

(15) 25-29

A-bucket 算法应用于 表面形状检测的计算机仿真

TG 84
TM 933.312

解振东 封君 潘英俊

(重庆大学光电工程学院, 重庆, 400044; 第一作者 39岁, 男, 讲师, 硕士)

摘要 介绍了一种能直接从干涉图上鉴别出移相的实际大小, 而不需先进行校准的新的相位测量方法, 并对该算法进行了计算机仿真试验。

关键词 干涉; 最小二乘拟合; 移相器

中国图书资料分类法分类号 O438

0 引言^[1]

A-bucket 算法, 表面形状检测, 计算机仿真, 相位测量, 校准

移相干涉法能普遍应用于在精密加工表面的外观检测中。它的计量学原理是检测被测表面相对于参考表面的反射波阵面的相位差。这种测量需要有一种合适的相位检测算法, 以便能通过分析不同位相差的多个干涉图测出被测表面的反射光的波阵面, 为了寻找有效的相位检测算法, 人们已经做了大量的工作。下面几种新的算法是比较可靠的: the Carrie, multistep, three-bucket, four-bucket, five-step 和 Greire kamp. 这些算法中移相产生的位相差的大小和间隔不同, 它们都有各自的优点。

但是这些算法有一个通用的条件: 它们假设产生的位相差与所设定的完全一样, 如果由于没有进行校准或外部的干扰而实际产生了移相误差, 那么测量精度也就无法保证。因此这些方法都对测试环境、测试装置要求较高, 只限于在实验室条件下的测量。而通常需要在环境条件不理想的情况下实现测量。

本文介绍的新方法, 移相的实际值能直接从干涉图中辨别出来, 并且不需要后续的校准, 这种方法假设每一幅干涉图对应的点都有一个完全相同的初始位相差, 从而可以通过最小二乘法拟合找出来, 它现在被拓展为 A-bucket 算法, (A 为 arbitrary 的缩写)。这种新算法可以测出偏离预定值的移相误差值, 在后续的计算中通过代替实际值来消除误差。

1 A-bucket 算法

1.1 分步相移干涉测量的基本原理

如图 1 所示。这是一种分振幅双光束干涉仪, 分割振幅通过半透半反镜实现。从光源 S

• 收文日期 1997-10-22
高温高密度等离子体国家重点实验室资助项目

发出的光束经分光镜分束后,一束光射向被测物表面,另一束光射向参考反射镜M表面,两路光经反射后沿原路返回,在干涉场相遇形成干涉条纹。若参考镜M静止不动,则两干涉光束的位相差恒定,形成的像也静止不动。当光源足够小,透镜L质量足够高,整个干涉场的位相差变化仅取决于被测物表面和被分光镜重

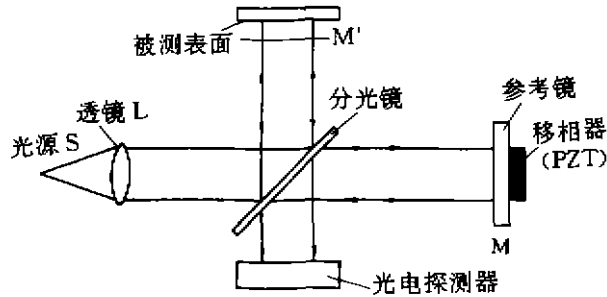


图1 分步相移干涉光路原理图

参考镜M的虚像M'之间的空气楔厚度变化。如果被测物表面是一个理想平面,而且与M'平行,则看不到干涉条纹,对应的干涉场的强度恒定不变。在参考镜M后加上一块相移器,在干涉条纹出口处,增设光电探测器接收光信号。相移器的作用是给参考镜一个位移使干涉条纹产生相应位移,这样,干涉条纹的相位信息除了一项反映表面缺陷的初始相位差外,还有一项就是相移器附加的相位。因此,表面形状测量问题,实际上就是对初始相位检测。为求解初始相位,可通过相移器对参考光束多次移相,在每次相移稳定后,测量附加的相移量,然后由光电探测器记录这时的光强信号,从这些信号中可直接求解初始相位差。根据初始相位可得到被测物的表面的形状高度为:

$$h = \frac{\lambda}{4\pi} \varphi$$

上式中,为 φ 两干涉光的初始位相差, λ 为测量波长。

1.2 求 φ 的算法^[2,3]

光电探测器记录的光强信息,用 I_{ij} 来表示, i 表示第 i 个检测像素, j 表示第 j 次相移。

$$I_{ij} = D - V_i \cos(\varphi_i - \delta_j) \quad (1)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m, \varphi_i$ 是被测表面的相关位相,在(1)中除了 φ_i 之外,还有三个未知量, δ_j 是移相的实际值, D 代表光强, V_i 是光强的调制幅度。首先,可以通过定义光强差为 J_{ij} 消去未知量 D 。

$$J_{ij} = I_{ij} - I_{i1} = V_i \cos(\varphi_i - \delta_j) - V_i \cos(\varphi_i - \delta_1) \quad (2)$$

它实际上是指 δ_j 引起的第 i 个元件所测得的强度的变化量,由 $\delta_1 = 0$ 公式(2)推算为:

$$J_{ij} = C_i (\cos \delta_j - 1) + S_i \sin \delta_j \quad (3)$$

其中, $C_i = V_i \cos \varphi_i, S_i = V_i \sin \varphi_i, V_i$ 和 φ_i 被 C_i 和 S_i 替换。两个新的未知量 C_i 和 S_i 与相关位相 φ_i 有直接关系。

$$\varphi_i = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \varphi_i}{\cos \varphi_i} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{S_i}{C_i} \right) \quad (4)$$

在移相期间 C_i 和 S_i 保持不变,因此我们可以用最小二乘法来逼近其真实值,令:

$$E_i = \sum_{j=1}^m (J_{ij} - J_{ij}^*)^2 \quad (5)$$

J_{ij}^* 是 J_{ij} 的测量值,实际上, E_i 表示的是第 i 个元件所测得的 m 次相移所造成的总的测量误差。将公式(3)代入公式(5):

$$E = \sum_{j=1}^m [C_j(\cos\delta_j - 1) + S_j\sin\delta_j - J_j^*]^2 \quad (6)$$

欲使 E 最小,则需要满足条件:

$$\frac{\partial E}{\partial C_j} = \frac{\partial E}{\partial S_j} = 0 \quad (7)$$

这个微分条件可以换算成矩阵等式

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_j \\ S_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_j \\ e_j \end{bmatrix} \quad (8)$$

上式中常数 $a = \sum_{j=1}^m (\cos\delta_j - 1)^2$, $b = \sum_{j=1}^m \sin\delta_j(\cos\delta_j - 1)$, $c = \sum_{j=1}^m \sin^2\delta_j$,

$$d_j = \sum_{j=1}^m J_j^*(\cos\delta_j - 1), \quad e_j = \sum_{j=1}^m J_j^*\sin\delta_j$$

再由公式(4)可以得出 φ_j 为:

$$\varphi_j = \tan^{-1}\left(\frac{S_j}{C_j}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{ae_j - bd_j}{cd_j - be_j}\right) \quad (9)$$

需要强调的是,公式(9)适用于任意的 δ_j 组合,即没有移相大小和间隔的限制,所以 δ_j 的值不需要是等间隔的。

下面,必须知道 δ_j 的真实值,当不需要进行预先的校准而将这些值从强度信息中提取出来时,必须假设在每次移相后对每幅干涉图而言探测器所检测出的 δ_j 是相同的, δ_j 的真值是使 E_j 最小的 δ_j 值。

$$E_j = \sum_{i=1}^n (J_{ij} - J_{ij}^*)^2 = \sum_{i=1}^n [C_i(\cos\delta_j - 1) + S_i\sin\delta_j - J_{ij}^*]^2 \quad (10)$$

E_j 是 n 个检测器第 j 个总干涉图的拟合误差,欲使 E_j 最小,则需要满足条件:

$$\frac{\partial E_j}{\partial(\cos\delta_j)} = \frac{\partial E_j}{\partial(\sin\delta_j)} = 0 \quad (11)$$

这个必要条件可以导出矩阵等式

$$\begin{bmatrix} f & g \\ g & h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\delta_j \\ \sin\delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_j \\ t_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

上式中常数 $f = \sum_{i=1}^n C_i^2$, $g = \sum_{i=1}^n C_i S_i$, $h = \sum_{i=1}^n S_i^2$

$$s_j = \sum_{i=1}^n (J_{ij}^* + C_i)C_i, \quad t_j = \sum_{i=1}^n (J_{ij}^* + C_i)S_i$$

这样可以得出

$$\delta_j = \tan^{-1}\left(\frac{\sin\delta_j}{\cos\delta_j}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{ft_j - gs_j}{hs_j - gt_j}\right) \quad (13)$$

2 计算方案

从上面已经看出,需要两个最小二乘拟合,才能最终得出 δ_j ,一个是为了得出 C_i 和 S_i ,另一个是为得出 δ_j 。很清楚,前一个是时间最小二乘拟合,后一个是空间最小二乘拟合,这两个最小二乘拟合实际是有关系的, δ_j 需要计算出 C_i 和 S_i ,反之亦然。所以两个拟合应反复进行

多次,直至逼近到一定值,具体算法可以用以下几步来描述:

- 1) 假定一个初值 δ_j^0 ;
- 2) 将 δ_j^0 代入(8)式求 C_j^0, S_j^0 ;
- 3) 利用求出的 C_j^0, S_j^0 代入(12)式求 δ_j^{k+1} ;
- 4) 检查 δ_j^{k+1} 的收敛性,若 $|\delta_j^{k+1} - \delta_j^k| \leq \epsilon$ (ϵ 是个预定值),则将 δ_j^{k+1} 代入(8)式求出 C_j^{k+1}, S_j^{k+1} ,由(9)式求出相位 φ_i ;若不成立,令 $k = k + 1$,返回(2)步继续进行计算。

采用上述算法事实上可以得出两组解,即 C_j, S_j, δ_j 和 $C_j, -S_j, -\delta_j$, 其原因是: $(S_j)\sin\delta_j = (-S_j)\sin(-\delta_j)$. 所以在实际的移相中必须限定 δ_j 均为正或负,以便在计算过程中始终是预先设定的符号。

为了在每次逼近中都能得到令人满意的最小二乘拟合,应考虑检测单元的数量 n 和移相次数 m, J_i ; 测得值总计为 $n(m-1)$ 个,而未知的待拟合的 C_j, S_j 和 δ_j 的数目是 $2n + m - 1$, 所以,所得测量值的个数至少应该大于拟合次数,也就是

$$n(m-1) \geq 2n + m - 1 \quad (14)$$

上式可以变形为:

$$n \geq 1 + \frac{2}{m-3} \quad \text{或} \quad m \geq 3 + \frac{2}{n-1}$$

由此可得: $m \geq 4, n \geq 3$ 或 $n \geq 2, m \geq 5$.

3 计算机仿真试验

已建立的数值算法是通过计算机仿真来加以证明的,一个典型的例子是,假定被测面的波前相位 $\varphi_i = \frac{2\pi}{n}i$, 移相在 $0 \sim 2\pi$ 内进行,取 5 步位移量,即 $m = 5$. 因此,实际的相移可以假设成 $0, 0.4\pi, 0.8\pi, 1.2\pi$ 和 1.6π . 然后必须的 J_i 强度数值,通过将 φ_i 和 δ_j 代入公式(2)得出,因 V_i 对计算结果无影响,可设 $V_i = 1$. 对于数值重复逼近,取 $\epsilon = 0.0000001$, 开始相移量可以假设为 $0, 0.3\pi, 0.6\pi, 1.0\pi$ 和 1.5π (也可以假设为其它值),经上机计算,得到了如图 2 的结果。

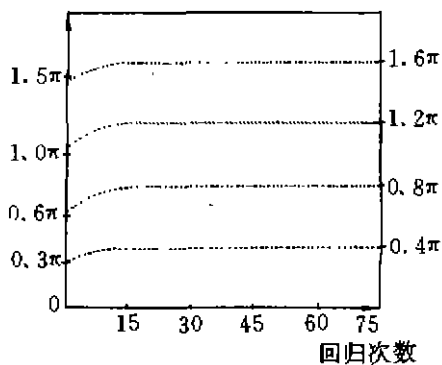


图 2 $n = 10, m = 5$ 的仿真计算曲线

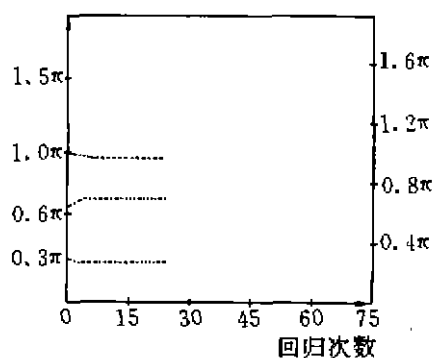


图 3 $n = 10, m = 4$ 的仿真计算曲线

我们还对其他值进行了计算,结果与图 2 相仿.说明用该算法计算的结果是正确的.同

时,我们还对 $n \geq 3, m = 4$ 对进行了仿真计算,得到了如图 3 的结果,尽管也收敛,但结果不正确,证明这组解不能使 δ 收敛到真值,故 $n \geq 2, m \geq 5$ 是使 δ 收敛其真值的唯一解。当 n 变得很大时,总的计算次数增加,所以不需要所有的检测单元进行依次的最小二乘拟合,实际上, n 的最佳范围是 $15 \leq n \leq 20, m$ 的最佳范围是 $5 \leq m \leq 10$ 。

4 结 论

被称作 A-bucket 算法的移相测量方法可以通过逐次逼近的最小二乘拟合直接从干涉图中测得实际相位的大小,即使在存在外界震动干扰的情况下,它也能不经过事先的校准,而使移相误差最小。可以看出,这种算法是在基本算法的基础上的延伸,尽管其运算量较大,但由于高速计算机的发展,运算时间已大大缩短。笔者准备在光学薄膜检测中实现 A-bucket 算法。

参 考 文 献

- 1 In-bok Kong. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting. Opt, eng. 1995, 34(1):183~188
- 2 In-bok Kong. Portable inspection of precision surfaces by phase-shifting interferometry with automatic suppression of phase-shift errors, Opt Eng, 1995, 34(5):1400~1404
- 3 艾勇. 最新光学应用测量技术. 武汉:武汉测绘科技大学出版社, 1994. 135~147

Emulator of A-bucket Algorithm applying to the Surface Detection

Xie Zhengong Feng Jun Pan Yingjun

(College of Optoelectronic Engineering, Chongqing University)

ABSTRACT An important problem in phase-shifting interferometry is to get rid of the phase-shift error in order to enhance the measurement accuracy. In this paper, a new method that can be used to calculate the real phase-shift from the interference pattern is proposed and emulated.

KEYWORDS interferometry; least-square fitting; phase-shift device