

①98, 21 (1) 1-6

1998年1月
第21卷第1期

重庆大学学报 (自然科学版)
Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)

Vol. 21, No. 1
Jan. 1998

柔性基础上设备振动隔离问题的研究 TB123

(1-138)

TB535.1

顾乾坤^① 唐一科^① 徐友钺^② 梁锡昌^①

(^① 重庆大学传动实验室, 机械工程一系, 重庆, 400044; ^② 中国工程物理研究院; 第一作者 28 岁, 男, 讲师, 博士生)

摘要 从多支承系统出发, 运用功率流和四端参数方法, 研究了安装在柔性基础上设备振动的隔离问题。建立了机器-隔振器-柔性基础的一般模型, 分析了系统振动传递特性, 在计入柔性基础波动效应情况下, 推导了系统功率流表达式, 并分析了基础柔性、波动效应等对隔振效果的影响。

关键词 柔性基础; 隔振 / 功率流; 波动效应

中国图书资料分类法分类号 TB535.1; O328

0 引言

目前, 一般的隔振设计仍假设基础是刚性的, 对于安装在地基上的设备, 这种假设和实际情况是比较相符的, 而对于安装在舰船、飞行器、楼板和车厢等处的设备, 假设和实际状况差别就较大。这时, 由于存在着基础、设备、隔振器三者间的动力耦合, 传统的隔振设计方法往往不再适用, 同时, 随着对结构振动与噪声要求的提高, 高频振动的隔振问题也越来越受到重视, 所有这些都使得柔性基础上设备振动的隔离问题变得越来越重要。

对于柔性基础上的隔振问题, 人们已做了一些研究, Rivin^[1]和 Debra^[2]等将柔性基础简化为等效质量—弹簧模型, 从两自由度系统出发, 研究了这一问题。陈树勋^[3]比较了采取把基础当作简化系统处理和把基础当作弹性体处理的两种方案, 得到了实际基础当作刚性基础和柔性基础处理的数量界限。张愚^[4]通过将基础上的双层隔振系统的优化设计。Xiong Yeping^[5,6]等运用功率流方法, 研究了柔性基础上多支承结构系统的振动与结构噪声的最优控制问题, 和柔性浮筏隔振系统的减振降噪机理。Jing-Lei Qu^[7]等也研究了单层和双层隔振系统的功率流传递问题。但是, 上述文献中都没有考虑基础本身的波动效应对振动功率流传递的影响这一重要事实, 因此, 笔者在考虑设备与隔振器以及柔性基础的动力耦合作用和计入柔性基础波动效应对振动传输影响的情况下, 用功率流方法, 研究了柔性基础上多支承系统的隔振问题。

1 隔振系统一般方程

对于单层隔振系统, 可以简化为由设备 A、隔振器 B 和柔性基础 C 三部分组成, 设备 A 上作用有激励力 F_s , 如图 1 所示。

* 收文日期 1996-10-11

对于设备 A, 四端参数表达式为:

$$\begin{Bmatrix} F_S \\ V_S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_A \\ V_A \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中 F_S, V_S 为设备 A 的输入力和速度矢量, F_A, V_A 为设备 A 的输出力矢量和速度矢量。传递矩阵 $[A]$ 可通过位移几何方程和力平衡方程求得, 如设激励力距设备 A 质心的距离向量为 e , 隔振器距设备 A 质心距离向量为 b , 则传递矩阵 $[A]$ 为^[6]:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_{12}^{-1}M_{11} & M_{12}^{-1} \\ M_{21} - M_{22}M_{12}^{-1}M_{11} & M_{22}M_{12}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{j\omega m} I_b I_b^T + \frac{2}{j\omega J} b b^T & -\frac{2}{j\omega m} I_b I_e^T + \frac{2}{j\omega J} b e^T \\ -\frac{2}{j\omega m} I_e I_b^T + \frac{2}{j\omega J} e b^T & \frac{2}{j\omega m} I_e I_e^T + \frac{2}{j\omega J} e e^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, I_b, I_e 为单位矩阵, m 和 J 分别为设备的质量和转动惯量。

隔振器组 B 的传递矩阵方程为:

$$\begin{Bmatrix} F_A \\ V_A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_C \\ V_C \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中 F_C, V_C 为隔振器组 B 的输出力和速度矢量, 即柔性基础的输入力与速度, $B_i (i, j = 1, 2)$ 由隔振器组中每个隔振器的四端参数组成, 如对于由 N 个金属橡胶隔振器组成的隔振器组, 矩阵 $[B]$ 的参数为:

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{N \times N} & 0 \\ 0 & \text{diag} \left[\frac{j\omega}{K_1}, \frac{j\omega}{K_2}, \dots, \frac{j\omega}{K_N} \right] \end{bmatrix} \quad (5)$$

对于柔性基础 C, 其力与位移关系为:

$$V_C = \beta F_C \quad (6)$$

式中, β 为力作用点的导纳。显然, 根据上面 (1)、(4)、(6) 式可方便地求出 V_S, F_C, V_C 与 F_S 以及系统特性间的关系。

2 振动功率流表达式

2.1 功率流基础概念

简谐力 $F = |F| \sin \omega t$ 作用在导纳为 $\beta = |\beta| e^{i\varphi}$ 的柔性基础上, 引起了力作用点产生 $V = |V| \sin(\omega t + \varphi)$ 的速度, 则传递到基础上的功率流为:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |F| |V| \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) dt \quad (7)$$

通过数学变换, 可得功率流的下列表达方式:

$$P = \frac{1}{2} |F| |V| \cos \varphi = \frac{1}{2} \text{Re} \{ F^* V \} = \frac{1}{2} |F|^2 \text{Re} \{ \beta \} \quad (8)$$

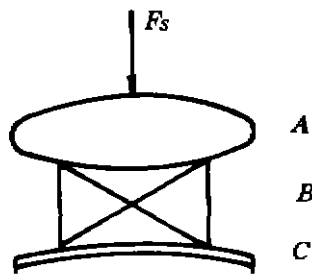


图 1 单层隔振系统一般模型

式中 * 表示复数共轭。

2.2 振动功率流表达式

为便于清晰地写出功率流表达式, 设设备 A 上作用有 r 个激励, 即 $F_S = \{F_{S1}, F_{S2}, \dots, F_{Sr}\}$, 隔振器组 B 有 N 个隔振器组成, 设其位置分别为 E_1, E_2, \dots, E_N , 对应的复刚度为 $K_1^*, K_2^*, \dots, K_N^*$, 则系统的输入功率为:

$$P_A = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{F_S^* V_S\} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \operatorname{Re}\{F_{Si}^* V_{Si}\} \quad (9)$$

柔性基础中输入的功率流为:

$$P_C = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{F_C^* V_C\} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}\{F_{Ci}^* V_{Ci}\} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N |F_{Ci}|^2 \operatorname{Re}\{\beta\} \quad (10)$$

当柔性基础为无限大薄板时, 力作用点的导纳 $\beta = 1/8\sqrt{D\rho h}$, 式中 D 为基础的弯曲刚度, ρ 为基础密度, h 为基础厚度。

前面几式就是一般文献中常用的功率流表达式。需要指出的是, 在实际的柔性基础中, 由于波动效应的存在, 此处的作用力会在彼处产生附加的速度场, 从而产生一个附加的能量流, 这一能量流会影响到系统的功率流输入, 如: 对于 E_1 处柔性基础的输入功率 P_{C1} 为:

$$P_{C1} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{F_{C1}^* V_1\} \quad (11)$$

式中 V_1 应是 E_1, E_2, \dots, E_N 等处作用力在 E_1 处产生的综合速度, 因为在 E_2, \dots, E_N 处作用在柔性基础上的运动力, 在 E_1 处都要产生一个附加速度和附加能量流, 这个能量流会增加或减少 E_1 处的输入功率, 因此, E_1 处总的功率输入为:

$$P_{C1} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{F_{C1}^* [|F_{C1}| \beta_{11} + |F_{C2}| \beta_{12} + \dots + |F_{CN}| \beta_{1N}]\} \quad (12)$$

式中 β_{1i} 为作用在 E_i 处的单位简谐力在 E_1 处产生的附加速度, 其值等于力在该点的导纳。

同理可求得 P_{C2}, \dots, P_{CN} , 因此, 柔性基础总的功率输入为:

$$P_C = \sum_{i=1}^N P_{Ci} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \operatorname{Re}\{F_{Ci}^* (|F_{Ck}| \beta_{ik})\} \quad (13)$$

当柔性基础为无限大平面薄板时, 作用在其上力 f 在距离力作用点 d 处产生的波动场附加速度 $V(d)$ 为:

$$V(d) = \frac{1}{8\sqrt{D\rho h}} [H_0^{(2)}(ld) - H_0^{(2)}(-jld)] \quad (14)$$

式中, $H_0^{(2)}$ 为第二类零阶 Hankel 函数, l 为波数, D, ρ, h 的定义同前。

根据前面定义有:

$$\beta_{ik}(i=k) = \frac{1}{8\sqrt{D\rho h}} \quad (15)$$

$$\beta_{ik}(i \neq k) = \frac{1}{8\sqrt{D\rho h}} [H_0^{(2)}(ld) - H_0^{(2)}(-jld)] \quad (16)$$

3 参数影响分析

为了简化分析和不失一般性, 取“一台设备通过四只隔振器安装在四边简支的矩形薄板

上”作为研究对象,设备仅有一个激振源,即: $r=1, N=4$. 假定设备相对于矩形薄板是对称安装的,且仅考虑设备在垂直方向作平动的情况,如图2所示。则力 F 与传递到柔性基础上力之比为:

$$T_F = \frac{1 + j2\zeta\lambda}{(1 - \lambda^2 - Q) + j(2\zeta\lambda)(1 - Q)} \quad (17)$$

式中

$$Q = \frac{m}{abm} \lambda^2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{(\omega_{ij}/\omega_n)^2 - \lambda^2} \sin \frac{j\pi\xi_i}{a} \sin \frac{j\pi\eta_j}{b} \sin \frac{j\pi\xi_1}{a} \sin \frac{j\pi\eta_1}{b} \quad (18)$$

$\lambda = \omega/\omega_n$, ω_{ij} 为薄板固有频率, \bar{m} 为薄板质量面密度, a, b 为薄板的长宽尺寸, ω_n 为刚性基础时隔振装置的固有频率, $\omega_n = \sqrt{4K/m}$, ξ_i, η_j 为隔振器在薄板上的位置坐标, ζ 为隔振器的阻尼比。

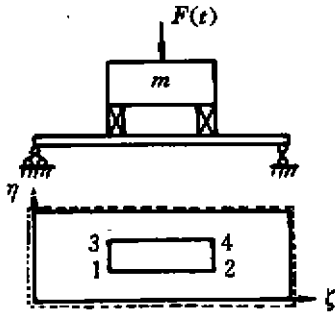


图2 参数影响分析模型

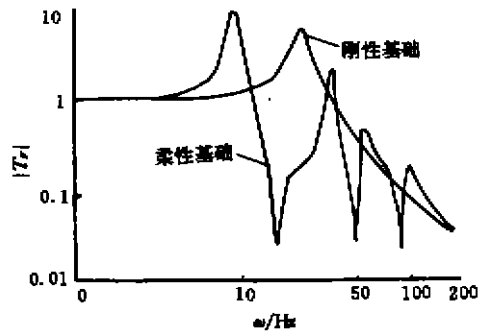


图3 力传递率曲线

3.1 基础柔性分析

为了研究系统的动态特性,将(17)、(18)两式中的各个参数赋以一组数据,作出力传递率 T_F 模的曲线如图3所示。从图中可看到:柔性基础的传递率曲线与刚性基础时有较大差别,刚性基础时传递率曲线只有一个峰值,而柔性基础的传递率曲线则有多峰值和谷值,且在低频段两者的符合程度较好,而在高频段则差异很大。刚性基础传递率曲线在高频段陡峭下行,能有效地隔离高频声振动,而柔性基础高频段曲线上众多的峰值将严重制约着系统隔振效率的提高,因此,对于低频区域,可不考虑基础柔性的影响,而对于高频振动的隔离问题则必须考虑基础柔性的影响。

3.2 波动效应分析

为了便于分析波动效应的影响,当设备A的长宽比较大时,可假设图2中设备仅有1与3、2与4处的隔振器才有相互作用,而其他各处对功率流的相互影响较小,可略去不计(具体理由见后面分析),同时,假设矩形薄板相对于设备A来说,满足前节中的无限大薄板假设,此时,将力传递率的公式代入(10)、(13)两式可得:

$$P_c = \frac{1}{8} \rho(0) |T_F|^2 |F|^2 \quad (19)$$

$$P_c = \frac{1}{8} \text{Re}\{\beta(0) + \beta(d)\} |T_F|^2 |F|^2 \quad (20)$$

式中, $\beta(0)$ 为力自驱动点的导纳, d 为 1 与 3 或 2 与 4 点间的距离, $\beta(d)$ 为第二个力在此点产生的附加值, 反映波动效应对功率流输入的影响, 则

$$\frac{P_c}{P_c} = \operatorname{Re}[1 + H_0^2(ld) - H_0^2(-jld)] = 1 + J_0(ld) \quad (21)$$

式中, $J_0(ld)$ 为第一类零阶 Bessel 函数, (21) 式的曲线如图 4 所示, 从图中可看到: 柔性基础的波动效应对系统功率流传输特性的影响较大。根据隔振器安装位置的不同, 波动效应可能增大或减小传入基础的功率流, 从而影响到隔振系统的隔振效果, 但是, 在柔性基础上也存在一些不影响系统功率传输的点(此时 $J_0(ld) = 0$), 若隔振器安装在此位置, 可不考虑波动效应的影响。另外, 当 $ld \rightarrow \infty$ 时, $J_0(ld) \rightarrow 0$, 且随 ld 增大, 以 $1/\sqrt{ld}$ 形式减小, 即: 随隔振器间隔的增大, 波动效应对振动功率流传递的影响也将逐渐减小, 因此, 只要隔振器安装时相隔距离较大, 也可不考虑波动效应的影响。一般当 $ld \geq 7$ 时, P_c 与 P_c 的最大误差将小于 30%。

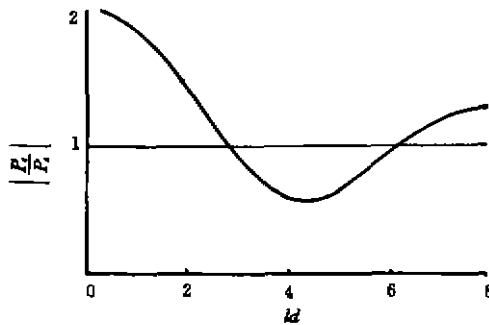


图 4 波动效应对功主经流的影响曲线

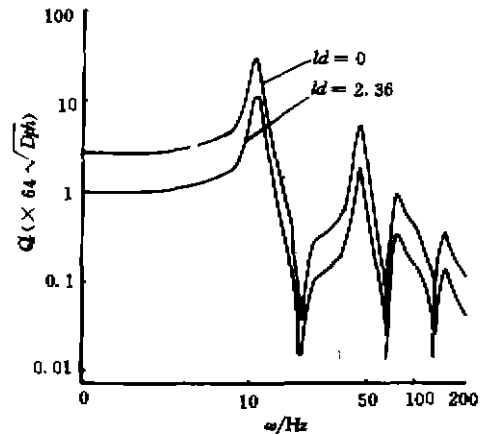


图 5 功率流频谱图

3.3 功率流频谱分析

传入基础的功率流频谱函数为:

$$Q = \frac{P_c}{|F|^2} = \frac{1}{64 \sqrt{Dph}} [1 + J_0(ld)] |T_F|^2 \quad (22)$$

其曲线如图 5 所示, 从图形和 (22) 可看到: 当隔振器安装位置一定时(即 ld 为定值), 基础柔性对功率流频谱的影响 Q 是其传递力影响 $|T_F|$ 的平方; 而基础柔性一定时, 功率流频谱将直接受隔振器安装位置的影响。

4 结 论

本文从多支承系统出发, 运用功率流和四端参数方法, 研究了安装在柔性基础上设备振动的隔离问题。建立了机器——隔振器——柔性基础的一般模型, 分析了系统振动传递特

性,在计入柔性基础波动效应情况下,推导了系统功率流表达式,并分析了基础柔性、波动效应等对隔振效果的影响,并得到下列结论:

1) 对于低频区的隔振问题,可不考虑基础柔性的影响,而对于高频振动的隔离问题则必须考虑基础柔性的影响。

2) 柔性基础的波动效应对系统功率流传输特性的影响较大,根据隔振器安装位置的不同,波动效应可能增大或减小传入基础的功率流,从而影响到隔振系统的隔振效果,因此,隔振器安装位置的确定存在综合优化问题。

3) 当隔振器安装位置一定时,基础柔性对功率流频谱的影响是其对传递力影响的平方;而基础柔性一定时,功率流频谱将直接受隔振器安装位置的影响。

参 考 文 献

- 1 Rivin E I. Principles and criteria of vibration isolation of machinery. Transaction of the ASME, 1979, (101): 682~692
- 2 Debra D E. vibration isolation of precision machine tools and instruments. Annals of CIRP, 1992, 2(41): 711~718
- 3 陈树勋. 基础的柔性对于传递率的影响. 振动与冲击, 1984, (1): 41~54
- 4 张愚. 建立在弹性基础上的双层隔振系统优化设计. 第五届全国振动理论学术会议, 1995, 青岛: 160~165
- 5 Xiong Yeping. Optimum control of vibration and structure-borne noise for machinery on flexible foundation. Chinese Journal of mechanical engineering. 1996, 9(1): 13~20
- 6 Xiong Yeping. Power flow analysis for a new isolation system——flexible floating raft. Chinese journal of mechanical engineering(English edition), 1996, 9(3): 260~264
- 7 Jing-Lei Qu, Bei-Li Qian. On the vibrational power flow from engine to elastic structure through single and double resilient mounting systems. Proceedings of the 1991 Noise & Vibration Conference: 149~152

A Study on Vibration Isolation for the Machine on Flexible Foundations

Gu Qankun Tang Yike Xu Youju Liang Xichang

(Department of Mechanical Engineering 1, Chongqing University, Chongqing, 400044)

ABSTRACT The problem of vibration isolation for the multi-supporting machine installed on flexible foundations was studied by power flow and four-end parameters methods. The general model of machine, isolator and flexible foundations was founded, and the transmission characteristic of the vibration system is analyzed. The expressions of power flow of the system with wave propagation effect being concerned was also presented. Finally, the effect of foundation flexibility and wave propagation on isolation was analyzed in detail.

KEYWORDS flexible foundations; vibration isolation / power flow; wave propagation