

81-86

IS

# 利用二进小波消除电动机故障信号白噪声

## Removing White Noises from Fault Signals of Motors with Dyadic Wavelets

杨桦<sup>①</sup>  
Yang Hua

王渝红<sup>②</sup> V  
Wang Yuhong

任震<sup>②</sup>  
Ren Zhen

TM307.1

(<sup>①</sup> 重庆大学电气工程系, 重庆, 630044; <sup>②</sup> 华南理工大学电力学院; 第一作者 27岁, 男, 博士生)

**摘要** 通过对信号奇异点在二进小波变换下特性的研究, 阐明了白噪声的性态与电动机故障信号的奇异性态在二进小波变换下的截然不同的性质, 总结出简明的判据并据此提出了一种消除电动机故障信号中的白噪声的实用算法。

**关键词** 奇异性; 白噪声 / 二进小波  
**中国图书资料分类法分类号** TM307.1

电动机 实时监测 故障

**ABSTRACT** The properties of fault signals of motors are studied using dyadic wavelets transform in this paper, which can be treated as signals with singularities. The method of removing white noises is presented by using the difference between the wavelets transforms of white noises and those of fault signals of motors in this paper. "Denoised" signals can be reconstructed by using this practical algorithm.

**KEYWORDS** singularity; white noise / dyadic wavelets

### 0 引 言

在电力系统设备(电动机)实时监测中,被监测的信号往往伴随着大量的噪声,例如白噪声等。白噪声产生的原因是多方面的,量化噪声就是一个典型的例子。

随着微处理机的大量应用,待处理的实际信号大都需要进行 A/D 转换。由于模拟量转换成数字量时,只能用有限长的二进制数量化后的离散电平对模拟量进行量化,使得系统的实际响应与理想响应之间存在误差,这一误差就是量化误差,也称量化噪声。量化噪声可以近似地看作白噪声。消除量化误差的方法一般是增加 A/D 转换器的位数,这需要增加硬件投资。因为电动机故障信号的奇异性点正代表了故障的存在,而白噪声又是处处奇异的,两者之间的区分可以利用二进小波变换,通过奇异性为判据,用软件的方法来消除量化噪声。

• 收文日期 1996-05-24  
国家自然科学基金资助项目

## 1 A/D 转换器量化噪声分析

A/D 转换器可以看作是由理想采样器和量化器组成,如图 1 所示:图 1 中  $x(t)$  是连续时间信号,  $x(n)$  是数字信号。在输入信号较复杂的情况下,必须利用统计模型来分析 A/D 转换器的量化噪声。图 2 给出了 A/D 转换器的统计模型。这个统计模型把 A/D 转换器看作一个具有加性内部噪声  $e(n)$  的线性系统,  $e(n)$  就是量化误差。经验表明,当输入信号足够复杂,有限量化位数不低于 8 位且量化间隔足够小时,可作如下假设<sup>[1]</sup>:

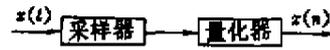


图 1 A/D 转换器

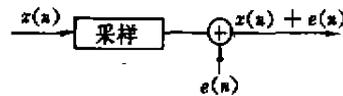


图 2 A/D 转换器的统计模型

1)  $e(n)$  是一个白噪声过程,与  $x(n)$  不相关;

2)  $e(n)$  是平稳随机过程的一个实现;

3) 误差是均匀分布的。

一般而言,量化噪声的方差与 A/D 转换器的字长有关。字长越长,量化噪声越小。字长每增加一位,信噪比约增加 6 dB。

有了 A/D 转换器的统计模型,就可以把量化噪声看作白噪声,从而为用二进小波进行消除打下了基础。

## 2 二进小波变换及奇异性

小波变换的重要特性就是对信号具有突变性的奇异点有非常敏感的反应,这就决定了小波变换非常适用于故障信号的检测。

二进小波和二进小波变换是对连续小波及其变换的一种二进制离散化<sup>[2]</sup>。

连续小波的定义是<sup>[3]</sup>:

定义 1 称  $Wf(s, x)$  为  $f \in L^2(R, dt)$  小波变换。

$$Wf(s, x) = Wf_s(x) = f * \psi_s(x) = \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{x-t}{s}\right) dt \quad (1)$$

其中  $\psi_s(x) = \frac{1}{s} \psi\left(\frac{x}{s}\right)$

二进小波的定义是:

定义 2 称函数  $\psi$  为一个二进小波,若存在二常数  $0 < A \leq B < \infty$ ,使得:

$$A \leq \sum_{l=-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}(2^{-l})|^2 \leq B \quad \text{a. e.} \quad (2)$$

函数序列  $\{W_2^j f\}$  叫做  $f$  的二进小波变换, 其中

$$W_2^j f(x) = f \wedge \psi_2^j(x) = \frac{1}{2^j} \int_{\mathbb{R}} \psi\left(\frac{x-t}{2^j}\right) dt$$

正如引言所介绍的, 二进小波的一个很重要的性质是能描述信号的局部奇异性。在小波之前, 分析奇异性的主要数学工具还是 Fourier 变换。Fourier 变换描述的是信号的整体奇异性, 但对局部奇异性以及奇异性的空间分布都不适合<sup>[4]</sup>。这也正是从实际应用的角度研究小波的一个重要出发点<sup>[5]</sup>。

由于奇异性有一套较为复杂的理论, 这不是本文所要研究的重点, 所以只简略地给出几个定义, 着重从二进小波与奇异性的结合上来讨论。

在数学上, 局部奇异性常用 Lipschitz 指数来描述。

定义 3 令  $n$  是一正整数, 有  $n \leq \alpha \leq n+1$ ,

$f(x)$  在  $x_0$  点是 Lipschitz  $\alpha$  的充要条件是存在两常数  $A$  以及  $h_0 > 0$ , 且有一  $n$  阶多项式  $P_n$ , 使得对  $h < h_0$ , 有:

$$|f(x_0 + h) - P_n(h)| \leq A|h|^\alpha \quad (3)$$

定义 4 称所有使  $f(x)$  在  $x_0$  是 Lipschitz  $\alpha$  的  $\alpha_0$  值上界为  $f(x)$  在  $x_0$  点的 Lipschitz 正则性  $\alpha$ 。

定义 5 如果一个函数不是在  $x_0$  点 Lipschitz 1, 那么它就是奇异的。

若一个函数在一点连续且可微, 那么它在这点就是 Lipschitz 1。很容易证明, 如果对  $\alpha > n$ ,  $f(x)$  是 Lipschitz  $\alpha$ , 那  $f(x)$  就是在  $x_0$  点  $n$  次可微, 而且多项式  $P_n(h)$  是  $f(x)$  在  $x_0$  点的 Taylor 展开式的前  $n+1$  项。Lipschitz 正则性  $\alpha_0$  给出了  $f(x)$  的可微性的一种表示, 但更为精确。如  $f(x)$  的 Lipschitz 正则性  $\alpha_0$  满足  $n < \alpha_0 < n+1$ , 那么我们就知道  $f(x)$  在  $x_0$  点  $n$  次可微, 但它的  $n+1$  次导数在  $x_0$  是奇异的, 且  $\alpha_0$  表明了这种奇异性。 $f(x)$  奇异性最严重的情况就是 Lipschitz 0, 也就是发生间断的情形。

把二进小波与奇异性联系起来的是下面这一定理:

定理 1 令  $f \in L^2(\mathbb{R})$  且  $[a, b]$  为  $\mathbb{R}$  的一个区间, 令  $0 < \alpha < 1$ , 对任意  $\varepsilon > 0$ ,  $f(x)$  在  $[a + \varepsilon, b - \varepsilon]$  上 Lipschitz  $\alpha$  的充要条件是对任意  $\varepsilon > 0$ , 存在一个常数  $A$ , 使得对  $x \in [a + \varepsilon, b - \varepsilon]$  和  $s > 0$  有:

$$|Wf(s, x)| \leq A_s S^\alpha$$

定理 1 给出了一个区间上而不是一点上的 Lipschitz 正则性, 但同时有另一个定理给出了如何估计  $f(x)$  在精确一点上的正则性, 该定理参见[6]。

这两个定理证明了小波变换特别适用于估计函数的局部奇异性。进一步而言,  $Wf(s, x)$  的模极大值点就表明了函数的局部奇异性, 定理见[6]。这个定理表明, 当一个函数  $f(x)$  的小波变换在细微尺度上没有模极大值点就说明  $f(x)$  不是奇异的。反过来, 若有则表明  $f(x)$

是奇异的。但如果信号中有白噪声,情况会怎样呢?下面我们将说明白噪声所表现出来的模极大值点的性态与奇异点是完全不同的。

### 3 白噪声的奇异性及滤除

设  $e(n)$  是一个白噪声,  $We(s, x)$  是它的小波变换。在给定的尺度  $s$  上,  $We(s, x)$  也是  $x$  的一个随机过程。白噪声的一个实现是几乎处处奇异的分布。图 3 表示的是白噪声的一个实现  $e(n)$  及其小波变换  $We(s, x)$ 。

可以证明,这个实现是一个 Lipschitz  $-1/2$  的分布<sup>[6]</sup>,其 Lipschitz 指数是负的,而电动机故障信号的奇异点所具有的 Lipschitz 指数是非负的。这是因为电动机信号的奇异点充其量信号发生间断,也就是 Lipschitz 0。正是这一区别使得白噪声的模极大值的性质与电动机故障信号奇异点的模极大值的性质有很大的不同。

本文主要是为异步电动机的故障信号提取作预研。限于目前的条件,实测的故障信号难于获得,我们采用的方法是将电动机故障信号加以放大,则可将故障信号看作为一个正弦函数加一冲击,其二进小波变换如图 4 所示。我们的目的就是通过对两者进行分析,得出实用的判据,以此来构造出消噪算法,并最终进行电动机故障信号的消噪。

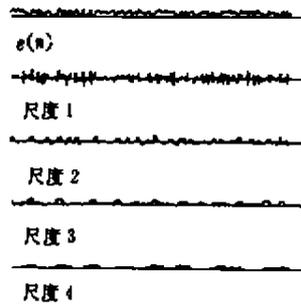


图 3  $e(n)$  和  $We(s, x)$

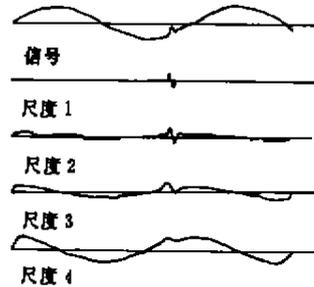


图 4 加冲击的电动机信号的小波变换

从图 3 和图 4 中我们可以总结出如下的规律:

- 1) 信号的突变点在小波变换的 4 个尺度下都呈现为模极大点。即奇异点的模极大值点具有传递性,也就是说,在各个尺度上,该奇异点附近都有模极大值点,而白噪声则不能确定;
- 2) 信号的突变点在 4 个尺度下其符号不变,而白噪声则不能肯定;
- 3) 信号的突变点的模值在 4 个尺度上相差不大,而白噪声的模值随尺度的增加下降很快;
- 4) 白噪声的模极大值点的稠度随尺度减小而快速增加,也就是说白噪声的模极大值点主要占据细微尺度,而信号突变点的模极大值点则稠度不变。

上述 4 点规律将是我们构造消噪算法的基础。

## 4 消噪实例

我们利用上述原理,编制了C语言程序.算法为:

1) 对混有白噪声的高散信号进行离散二进小波变换.由于在较大尺度上变换值的模极大值点主要属于信号的奇异点,因此我们从所选取的最大尺度开始寻找奇异点.我们选取的最大尺度  $J = 4$ ;

2) 先找到第4个尺度上的所有模极大值点,并记录下它们的序号  $(x'_0, x'_1, \dots, x'_n)$  以及幅值  $\text{mod}(x'_0, x'_1, \dots, x'_n)$  和正负号  $\text{sign}(x'_0, x'_1, \dots, x'_n)$ ;

3) 对每个  $x_i \in (x'_0, x'_1, \dots, x'_n)$ , 采取如下的步骤搜寻其对应的极大值线:

a. 设尺度  $j$  等于3,  $i = 0$ , 开始搜寻;

b. 设置以与  $x_i^{j+1}$  对应序号的点  $x_i^j$  为中心的邻域  $\delta(x_i^j)$ ;

c. 在整个邻域  $\delta(x_i^j)$  的范围内搜寻既满足符号为  $\text{sign}(x_i^{j+1})$ , 模值又满足条件  $0.85 \leq \text{mod}(x_i^j) / \text{mod}(x_i^{j+1}) \leq 1$ , 且最接近序号  $i$  的点  $x_i^j$ , 并认为  $x_i^j$  就是  $x_i^{j+1}$  在尺度上传播的模极大值点;

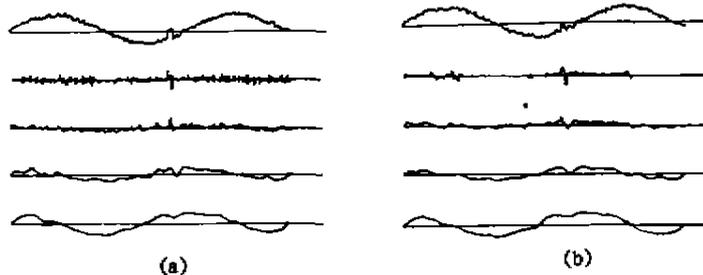


图5 平滑与不平滑的比较

(a) 不平滑; (b) 平滑

d.  $i = i + 1$ , 并返回到 b 直至  $i = n$ ;

e.  $j = j - 1$ , 返回到 b 直至  $j = 1$ ;

4) 保留搜寻到的所有尺度上的对应奇异点的模极大值点;

5) 对4个尺度的变换结果进行五点三次平滑;

6) 把保留的模极大值点回注到平滑结果中, 并根据重构算法最终得到消噪结果。

图5给出了利用该程序计算所得到的二进小波变换.其中(a)为两信号叠加, 但不对奇异点和白噪声加以区分, 则在  $2^1$  和  $2^2$  这两个尺度上有很

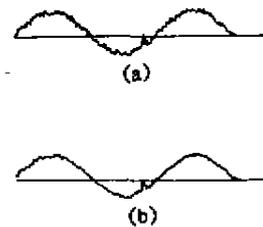


图6 消噪结果

(a) 原信号; (b) 重构信号

多模极大值点。(b)为利用上述原理对两者区分并对白噪声的模极大点加以平滑后得到的结果。可以很清楚地看到, $2^1$ 和 $2^2$ 这两个尺度上的模极大点大大减少,而奇异点所产生的模极大点看得更加清楚。

图6给出了平滑白噪声的模极大点后重构信号所得的结果,(a)中由于白噪声的影响,冲击信号容易被其掩盖;而(b)中消去了绝大部分的白噪声信号,相应冲击信号就非常明显地被突出出来。对故障点的定位更为准确给分析故障带来了方便。

## 5 结 论

本文着眼于白噪声的滤除,研究了二进小波在电动机故障监测中的应用,得到了以下结论:

- 1) 奇异信号在二进小波变换下,其奇异性可以表示得更为精确和明显。因而利用两者的结合,可以更有效地分析以奇异性为特点的故障信号;
- 2) 利用二进小波可以较为理想地滤除白噪声;
- 3) 本文的工作可以作为电动机故障监测中对信号进行预处理的手段,以奇异性为着眼点,可以为小波变换应用于电动机故障监测拓开新的思路。

把奇异性理论与小波相结合,不仅能应用于电动机故障信号处理,而且适用于其它任意故障信号,能为模式识别、故障监测等方面的研究提供很好的理论依据。

## 参 考 文 献

- 1 郑南宁. 数字信号处理. 西安:西安交通大学出版社,1990. 276~280
- 2 王渝虹,黄雯莹,任震,等. 离散二进小波变换及其在电机故障分析中的应用. 电力系统自动化,1995, 19(12),20~24
- 3 Daubechies I. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. Communications on Pure and Applied Mathematics,1988,41,909~996
- 4 秦前清,杨宗凯. 实用小波分析. 西安:西安电子科技大学出版社,1994. 80~85
- 5 杨桦,黄雯莹,任震. 小波变换及其在电机故障诊断领域应用前景. 见:全国高等学校电力系统及其自动化专业第十届学术年会论文集. 上海:上海交通大学出版社,1994. 765~770
- 6 Mallat S,Hwang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelets. IEEE Trans on Information Theory, 1992,38(2),617~643