

3 11-15

# 基于随机与模糊负荷的可伸缩有功静态安全域

An Elastic Steady State Security Region  
with Stochastic and Fuzzy Loads

TM 732

谢永胜      孙洪波      罗春雷      徐国禹  
Xie Yongsheng      Sun Hongbo      Luo Chunlei      Xu Guoyu

(重庆大学电气工程系, 重庆, 630044) 第一作者 29岁, 男, 博士生)

**摘要** 同时采用随机变量及模糊数计及电力系统运行中负荷的不确定性。利用随机性与模糊性的相容性原理将模糊数转换为随机变量。并且利用置信区间的概念求解不同负荷置信度下的显式静态安全域, 即有功静态安全域随负荷置信度伸缩。最后给出了 IEEE-30 节点系统的计算结果。

**关键词** 电力系统运行 / 静态安全域; 可伸缩性  
中国图书资料分类法分类号 TM732

随机变量 模糊数

**ABSTRACT** Load uncertainty in power system is regarded as stochastic variable or fuzzy number in this paper. The concept of possibility-probability consistency is used to transform fuzzy number to stochastic variable. And the concept of confidence intervals is used to calculate steady-state security regions under various load confidence levels. So, steady-state security regions are elastic. At last, a computational result about IEEE-30 system is given.

**KEYWORDS** electric power system operation / steady-state security regions; elastic

## 0 引 言

自 1975 年 E. Hnyilicza 等人首次提出用“静态安全域”来分析电力系统的安全性以来<sup>[1]</sup>, 这一方面的研究一直受到人们的关注。在已有的文献中, 系统负荷大多取为定值(一般为预测值), 而系统的静态安全域(由所有静态安全约束、潮流约束构成的约束域, 即所谓的“隐式安全域”)是依赖于系统各负荷取值的, 即各负荷取不同的值, 系统的静态安全域将不同。另外, 静态安全域的研究必须借助于短期负荷预报, 但由于各种原因, 短期负荷预报都不能精确预测各时段负荷值, 即预测值与实际值存在误差(负荷具有不确定性)。因此, 采用确定负荷研究的静态安全域, 只具有理论上的意义, 没有实用价值。所以必须建立考虑负荷不确定性的有功静态安全域。

\* 收文日期 1995-07-20

目前,随着电力系统规模的日益扩大,各负荷节点状态信息的收集将会遇到越来越多的困难。对于状态信息量较丰富的负荷节点,可用随机变量来描述<sup>[2]</sup>,而对状态信息量较少的负荷节点,只能用专家的意见来描述,即采用模糊数来表示<sup>[3]</sup>,为了更符合电力系统的实际情况,笔者同时计及模糊负荷与随机负荷,并利用“模糊性与随机性的相容性原理”<sup>[4]</sup>,将模糊变量转换为随机变量。

另外,笔者认为,在考虑负荷不确定的情况下所要求出的显式直观安全域应是在考虑负荷随机取值的所有情况下,都应是安全的。即从枚举法的观点上讲,枚举负荷的所有组合情况求解各确定负荷的显式安全域的交集。但是由于各随机负荷的取值范围较宽,此时求出的安全域极小或为空集,没有实用价值。故此,通过置信区间的方法把负荷取值概率较小的情况忽略掉(各负荷选取相同的置信度值),来缩小每一个负荷的变化范围,然后在此负荷变化范围内,求解显式静态安全域。选取不同的置信度值,得到一系列的显式静态安全域。在实时调度中,根据各负荷的实际值,寻找出完全包含这些负荷实际值的最小置信度下的置信区间,并以此置信度下的显式静态安全域为根据,判断系统的运行状态是否安全。综上所述,本文方法能真正反映负荷的不确定性及其对静态安全域大小的影响。

## 1 随机性与模糊性的相容性原理

文献[5]认为,对于一不确定变量其概率信息与模糊信息基本上同时存在。随机性与模糊性的相容性原理就指这一不确定性变量的概率分布  $p$  与模糊分布  $\pi$  的相容程度,即:

$$C(\pi, p) = \begin{cases} 1 & \text{if } P(A) \leq \Pi(A) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\pi$  是事件  $A$  的模糊分布;  $p$  是事件  $A$  的概率分布;  $P(A)$  是事件  $A$  的概率测度;  $\Pi(A)$  是事件  $A$  的模糊测度。

从公式(1)中得知,当条件  $P(A) \leq \Pi(A)$  成立时(即模糊分布是正则的),概率分布  $p$  与模糊分布  $\pi$  将完全一致。根据以上的相容性原理,文献[4]给出了两个互逆的关于模糊分布与概率分布相互转换的公式:

1) 从概率分布转换为模糊分布

$$\pi_i = \sum_{j=1}^n \min(p_j, p_i) \quad (2)$$

其中  $\pi_i$  与  $p_i$  分别是离散的模糊分布与概率分布;  $p_i \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^n p_j = 1$

2) 从模糊分布转换为概率分布

$$p_i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{j} (\pi_j - \pi_{j+1}) \quad (3)$$

其中  $1 = \pi_1 \geq \dots \geq \pi_n \geq \pi_{n+1} \geq \dots \pi_{v+1} = 0$

## 2 随机与模糊负荷下的有功静态安全域模型

采用正则模糊数描述电力系统运行中负荷的模糊性具有普遍意义,因此分别利用正态分布随机变量及正态分布模糊数来描述电力系统负荷的不确定性。

## 2.1 目标函数

本文优化计算安全域的目标函数为：

$$\text{Max } Z = \sum_{i \in NG-1} w_i \cdot (P_i^M - P_i^m) \quad (4)$$

其中  $w_i$  为第  $i$  台机组的权重系数,体现人们根据机组特性而对机组调节量的偏爱程度; $(P_i^M - P_i^m)$  为第  $i$  台机组的安全有功可调范围。

## 2.2 安全约束

### 1) 发电机安全约束

对于除平衡机外的发电机有

$$P_i^0 \geq P_i^m \geq \underline{P}_i \quad i \in NG - 1 \quad (5)$$

$$P_i^0 \leq P_i^M \leq \bar{P}_i \quad i \in NG - 1 \quad (6)$$

对于平衡机有

$$-\left( \sum_{i \in ND1} \bar{P}_i + \sum_{i \in ND2} \hat{P}_i + \sum_{i \in NV-1} P_i^m \right) \leq \bar{P}_N \quad (7)$$

$$-\left( \sum_{i \in ND1} \bar{P}_i + \hat{P}_i + \sum_{i \in NV-1} P_i^M \right) \geq \underline{P}_N \quad (8)$$

其中  $P_i^0$  为基本运行点；

$P_i^M, P_i^m$  分别为第  $i$  台机组在显式静态安全域中的上、下边界；

$\bar{P}_i, \underline{P}_i$  分别为第  $i$  台机组的功率上、下限

$\bar{P}_N, \underline{P}_N$  分别为松弛节点的功率上、下限

$\bar{P}_i, \hat{P}_i$  分别为正态分布的随机负荷与模糊负荷

$ND1, ND2$  分别为随机负荷节点集合与模糊负荷节点集合；

$NG - 1$  为除平衡机外发电机节点集合。

### 2) 线路安全约束

由直流潮流模型可得线路安全约束方程：

$$D_1 P_i \leq \bar{P}_L - D_{01} \bar{P}_{01} - D_{02} \hat{P}_{02} \quad (9)$$

$$D_1 P_i \geq \underline{P}_L - D_{01} \bar{P}_{01} - D_{02} \hat{P}_{02} \quad (10)$$

式中  $P_i$  为发电机注入矢量； $\bar{P}_{01}, \hat{P}_{02}$  分别为随机负荷矢量及模糊负荷量； $D_1, D_{02}$  分别为发电机节点、随机负荷节点和模糊负荷节点相对应的系数矩阵； $\bar{P}_L, \underline{P}_L$  分别为线路有功矢量的上、下限。

对于(9)、(10),第  $K$  个发电机节点,注入功率  $P_K$  如文献[6]取值,这样(9)、(10)式中发电机的注入功率可用安全域的上下限  $P_K^M$  或  $P_K^m$  来描述。

## 2.3 模型的解法

在以上的模型中,负荷分别为随机变量和模糊数。可以证明,以上假设的正态分布模糊数满足模糊性与随机性相互转换的条件,因此采用式(3)将(7)、(8)、(9)和(10)式中的模糊负荷  $\hat{P}_{02}$  转换为随机变量  $\bar{P}_{02}$ ,这时以上模型中,负荷仅为随机变量。由“概率论与数理统计”知道,一随机变量在同一置信度下的置信区间有多个,但在本文讨论的问题中,该置信区间左右端点具有相同的概率则更有意义,即对于正态分布随机变量其置信区间应相对其期望值对称。另外,为了表示在同一基准下考虑问题,对所有的随机负荷应选取同一个置信度值。

以上模型中的随机负荷  $\bar{P}_{01}$  通过置信区间的方法处理后,为一区间数：

$$[P_{a1} - \sigma_{a1} \cdot u_{\frac{\alpha}{2}}, P_{a1} + \sigma_{a1} \cdot u_{\frac{\alpha}{2}}] \quad (11)$$

式中, 矢量  $P_{a1}$  为各随机负荷的期望值; 矢量  $\sigma_{a1}$  为各随机负荷的标准差;  $u_{\frac{\alpha}{2}}$  为标准正态分布  $N(0, 1)$  的  $\alpha$  双侧分位数;  $1 - \alpha$  为置信度。

随机负荷  $\tilde{P}_{a2}$  是从模糊负荷  $\hat{P}_{a2}$  转换而来的, 它不满足正态分布, 可通过数值积分的方法求出其  $1 - \alpha$  置信区间:

$$[P_{a2}, \bar{P}_{a2}] \quad (12)$$

把(11)和(12)式代入(7),(8),(9),(10)4式, 由区间数的运算法则得:

$$- \sum_{i \in N_{01}} P_i^m \leq \bar{P}_N + [b_1, \bar{b}_1] + [b_2, \bar{b}_2] \quad (13)$$

$$- \sum_{i \in N_{02}} P_i^M \leq \underline{P}_N + [b_1, \bar{b}_1] + [b_2, \bar{b}_2] \quad (14)$$

$$D_i P_i \leq \bar{P}_L + [d_{L1}, \bar{d}_{L1}] + [d_{L2}, \bar{d}_{L2}] \quad (15)$$

$$D_i P_i \geq \underline{P}_L + [d_{L1}, \bar{d}_{L1}] + [d_{L2}, \bar{d}_{L2}] \quad (16)$$

(13)、(14)式中,  $[b_1, \bar{b}_1] = \left[ \sum_{i \in N_{01}} (P_{a1i} - \sigma_{a1i} \cdot u_{\frac{\alpha}{2}}), \sum_{i \in N_{01}} (P_{a1i} + \sigma_{a1i} \cdot u_{\frac{\alpha}{2}}) \right]$ ;  $[b_2, \bar{b}_2] = \left[ \sum_{i \in N_{02}} P_{a2i}, \sum_{i \in N_{02}} \bar{P}_{a2i} \right]$ ; (15)、(16)式中,  $[d_{L2}, \bar{d}_{L2}] = -D_{02}[P_{L2}, \bar{P}_{L2}]$ ;  $[d_{L1}, \bar{d}_{L1}] = -D_{01}[P_{a1} - \sigma_{a1} \cdot u_{\frac{\alpha}{2}}, P_{a1} + \sigma_{a1} \cdot u_{\frac{\alpha}{2}}]$ 。

约束(13)、(14)、(15)和(16)的边界分别是由一系列平行的  $n$  维平面构成的, 其中存在冗余约束, 去掉那些约束得:

$$- \sum_{i \in N_{01}} P_i^m \leq \bar{P}_N + b_1 + b_2 \quad (17)$$

$$- \sum_{i \in N_{02}} P_i^M \leq \underline{P}_N + \bar{b}_1 + \bar{b}_2 \quad (18)$$

$$D_i P_i \leq \bar{P}_L + d_{L1} + d_{L2} \quad (19)$$

$$D_i P_i \geq \underline{P}_L + \bar{d}_{L1} + \bar{d}_{L2} \quad (20)$$

通过线性优化方法对目标函数(4)及约束(5)、(6)、(17)、(18)、(19)和(20)进行优化, 得到的安全域能保证随机负荷在  $(1 - \alpha)$  置信区间内的取值都是安全的。

以上所求出的直观安全域是在  $(1 - \alpha)$  置信度下求得的,  $\alpha$  一定, 直观安全域也就确定了。若减小  $\alpha$  值, 即增大置信度, 则显式直观安全域缩小; 若增大  $\alpha$  值, 即减小置信度, 则显式直观安全域放大。当  $\alpha = 1$  时, 退化为确定负荷下的直观安全域。

另外, 当选取不同的  $\alpha$  值时, 约束(17)、(18)、(19)和(20)将伸缩。根据线性规划的特性得知, 在此情况下, 较大  $\alpha$  值的显式安全域有可能不完全包含较小  $\alpha$  值的显式安全域。可以证明, 此时较大  $\alpha$  值的显式安全域应为由以上模型计算得到的该置信度下的显式安全域与较小  $\alpha$  值的安全域的并集。这样较小置信度下的显式安全域将完全包含较大置信度下的显式安全域, 但此时的显式安全域可能已不是超长方体了。综上所述, 取不同的  $\alpha$  值, 能得到不同的安全域, 这样在不同的置信度下安全域可伸缩。

### 3 算 例

采用随机、模糊负荷下的安全域模型对 IEEE - 30 节点系统<sup>[7]</sup>进行了计算, 其计算结果

见表 1 及表 2. 其中节点 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9 为随机负荷节点, 其余负荷节点为模糊负荷节点. 表 1 中随机、模糊负荷的均方差取其预测值的 5%, 表 2 中随机、模糊负荷的均方差取其预测值的 10%, 并分别计算了 90%, 80%, 70% 置信度下安全域的大小.

表 1 随机模糊负荷下的有功静态安全域

发电机 母 线	安 全 域					
	90% 置信度		80% 置信度		70% 置信度	
	$P_T^*$	$P_T^{**}$	$P_T^*$	$P_T^{**}$	$P_T^*$	$P_T^{**}$
25	0.512	0.800	0.463	0.800	0.431	0.800
26	0.150	0.500	0.150	0.500	0.150	0.500
27	0.100	0.350	0.100	0.350	0.100	0.350
28	0.154	0.187	0.154	0.235	0.154	0.268
29	0.120	0.295	0.120	0.295	0.120	0.295

表 2 随机模糊负荷下的有功静态安全域

发电机 母 线	安 全 域					
	90% 置信度		80% 置信度		70% 置信度	
	$P_T^*$	$P_T^{**}$	$P_T^*$	$P_T^{**}$	$P_T^*$	$P_T^{**}$
25	0.566	0.800	0.566	0.800	0.566	0.800
26	0.293	0.376	0.293	0.473	0.150	0.500
27	0.104	0.306	0.100	0.306	0.100	0.343
28	0.100	0.154	0.100	0.154	0.100	0.154
29	0.120	0.295	0.120	0.295	0.120	0.295

## 4 结 论

用本文方法求得的可伸缩的有功静态安全域, 能真正反映负荷的不确定性及其变化对静态安全域大小的影响, 并通过实例验证了本文模型是正确的.

## 参 考 文 献

- 1 Hnylicza E. Steady-State Security Regions, Set-Theoretic Approach. In: Proc PICA Conf. 1975. 347~355
- 2 Dopazo J F, Klitin O A, Sasson A M. Stochastic Load Flows. IEEE Tran PAS, 1975, 94(2): 299~309
- 3 Miranda V, Matos M A, Saraiva J T. Fuzzy Load Flow—New Algorithms Incorporating Uncertain Generation and Load Representation. In: Proceedings of the 10th Psc. London, 1990. 115~123
- 4 Dubois D, Prade H. Unfair Coins and Necessity Measures, Towards A Possibility Interpretation of Histograms. Fuzzys Sets and Systems. 1983, (10), 15~20
- 5 Delgado M. On the Concept of Possibility-Probability Consistency. Fuzzy Sets and Systems, 1987, (21): 311~318
- 6 Liu C C. A New Method for the Construction of Maximal Steady-State Security Regions of Power System. IEEE Tran PWRS, 1986, 1(4): 19~27
- 7 Alsac O. Optimal Load Flow with Steady-State Security. IEEE Tran PAS, 1974, 93(3): 745~751