

② 8-13

设计参数对 2300 轧机主传动系统扭振固有频率影响的灵敏度分析

Design Parameter Related to the Sensibility of Torsion Vibration Natural Frequency on 2300 Rolling Mill Main Transmission System

TG333.15

朱才朝
Zhu Caicao

唐中一 ✓
Tang Zhongyi

周永红
Zhou Yonghong

(重庆大学机械一系, 重庆, 630044)

(重庆电线总厂, 重庆, 630047)

A 摘要 研究了轧机主传动系统扭振固有频率的影响因素, 给出了固有频率相对设计参数变化的灵敏度计算公式。用所编制的计算机程序, 对 2300 轧机主传动系统的固有频率影响因素的关系进行了分析与计算。

关键词 扭转振动; 固有频率; 灵敏度; 动态优化

轧机, 传动系统

中国图书资料分类法分类号 TF302; TG33.1; TB534.2

ABSTRACT Based on the study of effect of torsion vibration natural frequency on rolling mill main transmission system, the sensibility formula of natural frequency related to design parameter is given. By the means of programming, analysis and calculation have been carried out on 2300 rolling mill main transmission system. It provides theoretical asis for dynamic optimizing transmission systems.

KEYWORDS torsion vibration; natural frequency; sensibility; dynamic optimization

0 引 言

2300 轧机是一台中板的四辊可逆式万能轧机, 由于轧辊万向联接轴强度受到空间条件限制致使传动系统成为轧机的薄弱环节, 合理设计传动系统扭振的固有频率是传动系统动力学优化设计的重要组成部分。而固有频率相对设计参数变化的信息又是修改固有频率的重要依据, 为了提高传动系统的动力学特性, 在设计阶段需要反复修改设计参数。如当系统的某一阶固有频率等于或靠近某一轴的工作转速或者某一激振力频率时, 系统就有可能发生共振和产生明显的噪声, 甚至可能造成较严重的损坏。为了避免共振发生, 就需要考虑如何修改系统的设计参数, 才能有效地使系统固有频率远离共振区。为了完成这一任务, 首先必须获取固有频率相对设计参数变化的灵敏度信息。

* 收文日期 1994-04-18

模态灵敏度分析方法主要有两种：摄动法(也叫差分法)和导数法，摄动法只能适合于修改量小的情况，对于大修改量，虽可以采用分步摄动方案，但可能造成较大的累积误差。笔者采用导数法，即采用固有频率对设计变量的一阶导数作为灵敏度。

1 轧机传动系统动力学方程

轧机传动系统典型动力学模型有两种：一种是直串式，另一种是分支式。上、下轧辊分别由电机驱动的初轧机可看作直串式多质量弹性系统。上、下轧辊经过齿轮座，由一台电机驱动的轧机，在过钢时，钢坯把上下轧辊耦合在一起，从齿轮座到主轧辊之间形成一个闭合机械链，而当轧件被抛出后，传动系统又恢复其开式分支系统状态。为使提供的灵敏度分析法具有普遍适用性，我们以开式分支系统为例(过钢时，将钢坯质量向上、下轧辊等效后简化为开式分支系统)对系统进行有限元离散，并对单元中的刚度和转动惯量的编号作出规定。在模型简化时，因电机转子、联轴器、齿轮座等零件质量比较集中，其长径比较小，因此，可将它们简化为惯量集中的刚性圆盘；万向接轴、轧辊等零件，除其有较大的惯性外，由于其长径比较大，仍会产生弹性变形，所以，在简化时，可把它们视为质量沿长度分布的轴类零件；传动系统中的其它零件均为轴类零件，其惯性相对比较小，因此，把它们的质量向两端的惯性零件上简化，并视其为无质量的弹性轴。

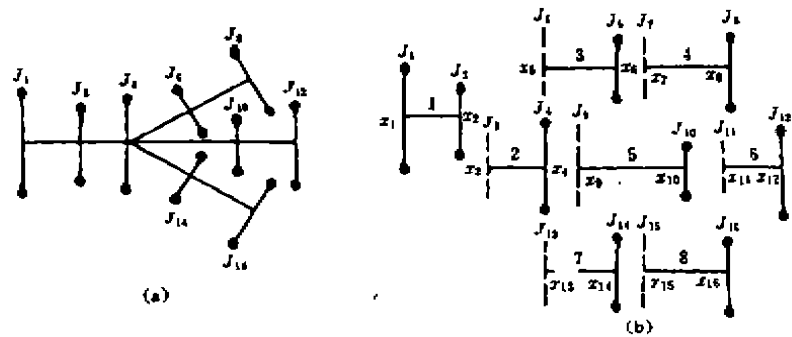


图 1 三机架横列轧机传动系统单元划分

图 1 是一典型轧机传动系统力学模型(图 1a)和有限元离散后的示意图(图 1b)，每一单元都由一个轴和两个圆盘组成。根据有限元公式，我们可以写出第 i 个单元的单元刚度阵 K_i^e 和单元惯量阵 J_i^e 。

$$K_i^e = \begin{bmatrix} k_i & -k_i \\ -k_i & k_i \end{bmatrix} \quad J_i^e = \begin{bmatrix} J_{2i-1} & 0 \\ 0 & J_{2i} \end{bmatrix}$$

第 i 个单元的位移矢量 X_i^e 可表示为 $X_i^e = \{X_{2i-1}, X_{2i}\}^T$

按照有限元整体阵的组装方式，可得解除了单元约束后系统的整体刚度矩阵 K 和整体惯性矩阵 J 。

$$K = \sum_{i=1}^n K_i^e = \begin{bmatrix} K_1^e & & & & \\ & K_2^e & & & \\ & & K_3^e & & \\ & & & \dots & \\ & & & & K_n^e \end{bmatrix}$$

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \begin{bmatrix} J_1 & & & & \\ & J_2 & & & \\ & & J_3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & J_n \end{bmatrix}$$

相应的整体位移向量 X 为

$$X = \sum_{i=1}^n X_i = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_{2n}\}^T$$

因此,解除了单元之间坐标约束后系统的动力学方程为

$$J\ddot{X} + KX = F(t) \quad (1)$$

由于约束的存在,位移向量 X 中的各个坐标是不独立的,我们用 Y 代表维数最大的独立坐标组成的位移向量,通过引入变换矩阵 Q , X 就可用 Y 来表示

$$X = QY \quad (2)$$

则原系统的动力学方程可表示为

$$Q^T J Q \ddot{Y} + Q^T K Q Y = Q^T F(t) \quad (3)$$

令 $\bar{J}' = Q^T J Q$, $\bar{K}' = Q^T K Q$, $\bar{F}'(t) = Q^T F(t)$, 则

$$\bar{J}' \ddot{Y} + \bar{K}' Y = \bar{F}'(t) \quad (4)$$

2 固有频率变化相对设计变量的灵敏度

系统运动的齐次方程为

$$\bar{J}' \ddot{Y} + \bar{K}' Y = 0 \quad (5)$$

其特征值方程为

$$(\bar{K}' - \omega_i^2 \bar{J}') A_i = 0 \quad (6)$$

式中 ω_i^2 —— 系统的第 i 阶固有频率的平方, A_i 为其相应的振型向量。

在(6)式两端同时前乘 A_i^T 得

$$A_i^T (\bar{K}' - \omega_i^2 \bar{J}') A_i = 0 \quad (7)$$

假设计变量为 b , ω_i , \bar{K}' , \bar{J}' 均为 b 的可导函数,将(7)式两侧对设计变量求偏导得

$$\frac{\partial A_i^T}{\partial b} (\bar{K}' - \omega_i^2 \bar{J}') A_i + A_i^T \left(\frac{\partial \bar{K}'}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial b} (\omega_i^2 \bar{J}') \right) A_i + A_i^T (\bar{K}' - \omega_i^2 \bar{J}') \frac{\partial A_i}{\partial b} = 0$$

简化得:

$$A_i^T \left(\frac{\partial \bar{K}'}{\partial b} - \frac{\partial \omega_i}{\partial b} \cdot 2\omega_i \bar{J}' - \omega_i^2 \frac{\partial \bar{J}'}{\partial b} \right) A_i = 0$$

即:

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial b} = \frac{1}{2A_i^T \bar{J}' A_i} \left(\frac{1}{\omega_i} A_i^T \frac{\partial \bar{K}'}{\partial b} A_i - \omega_i A_i^T \frac{\partial \bar{J}'}{\partial b} A_i \right) \quad (8)$$

(8)式就是固有频率变化相对设计变量 b 的灵敏度计算公式。

2.1 ω 变化相对转动惯量的灵敏度

从(8)式可知

$$\frac{\partial \omega_k}{\partial J_p} = \frac{1}{2A_i^T \bar{J}^T A_i} \left(\frac{1}{\omega_k} A_i^T \frac{\partial \bar{K}'}{\partial J_p} A_i - \omega_k A_i^T \frac{\partial \bar{J}'}{\partial J_p} A_i \right) \quad (9)$$

因

$$\frac{\partial \bar{K}'}{\partial J_p} = 0, \frac{\partial \bar{J}'}{\partial J_p} = Q^T \frac{\partial J}{\partial J_p} Q = q_p \cdot q_p^T$$

式中 q_p 是变换矩阵的第 p 行向量, 将这一结果代入(9)式得:

$$\frac{\partial \omega_k}{\partial J_p} = - \frac{\omega_k}{2A_i^T \bar{J}^T A_i} A_i^T (q_p q_p^T) A_i = - \frac{\omega_k}{2A_i^T \bar{J}^T A_i} (A_i^T q_p^T)^2 \quad (10)$$

2.2 ω 对轴扭转刚度 K_p 的灵敏度

因

$$\frac{\partial \omega_k}{\partial K_p} = \frac{1}{2A_i^T \bar{J}^T A_i} \left(\frac{1}{\omega_k} A_i^T \frac{\partial \bar{K}'}{\partial K_p} A_i - \omega_k A_i^T \frac{\partial \bar{J}'}{\partial K_p} A_i \right)$$

而

$$\frac{\partial \bar{J}'}{\partial K_p} = 0, \frac{\partial \bar{K}'}{\partial K_p} = Q^T \frac{\partial K}{\partial K_p} Q = q_{2p} q_{2p}^T + q_{2p-1} q_{2p-1}^T - q_{2p-1} q_{2p}^T - q_{2p} q_{2p-1}^T$$

故有:

$$\frac{\partial \omega_k}{\partial K_p} = \frac{1}{2A_i^T \bar{J}^T A_i \omega_k} [A_i^T (q_{2p} - q_{2p-1})^T]^2 \quad (11)$$

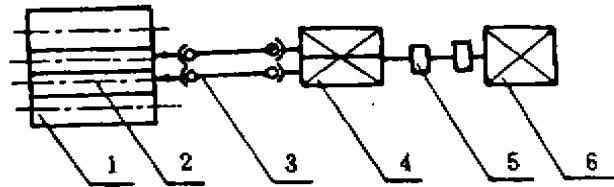


图 2 主传动系统简图

1. 上下支撑辊 2. 上下工作辊 3. 万向联接轴 4. 人字齿轮座 5. 齿形联轴器 6. 电机

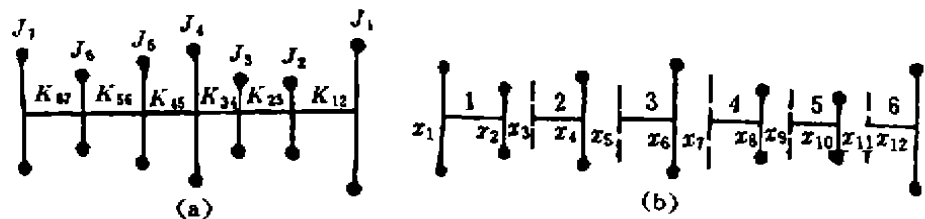


图 3 扭振系统力学模型

3 程序设计及应用

利用上面介绍的方法, 用 FORTRAN 语言编制了系统的计算机建模, 模态分析及灵敏度分析的计算机程序, 其中模态分析采用了矩阵迭代法。

图 2 是某厂生产的 2300 轧机传动系统简图。根据前面介绍的简化原则, 得到图 3 所示的

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将以上参数输入计算机程序，得系统的固有频率和模态向量，如表 2 所列，然后利用上面给出公式求得影响 ω_2 的灵敏度，下面给出 ω_2 变化相对设计变量的灵敏度值。

表 2 系统固有频率 ω 和振型

ω/s^{-1}	模 态 振 型 A
0	{1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0} ^T
98.57	{1.0, 0.8, 0.11, 0.08, 0.01, -0.05, -0.23} ^T
226.45	{1.0, -0.17, -3.51, -3.58, -2.87, -2.06, 0.67} ^T
736.43	{1.0, -11.4, -20.36, -16.89, 34.79, 56.55, -1.36} ^T
969.32	{1.0, -20.58, -0.07, -0.66, -0.04, -0.64, 0.01} ^T
1402.91	{1.0, -44.15, 196.68, 65.58, -888.4, 650.84, -4.20} ^T
1888.95	{1.0, -80.74, 912.84, -222.90, 76.07, -21.19, 0.09} ^T

$$\left\{ \frac{\partial \omega_2}{\partial J_1}, \frac{\partial \omega_2}{\partial J_2}, \frac{\partial \omega_2}{\partial J_3}, \frac{\partial \omega_2}{\partial J_4}, \frac{\partial \omega_2}{\partial J_5}, \frac{\partial \omega_2}{\partial J_6}, \frac{\partial \omega_2}{\partial J_7}, \frac{\partial \omega_2}{\partial K_{12}}, \frac{\partial \omega_2}{\partial K_{23}}, \frac{\partial \omega_2}{\partial K_{34}}, \frac{\partial \omega_2}{\partial K_{45}}, \frac{\partial \omega_2}{\partial K_{56}}, \frac{\partial \omega_2}{\partial K_{57}} \right\}$$

$$= \{-9716.1, -6218.3, -118.3, -62.1, -0.99, -24.6, -514.5, 0.04, 0.48, 0.009, 0.0049, 0.0036, 0.033\} / (2A_1^T J^T A_2)$$

从上面的计算结果可以看出各设计变量对 ω_2 影响的灵敏度。在进行以最大模态柔度最小或各子结构能量分布均匀等为目的的动态优化设计中，利用这一灵敏度信息进行强度和刚度的修改，可减少动态优化的盲目性、缩短优化过程中强度和刚度的重分析时间，便于工程技术人员使用具有一定实用价值。

参 考 文 献

- 1 黄靖远, 龚剑霞编. 机械设计学. 北京: 机械工业出版社, 1991
- 2 Zienkiewicz O C, Taylor RL. The Finite Element Method. London, Fourth Edition, 1988: 527~626
- 3 朱才朝, 王鸿恩等. 4200 轧机垂直方向振动的研究. 重庆大学学报, 1993, 16(6): 51~57
- 4 朱才朝. 一种新的复模态参数识别法. 机械, 1993, 20(2): 16~19
- 5 朱才朝. 动力减振器的优化设计. 机械, 1994, 21(1): 17~19