

·研究简报·

22

分阶式双渐开线齿轮轮齿刚度的研究

116-120

许洪斌¹ 张光辉¹ 加藤正名²

TH132.413

(1 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆, 400044; 2 日本东北大学)

摘要 用有限元方法首次计算分析了分阶式双渐开线齿轮轮齿的刚度、啮合刚度和载荷分配系数, 结果表明双渐开线齿轮的刚度、啮合刚度均提高了, 而载荷分配系数基本不变; 提出直线逼近齿廓曲线近似求解该齿轮刚度的能量积分法。

关键词 双渐开线; 齿轮传动; 刚度
中国图书资料分类法分类号 TH132.41

双渐开线齿轮

承载能力 分阶式

0 引言

分阶式双渐开线齿轮是一种新型齿轮^[1,2], 有关的研究先后得到国家教委博士点基金和国家自然科学基金的资助。提出者认为, 该齿轮的承载能力高、几何性能和工艺性能好。作者所做的齿轮弯曲强度对比试验表明该齿轮的承载能力提高了10%以上^[3], 说明该齿轮弯曲强度有较大幅度提高。

啮合齿间载荷分配和接触线上载荷分布以及动载荷状况一般由齿轮的制造、装配误差和刚度决定。一般认为刚度研究与强度分析有着紧密的联系。虽然因齿根厚度增加, 齿根刚度随之增大, 但如果齿顶厚度减薄而刚度减小, 势必降低啮合刚度。因此, 对分阶式双渐开线齿轮轮齿的刚度研究是十分必要的。

1 轮齿刚度的数学描述

1943年, 日本石川二郎^[4]提出用一长方形和一梯形的组合实体取代渐开线轮齿, 通过求解接触点沿作用线方向的变形量计算轮齿刚度。1953年, Weber提出了用能量积分法计算力的作用线与轮齿对称轴线的交点沿作用线方向的变形量。此外, 石川和Weber给出了求解齿面接触变形量的公式。

刚度的一般表达式为:

$$k_n = \frac{F_N/b}{\alpha_k} \quad (1)$$

式中 F_N ——作用于齿廓的法向力;
 b ——齿宽;

- 收文日期 1998-06-24
- 国家自然科学基金资助项目(59775013)
- 第一作者: 男, 1967年生, 博士

w_k ——作用线与轮齿对轴线交点 P 沿作用线的变形量。

当法向力 F_N 作用在齿廓的不同位置时,应用图 2 的有限元模型,求出 x 和 y 轴方向的变形量 δ_x 、 δ_y ,则法线方向的变形量为:

$$w_k = \delta_x \cos \varphi_x + \delta_y \sin \varphi_x \quad (2)$$

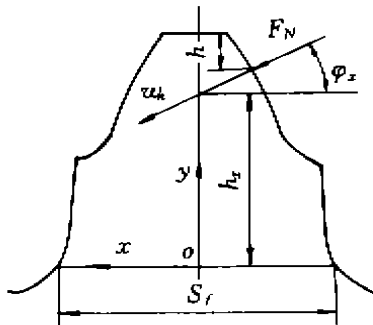


图 1 刚度分析图

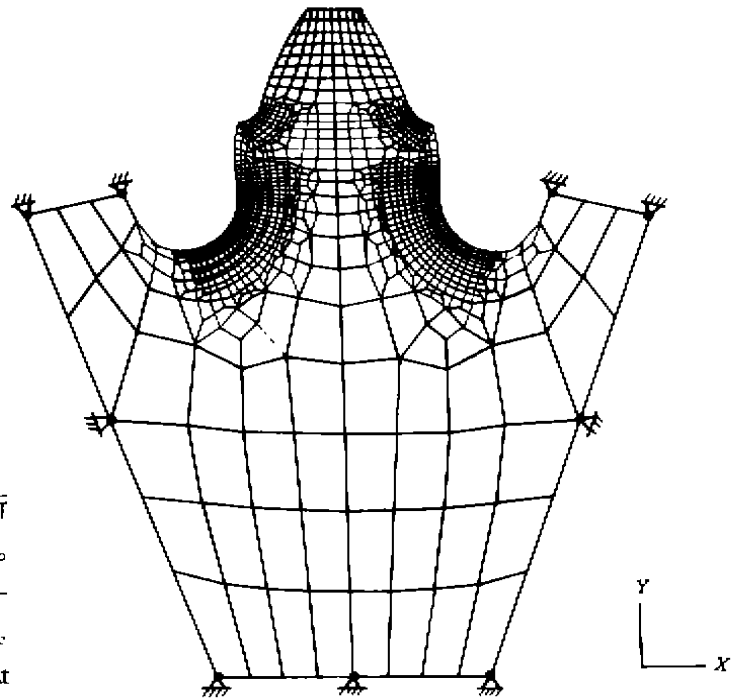


图 2 FEM 分析模型

2 用 FEM 分析刚度

笔者所做有限元计算与分析是在 MARC 系统上完成的。MARC 是 Analysis Research Corporation 的简称,创立于 1967 年。MARC 和它的前后处理器 Mentat 被誉为世界最著名的解决高级工程问题的通用有限元程序,应用最先进的数值分析技术,求解速度快,精度高。

2.1 建模

图 2 是二维有限元分析模型,共有节点 1378、单元 1458 个,单元为 4 节点四边形,边界约束固定。齿廓曲线通过展成包络方程精确求解。齿根和齿腰因圆弧过渡产生应力集中,是轮齿的高应力场区,故单元划分密集,且沿法线方向分布。当作用在齿廓上点 P_i 的法矢与轮齿对称轴的交点 P_0 不位于节点时,应调整邻近的节点与 P_0 重合,则作用在点 P_i 的单位载荷所引起的变形,可直接通过点 P_0 沿坐标轴的位移分量获得。

2.2 齿廓的刚度分布

作者计算了模数 $m = 5 \text{ mm}$,压力角 $\alpha = 20^\circ$,齿厚变位系数 $y = 0.08$ 时,不同齿数的齿廓刚度分布情况,并与渐开线齿轮作比较。图 3 给出齿数为 18 的计算结果,DIG 代表双渐开线齿轮,gear 表示传统渐开线齿轮,图中 $h_m = h/m$,计算结果表明:除齿顶刚度变化很小外,齿廓刚度都大于渐开线齿轮的。显而易见,影响齿顶刚度最敏感的参数是齿厚变位系数 y 。

2.3 不同齿厚变位系数的齿顶刚度

图 4 给出了不同齿数、不同齿厚变位系数条件下的齿顶刚度,当 $z \leq 30$, $y \leq 0.08$ 时,齿顶刚度与渐开线相比略有提高,随着齿数增大, y 值的变化对刚度的影响越明显。如果把 y

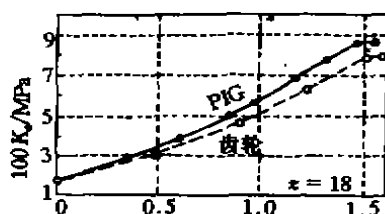


图3 不同齿数的刚度

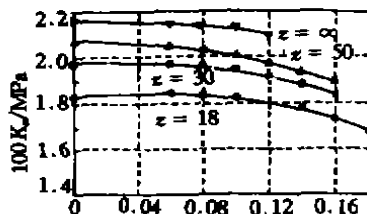


图4 y与齿顶刚度的关系

限定在一定范围内,如 $y \leq 0.10$, 则齿顶刚度变化很小,当达到极限时, $z = \infty, y = 0.10$, $\frac{k_a^{(d)} - k_a^{(i)}}{k_a^{(i)}} < 2\%$, 其中(d)和(i)分别代表双渐开线和渐开线齿轮, K_a 代表齿顶刚度。

齿顶厚变薄,刚度反而有所提高,这种现象可以用能量积分原理解释。

3 能量法对轮齿刚度的解释

轮齿受力后的变形由2个部分组成,即齿的弯曲变形 u_b 和基底部倾斜变形 u_k 。

根据 Weber 的研究成果,齿根点 A、B,引切线与齿中心线相交 20° , 设 AB 与中心线交点为原点 O, OA 为 x 轴, OA 的垂直方向为 y 轴,齿形曲线可由方程 $x = f(y)$ 表示,见图 1。则 Weber 的能量法求解变形量为:

$$u_i = u_b + u_k \tag{3}$$

$$u_b = \frac{F_N}{Eb} \cos^2 \varphi_x \left\{ 10.92 \int_0^{h_x} \frac{(h_x - y)^2}{(2x)^3} dy + 3.1(1 + 0.294 \tan^2 \varphi_x) \int_0^{h_x} \frac{dy}{2x} \right\}$$

$$u_k = \frac{F_N}{Eb} \cos^2 \varphi_x \left\{ 5.2 \frac{h_x^2}{S_F^2} + \frac{h_x}{S_F} + 1.4(1 + 0.294 \tan^2 \varphi_x) \right\}$$

式中, E——弹性模量 (MPa); b——齿宽 (mm)。

对双渐开线齿廓曲线无法精确积分,只能近似计算。本文采用直线逼近,即由 n 段首尾相连的折线取代齿廓曲线。n 值大小决定了上述简化计算的近似程度,取 $n = 3m = 15$, 当 $Z = 30, m = 5 \text{ mm}, \alpha = 20^\circ$, 当法向力 $F_N = 10 \text{ N}$ 作用于齿顶时,变形量和齿顶刚度计算结果列入表 1。

表 1 变形量和刚度

y	$u_b/\mu\text{m}$	$u_k/\mu\text{m}$	$u_i/\mu\text{m}$	$k/10^{-2}\text{MPa}$
0.00	0.32603	0.25933	0.585356	1.7084
0.06	0.33297	0.24473	0.57770	1.7310
0.08	0.33931	0.24048	0.57979	1.7248
0.10	0.34832	0.23650	0.58482	1.7099
0.12	0.36003	0.23230	0.59233	1.6882
0.14	0.37580	0.22860	0.6044	1.6544
0.16	0.39636	0.22506	0.62142	1.6092

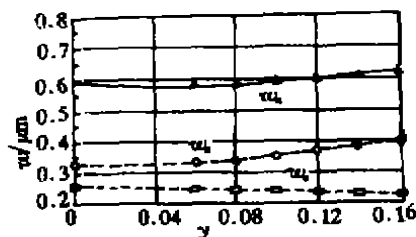


图5 y对变形量的影响

将所得数据绘成图 5 可知,随着 y 值增大 u_b 随之增大,但由于 u_k 减小,总变形 u_i 先减

小而后增大。由此可说明,当齿数和齿厚变位系数 y 控制在一定范围时,齿根刚度增大、轮齿基座变形减小,一定程度上抵消了因齿顶厚减小轮齿弯曲变形的增大量,使总变形反而有所减少,从而提高了齿顶的刚度。

用 FEM 和近似数值计算方法分别计算了齿廓刚度分布,结果表明两种计算方法得到的齿顶刚度变化趋势相同, FEM 计算的数值仅大 15% 左右。由此说明用作者提出直线逼近齿廓曲线的方法解析分阶式双渐开线齿轮的刚度是完全可行的。

4 啮合刚度和载荷分配系数

啮合刚度的一般表达式为:

$$k_m = \frac{F_N}{u_1 + u_2 + u_b} \quad (4)$$

式中, u_1 、 u_2 为齿面啮合处小齿轮和大齿轮轮齿的变形量, u_b 为轮副接触变形量,可根据 Weber 公式确定。

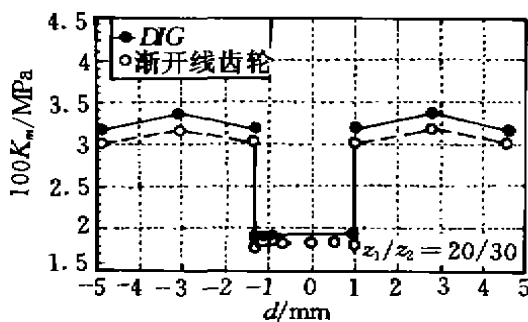


图6 啮合刚度

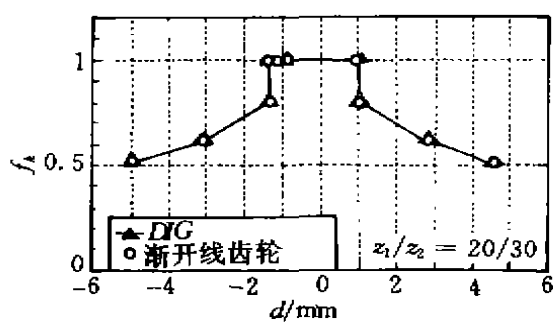


图7 载荷分配系数

当 $m = 5$, $y = 0.08$, $l^* = 0.10$ 时,图6给出不同齿数相啮合时的啮合刚度沿啮合线上的分布。横坐标 0 代表节点, d 代表节点到啮合点的距离,正方向代表小齿轮的齿顶,负方向代表齿根。与渐开线齿轮相比,啮合刚度明显提高了。

在不考虑误差的情况下,齿轮副的载荷分配系数与刚度成反比,图7给出载荷分配系数 f_k 。虽然两种渐开线齿轮齿廓刚度分布不同,啮合刚度也不一样,但载荷分配系数基本接近。

5 结 论

通过计算与分析可得到如下结论:

- 1) 与渐开线齿轮相比,分阶式双渐开线齿轮的刚度和啮合刚度提高了,且根部刚度增加幅度更大。
- 2) 齿厚变位系数 y 是影响刚度最敏感的系数,研究表明 y 不宜大于 0.1。
- 3) 在不考虑误差的条件下,载荷分配系数几乎与渐开线齿轮相等。
- 4) 用本文提出的直线逼近齿廓曲线的数值解析方法适于分析该新型齿轮的刚度。

参 考 文 献

- 1 张光辉, 许洪斌, 龙慧. 分阶式双渐开线齿轮. 机械工程学报, 1995, 31(6): 47~52
- 2 Xu Hongbin. Influences of Ladder-shape Factors on Strength and Stiffness of Double Involute Gear. In: Tianjin University. Proceeding of International Conference on Mechanical Transmissions and Mechanisms. Beijing: China Machine Press, 1997. 506~509
- 3 许洪斌. 分阶式双渐开线齿轮弯曲强度的研究. [学位论文], 重庆: 重庆大学机械传动国家重点实验室, 1997
- 4 JGMA 401-01, 平歯車およびはすば歯車の曲げ強さ計算式, 1974

The Research on Stiffness of Double Involute Gear with Ladder-shape Teeth

Xu Hongbin Zhang Guanghui Masana Kato
(the State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University)

ABSTRACT The stiffness of the tooth with different profile parameters, meshing stiffness and the coefficients of loading distribution allowing for no error are calculated and analyzed on double involute gear with ladder-shape teeth for the first time, and the results are made comparison with traditional involute gear; The stiffness of the double involute gear and the meshing stiffness are both increased, and the coefficients of loading distribution are basically unchanged. The energy integration method is also put forth to solve stiffness approximately by linear approximating the tooth profile curve.

KEYWORDS double involute; gear drive; stiffness

(责任编辑 钟学恒)