就可得到改善, 虽然有可能出现数据饱和现象, 但可通过周期性地重置 $p(t)$ 阵而得到克服. 本文对参数估计方法进行了改进, 特点是当参数快变时, 令变遗忘因子法起主导作用, 而当参数慢变时, 则使用附加重置 $p(t)$ 功能的最小二乘法. 下面列出主要算式:

1) 变遗忘因子参数估计算法

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + \frac{p(t-2)\varphi(t-d)[y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)]}{\lambda(t-1) + \varphi^T(t-d)p(t-2)\varphi(t-d)} \\ w(t-1) &= \frac{1}{\lambda(t-1)} \left[p(t-2) - \frac{p(t-2)\varphi(t-d)\varphi^T(t-d)p(t-2)}{\lambda(t-1) + \varphi^T(t-d)p(t-2)\varphi(t-d)} \right] \\ \lambda(t) &= 1 - \frac{y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)}{\lambda(t-1) + \varphi^T(t-d)p(t-1)\varphi(t-d)} \alpha^\sigma \\ p(t-1) &= w(t-1), \text{ 当 } \text{trace}[w(t-1)] \leq C \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

其中, $\alpha = \frac{\sigma}{\sigma}$, α 为一小常数, σ 为噪声方差。

2) 设令

$$|y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)| < \tau_1 \quad (21)$$

当式(21)成立时, 关闭辨识器, 同时置 $P(t-1) = K, I$, 其中 $0 < K_{\min} < K_i \leq K_{\max} < \infty$, τ_1 是一适当小的常数。即当参数估值接近真值时, 关闭辨识器, 同时重置 $p(t)$ 阵。

3) 设令

$$|y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)| \leq \tau_2 \quad (22)$$

如在关断估计器的情况下, 又满足式(22), 则重新开启估计器。其中 $\tau_2 > \tau_1$, 这时表明由参数漂移或慢变导致参数估值偏离真值, 则应开启估计器进行参数跟踪。

当参数发生较大变化时, 条件 2) 和 3) 有可能均得不到满足, 则应投入变遗忘因子算法, 参数将快速收敛。如果参数连续快速变化, 则 $p(t-1)$ 阵将保持较大值, 估值会及时地跟踪参数变化。这是一种引入停估条件的变遗忘因子算法。达到一定精度时估计器停估, 修正措施中要求 $\tau_1 < \tau_2$, 目的在于停估后为系统留有一定余地, 只要系统在允许范围内漂移, 就不重新修正参数。

3 数字仿真研究

利用数字仿真技术研究自校正鲁棒控制算法, 可以更直观地说明算法的有效性, 因为任何一种实时控制对象, 对鲁棒性的考核都有其实际的客观局限性。

仿真时, 模型参数是通过辨识得到的。为了便于比较, 输入信号均采用幅值为 1 和 3、周期为 $80T$ (T 为采样周期) 的方波信号。恒值输入信号的幅值均取为 2。随机噪声 $w(t)$ 设定为:

$$w(t) = (-2 \ln R(t-1))^{1/2} \sin(2\pi R(t)) \quad (23)$$

噪声方差取为 0.1^2 , T 设定为 1 s。

3.1 仿真模型

1) 稳定的二阶非最小相位系统

$$G(s) = -\frac{5(0.5s-1)}{(10s+1)(s+1)} \quad (24)$$

2) 不稳定的二阶最小相位系统

$$G(s) = \frac{5}{(10s-1)(s+1)} \quad (25)$$

3) 三阶系统

$$G(s) = \frac{5}{(s+1)(s^2+30s+229)} \quad (26)$$

3.2 仿真结果曲线

1) 稳定的二阶非最小相位系统跟踪方波信号时的仿真曲线(图 2):

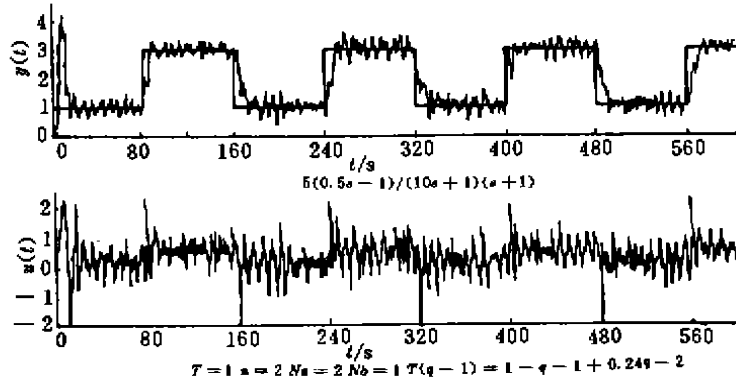


图 2 二阶系统跟踪方波仿真曲线

2) 不稳定的二阶系统, 当时间常数在运行过程中发生突变时的仿真曲线(图 3):

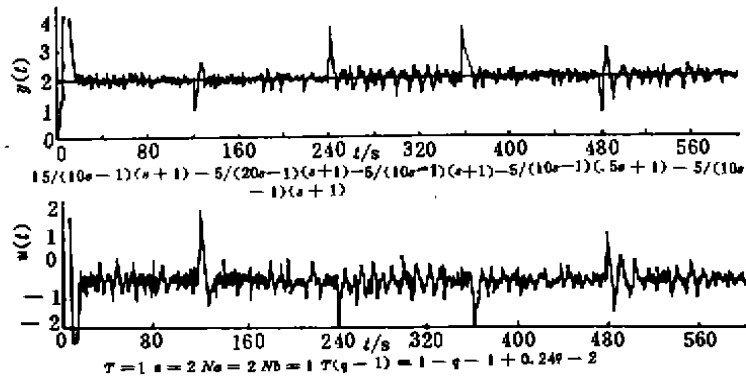


图 3 二阶系统时间常数突变时的仿真曲线

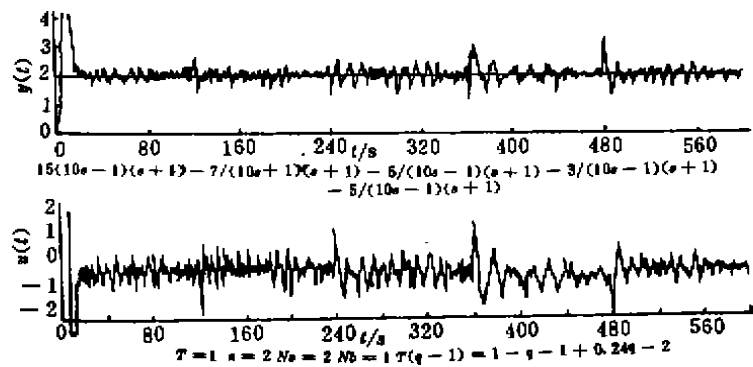


图 4 二阶系统时间常数突变时的仿真曲线

仿真时设令时间常数的变化为:

$$\frac{5}{(10s-1)(s+1)} \rightarrow \frac{5}{(20s-1)(s+1)} \rightarrow \frac{5}{(10s-1)(s+1)} \rightarrow \frac{5}{(10s-1)(0.5s+1)} \rightarrow \frac{5}{(10s-1)(s+1)}$$

3) 不稳定的二阶系统, 当过程增益在运行中发生突变时的仿真曲线(图 4); 仿真时设令过程增益的变化为:

$$\frac{5}{(10s-1)(s+1)} \rightarrow \frac{7}{(10s-1)(s+1)} \rightarrow \frac{5}{(10s-1)(s+1)} \rightarrow \frac{3}{(10s-1)(s+1)} \rightarrow \frac{5}{(10s-1)(s+1)}$$

4) 三阶系统跟踪方波信号时的仿真曲线(图 5):

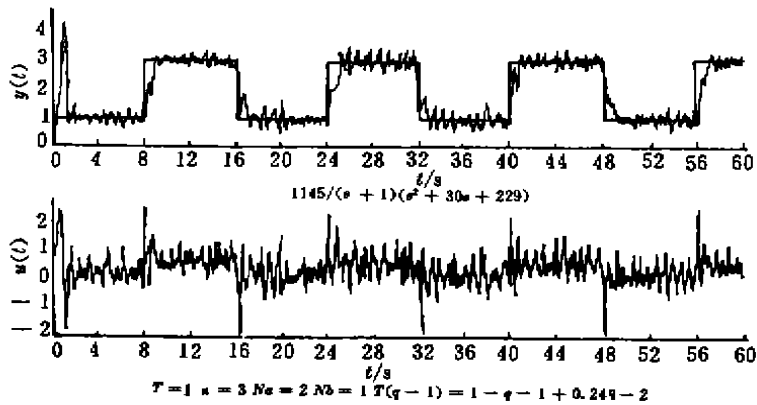


图 5 三阶系统仿真曲线

数字仿真研究结果表明: 本文提出的算法对模型参数的变化不敏感, 输出量 $y(t)$ 能够在很短时间内得到控制; 对确定性扰动有较强的抑制能力; 能较快地跟踪设定值的变化。因为所加的噪声方差较大, 仿真曲线有一定的波动是在情理之中的。

4 结束语

本文从极点配置自校正控制和鲁棒控制与鲁棒估计相结合的角度出发, 以实用为目的, 研究当输入信号和对象参数在较大范围内变化时有较好鲁棒性能的控制方案。数字仿真研究结果, 证实了所提算法对设定值跟踪、过程参数突变和确定性不可测扰动均有良好的控制性能——鲁棒性。

参 考 文 献

- 1 袁著祉等. 鲁棒自校正控制器的某些进展, 控制理论与应用, 1992, 9(1)
- 2 Ortega R, Tang T. Robustness of adaptive controller—A survey, Automatica, 1989, 25, (5)
- 3 Soh Y C. Robust pole placement for uncertain interval systems, IEE proc. pt. D, 1989, 136(6)