

# 临界增益与临界振荡周期的一种估计方法\*

28 / 62

## An Estimating Method of Ultimate Gain and Ultimate Period

孙 隽 华  
Sun Dihua

刘 卫 宁  
Liu Weining

TP273.2

(重庆大学电子信息工程学院, 重庆, 630041)

**摘 要** 基于被控过程阶跃响应的特征面积, 提出了一种估计临界增益和临界振荡周期的方法, 并将其应用于自整定 PID 控制上, 数字仿真的结果证实了方法的有效性。

**关键词** 参数估计; PID 控制; 自适应控制, 数字仿真

中国图书资料分类法分类号 TP273.24

**ABSTRACT** At tuning PID controller, ultimate gain  $K_u$  and ultimate period  $T_u$  of the process are usually the desired parameters. To lessen disturbance of tuning action and avoid to drive the system to the verge of instability, a new estimating method of  $K_u$  and  $T_u$  is developed, which based on the characteristic areas of the unit step response of the process. By this method, it is easy for auto-tuning PID controller with Ziegler-Nichols like tuning formula. Results of digital simulation show that this method is effective.

**KEYWORDS** parameters estimation; PID control; adaptive control

## 0 引 言

PID 控制器优良性能的发挥主要依赖于对 PID 控制参数进行良好的整定。多年来,人们从不同的角度出发提出了许多 PID 控制器参数的整定方法,但实际中应用最广泛的仍然是 Ziegler-Nichols 提出的以过程临界增益和临界振荡周期为基础的整定方法<sup>[1]</sup>或在此基础上的改进方法,如近年由 C. C. Hang 及 K. J. Astrom 等人提出的 RZN 整定公式等<sup>[2]</sup>。该类整定方法必须使用过程的临界增益和临界振荡周期,因而在进行 PID 参数整定前必须首先对过程的临界增益  $K_u$  和临界振荡周期  $T_u$  作出估计。传统的方法是让系统工作于临界振荡的状态,由此获取  $K_u$  和  $T_u$ 。这种估计的方法对被控过程的干扰大,在很多情况下,工艺要求不允许对过程进行这样的振荡实验,给 PID 参数整定造成困难。

实际生产过程中经常有参数时变和非线性的工艺过程,对这样的过程,要求系统能经常地根据过程的变化重新整定 PID 参数,以维持较高的控制品质。此时采用前述的振荡实验方法来估计  $K_u$  和  $T_u$  很不方便。自 1981 年以来,市场已推出了几种自整定 PID 控制器,这些自整

\* 收文日期 1994-07-07

定PID控制器中,多数仍是采用以Ziegler-Nichols整定公式为基础的整定方法,它们自动估计 $K_c$ 和 $T_c$ 的方法主要有继电反馈法<sup>[3]</sup>和相关测试法<sup>[4]</sup>等,但前者在整定时对系统仍存在持续振荡扰动,而后者则计算量较大且存在数值问题。

笔者提出一种新的估计临界增益 $K_c$ 和临界振荡周期 $T_c$ 的方法,它通过过程的脉冲响应或阶跃响应去估计 $K_c$ 和 $T_c$ ,不仅适用于常规PID控制,也便于在自整定PID控制器中应用。

## 1 过程的特征参数

首先我们引入Nishikawa等人提出的阶跃响应特征面积的概念<sup>[5]</sup>,特征面积是过程的一个特征参数,它在一定程度上反映了过程的动态和静态特性。

设某自衡过程的脉冲响应为 $g(t)$ ( $t > 0$ ),则其单位阶跃响应 $p(t)$ 可由下式给出:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{g(t)}{U \cdot t} & 0 < t < a \\ \frac{g(t)}{U \cdot a} + p(t-a) & t > a \end{cases} \quad (1)$$

式中 $p(t)$ 为单位阶跃响应; $g(t)$ 为脉冲响应; $U$ 为脉冲幅值; $a$ 为脉冲宽度; $t$ 为时间。过程的静态增益 $K_p$ 由单位阶跃响应的终值给出:

$$K_p = p(\infty) \quad (2)$$

这样,过程的特征面积 $S_T$ 和 $S(t)$ 可分别定义为:

$$S_T = \int_0^{\infty} [p(\infty) - p(v)] dv \quad (3)$$

$$S(t) = \int_0^t p(v) dv \quad (4)$$

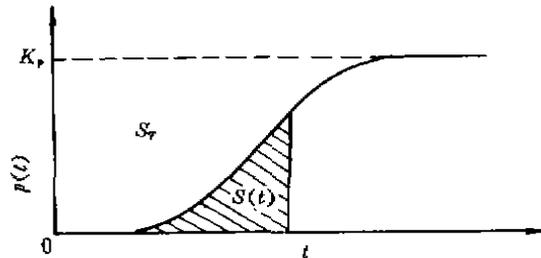


图1 自衡过程单位阶跃响应的特征面积

从(3)及(4)式,我们再定义过程的特征时间 $t_w$ 及特征面积比 $b$ 为:

$$t_w = \frac{S_T}{K_p} \quad (5)$$

$$b = \frac{S(t_w)}{S_T} \quad (6)$$

对于过程开环传递函数结构为(7)式的过程

$$G_o(s) = \frac{K_p \exp(-Ls)}{\prod_{j=1}^n (1 + T_j s)} \quad (7)$$

可计算出特征时间,  $t_c = \sum_{j=1}^n T_j + L$  (8)

特征面积比  $b$  的值随着阶数  $n$  和纯时滞  $L$  的减小而增大, 当  $n = 1, L = 0$  时达到其最大值<sup>[6]</sup>:  $b_{max} = 0.368$

在已知过程的阶跃响应或脉冲响应的情况下, 上述过程的特征参数可通过积分计算获得, 非常简单、有效, 这样将大大降低过程及测量噪声给参数估计带来的误差, 而由数值积分带来的截断误差相比之下非常微小, 可以忽略。

## 2 临界增益与临界振荡周期的估计

过程的临界增益与临界振荡周期取决于过程的动态和静态特性, 过程的特征参数也在一定程度上反映了过程的这种特性, 因此, 我们认为过程的临界增益和临界振荡周期与过程的特征参数之间必定存在着某种内在关系。对于这种内在关系, 如果采用理论分析的方法, 在过程阶数较低, 且不存在纯时滞时, 可推导出过程临界增益及临界振荡周期与特征参数  $b$  及  $t_c$  之间的解析关系, 但这种解析关系将随模型结构的差异而不同, 得出的结论缺乏通用性。此外, 对一般工业过程中出现较多的高阶过程, 特别是带纯时滞的过程, 这种解析关系的推导将十分复杂甚至不可能。因而, 采用理论分析的方法来推导这种关系显然是不可取的。

为了寻求一种通用且具有实用价值的方法, 本文借鉴 K. J. Astrom 等人的研究<sup>[6]</sup>, 提出采用实验近似的工程方法来求取过程的临界增益和临界振荡周期与过程的特征参数之间的关系。我们使用了由 K. J. Astrom 等人提出的三种典型过程<sup>[6]</sup> 作为研究对象, 这些典型过程在很大程度上覆盖了过程工业中通常采用 PID 控制的对象的动态特性。

$$\text{过程 1} \quad G(s) = \frac{e^{-ds}}{(1+s)^2} \quad (9)$$

$$\text{过程 2} \quad G(s) = \frac{1}{(1+s)^n} \quad (10)$$

$$\text{过程 3} \quad G(s) = \frac{1-as}{(1+s)^2} \quad (11)$$

为方便起见, 不失一般性, 我们让过程的临界增益  $K_c$  与临界振荡周期  $T_c$  在过程 1 中随纯时滞  $d$  变化 ( $0.1 \leq d \leq 3$ ), 在过程 2 中随阶数  $n$  变化 ( $3 \leq n \leq 20$ ), 在过程 3 中随系数  $a$  变化 ( $0 \leq a \leq 2$ )。大量分析、实验和仿真研究表明, 过程的临界增益和临界振荡周期与过程的特征参数密切相关。

图 2 给出了过程临界增益  $K_c$  和过程静态增益  $K_s$  的乘积  $K_c K_s$  与特征面积比  $b$  之间的关系, 这种关系可通过下式近似计算:

$$K_c K_s = \frac{9 + 35b}{14 - 50b} \quad (12)$$

另一方面, 如果我们定义参数  $h$  为:

$$h = \frac{(9 - 33b) \cdot t_c}{10 - 33b} \quad (13)$$

则临界振荡周期  $T_c$  与参数  $h$  近似成线性关系, 如图 3 所示。这种关系可近似为:

$$T_c = 2.3h \quad (14)$$

当已知过程的阶跃响应或脉冲响应时, 通过计算过程的特征时间  $t_c$  和特征面积比  $b$ , 即

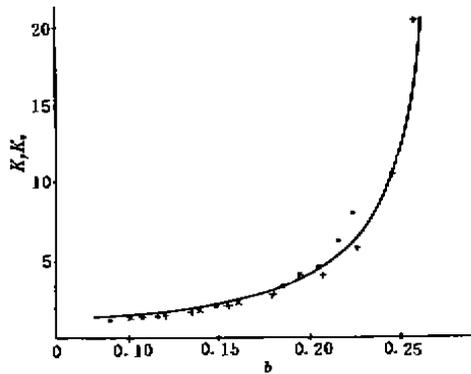


图 2  $K_c, K_r$  与特征面积比  $b$  之间的关系

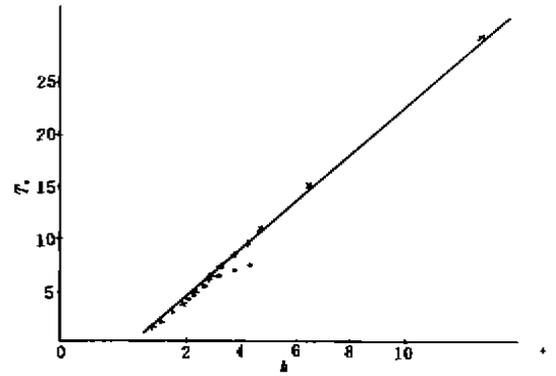


图 3  $T_c$  与  $b$  之间的关系

+ 过程 1 ( $0.1 \leq d \leq 3$ ); × 过程 2 ( $3 \leq n \leq 20$ ); • 过程 3 ( $0 \leq a \leq 2$ ); —— 近似

可从 (12)、(13)、(14) 式估计过程的临界增益和临界振荡周期, 进而根据相应的整定公式整定 PID 控制参数。

### 3 仿真研究

为验证上述临界增益及临界振荡周期估计方法的有效性, 我们将其用于自整定 PID 控制器进行仿真研究, 使用的整定规则为 C. C. Hang 和 K. J. Astrom 等人 1991 年提出的修正 Ziegler-Nichols 整定公式 RZN<sup>[2]</sup>, 被控对象除典型过程 1 及过程 3 外, 另选用了 R. Isermann 使用的一实际过程控制模型<sup>[7]</sup> 过程 4。

过程 4

$$G(s) = \frac{(1 + 13.81s)^2(1 + 18.4s)}{(1 + 59s)^5} \quad (15)$$

表 1 给出了上述过程的仿真结果。

表 1 RZN 自整定 PID 控制器的仿真结果

过 程	$\hat{K}_c$	$\hat{T}_c$	$K_c$	$T_c$	$T_d$	$ISE_1$	$ISE_2$
过程 1 $d = 0.5$	4.017	3.094	2.41	1.95	0.49	0.463	11.69
过程 1 $d = 1.0$	2.589	5.213	1.55	2.61	0.65	1.496	16.79
过程 1 $d = 2.0$	1.712	7.456	1.02	2.82	0.71	4.201	27.02
过程 3 $a = 0.5$	2.751	6.065	1.65	3.03	0.76	1.511	18.50
过程 3 $a = 1.0$	1.888	7.380	1.13	3.12	0.78	3.522	24.97
过程 4	2.321	418.9	1.01	205	63.2	22.85	139.1

表中  $ISE_1$  和  $ISE_2$  分别为对负载扰动和对设定值扰动的误差平方积分性能指标, 其整定的效果是令人满意的。

由于篇幅所限, 我们仅给出过程 4 的仿真曲线, 如图 4 所示。

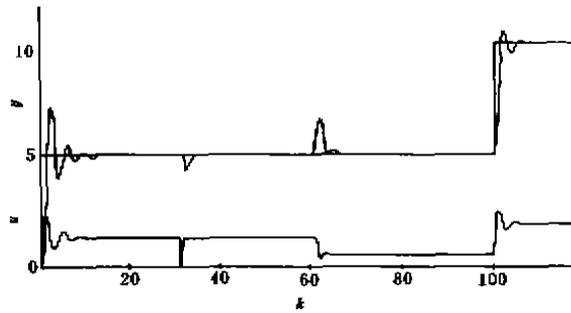


图4 过程4的仿真曲线

当系统工作至30步时开始自整定过程,此时系统工作在开环状态,在过程的输入端加入一脉冲扰动,从过程输出端获得脉冲响应,进而按前述方法估计出临界增益和临界振荡周期的估计值,再用此估计值按RZN整定公式计算出PID控制参数,至此自整定过程完成,系统恢复至闭环工作。从第60步开始,在过程的输入端迭加进60%的负载阶跃扰动,从第100步开始加入100%的设定值阶跃扰动。响应曲线的形状和ISE性能指标均表明,整定后的系统抗负载扰动的性能和设定值跟踪性能良好,亦即证明用前述方法估计的临界增益和临界振荡周期去整定PID控制参数是有效的。

## 4 结 论

提出了用过程阶跃响应的特征参数估计过程临界增益和临界振荡周期的一种实用方法,该方法便于实现自整定PID控制。提出的方法主要有两个优点,首先是整定过程对系统干扰较小,只需进行一简单的脉冲响应试验;其次是计算简单,便于在微处理器上实现。

## 参 考 文 献

- 1 Ziegler J G, Nichols N B. Optimum settings for automatic controlles. Trans. ASME, 1942, 64, 759 ~ 768
- 2 Hang C C, Astrom K J, Ho W K. Refinement of Ziegler-Nichols tuning formula. IEE PROCEEDINGS-D, 1991, 138(2), 111 ~ 118
- 3 Astrom K J, Hagglund T. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. Automatica, 1984, 20(6), 645 ~ 651
- 4 Hang C C, Sin K K. On-line auto-tuning of PID controllers based on cross correlation. Proc. International Conf. on Industrial Electronics, Singapore, 1988, 441 ~ 446
- 5 Nishikawa Y et al. A method for auto-tuning of PID control parameters. Automatica, 1984, 20(3), 321 ~ 332
- 6 Astrom K J, Hang C C, Persson P, Ho W K. Towards intelligent PID control. Automatica, 1992, 28(1) 1 ~ 9
- 7 Isermann R. Digital control systems. Springer-Verlag Berlin, Heideberg, 1981