

16

87-91

# 一类鲁棒辨识算法的研究

周恩玲 孙镇

(重庆大学自动化学院, 重庆, 400044)

TP13

**摘要** 提出了一种新的基于参数模型集估计的辨识算法, 该算法不仅辨识出一个参数点, 还辨识出每个参数的误差界。它将噪声界代入辨识, 并在辨识过程中依据误差, 动态修正辨识收敛速率及方向, 以期获得满意的辨识性能。仿真结果表明: 它与传统辨识相比显示出较大的优越性, 既具有很高的收敛精度, 又具有很快的收敛速度。表现出了良好的抗噪声特性, 较强的鲁棒性和收敛一致性。

**关键词** 系统辨识; 鲁棒性; 有界扰动 / 模型集

**中国图书资料分类法分类号** TP13

辨识算法

## 0 引言

系统辨识是获取被控现象的数学模型的一种重要方法, 其目的是尽可能精确地反映对象的真实情况。这使系统辨识技术在工程和非工程领域获得了广泛的应用, 随着智能技术的突起和发展, 系统辨识在控制工程中的地位更为重要, 因而进一步受到控制理论与应用界的重视<sup>[1]</sup>。然而尽管传统辨识算法可在一定范围内成功地应用, 但当系统运行特性复杂, 特别是噪声较大时, 常常导致辨识失败, 其主要原因是辨识算法的鲁棒性不强<sup>[2,3]</sup>。为此, 笔者提出了一类鲁棒辨识算法, 以期克服传统辨识的缺点。该算法的主要特点是将估计单个模型改变为估计一类模型集。因此对最小容积椭球进行了深入研究。算法不仅辨识出一个参数点(椭球球心), 同时还辨识出每个参数的误差界, 从而在辨识过程中出现噪声或干扰时, 可以依据辨识出的参数误差, 对辨识的收敛速度及其方向进行动态修正。数字仿真研究证实, 所提算法在能够有效地处理噪声干扰的问题的同时, 显著地提高了辨识的收敛精度及速度。

## 1 辨识对象的描述

保持与传统辨识的一致性和对其的继承性, 采用 SISO ARMAX 模型:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{j=1}^m b_j u(k-j) + v(k) = \theta^T \Phi(k) + v(k) \quad (1)$$

其中  $\theta = [a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m]$  为待辨识的参数向量, 对于一般实际系统, 至少含有一拍纯滞后, 故  $b_0 = 0$ , 实际参数向量为  $\theta = [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m]$ ,  $\Phi(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]$  为包含历史输入  $u(\cdot)$ ,  $y(\cdot)$  的观测向量。n 和 m 分别对

· 收文日期 1997-12-31

第一作者: 女, 1939年生, 副教授

应系统的极点和零点的数目。 $V(k)$  是影响系统的有界噪声序列,且满足  $|V(k)| \leq \gamma$ , 当  $k \geq 0$ , 这里假定  $n, m$  和  $\gamma$  都是事先知道的。

设集合  $\Theta \subset R^{n+m}$  参数空间,且对于任一  $\theta \in \Theta$  都为满足输入输出值的参数估计的可行解,即:

$$\Theta = \{ \theta \mid |y(k+1) - \theta \Phi(k+1)| \leq \gamma \quad k = 0, \dots, N \} \quad (2)$$

参数集估计的目标就是显式地在参数空间中寻找  $\Theta$ , 通常  $\Theta$  是一个不规则的凸形集, 因此笔者希望得到一个更易处理的凸形集来约束  $\Theta$ , 以便对系统进行分析和控制。因为椭球的数字表达式简单明了, 计算处理非常便利, 因而常被选来对  $\Theta$  进行约束。这样本文的目标就是寻找包含  $\Theta$  集的最小椭球, 而椭球的超体积(因为在多维空间) 则作为衡量大小程度的标准。

## 2 最小容积椭球算法研究

分析(2)式定义的  $\Theta$ , 考虑下面一对约束:

$$|y(k+1) - \theta \Phi(k+1)| \leq \gamma \quad (3)$$

由此定义  $\Theta(k+1)$  为:

$$\Theta(k+1) = \{ \theta \mid |y(k+1) - \theta \Phi(k+1)| \leq \gamma \} \quad (4)$$

从参数空间的几何意义分析

$$y(k+1) - \theta^T \Phi(k+1) = \gamma \quad (5)$$

$$y(k+1) - \theta^T \Phi(k+1) = -\gamma \quad (6)$$

(5)与(6)式分别表示参数空间的两个超平面, 而  $\Theta(k+1)$  则是夹在两个超平面之间的区域。这样可以得出递推辨识椭球域的思想: 给定一个椭球  $E(k)$ , 寻找另一个最小容积椭球  $E(k+1)$  使其满足对于  $k = 0, \dots, N$ , 都是  $E(k+1)$  包含  $E(k) \cap \Theta(k+1)$ , 这里  $N$  是辨识步数。写成数学形式, 最优目标即为:

$$\min \{ \text{vol}(E(k+1)) \mid E(k+1) \supset E(k) \cap \Theta(k+1) \} \quad (7)$$

在参数空间中, 椭球方程为以下形式:

$$(\theta - \theta_0)^T A (\theta - \theta_0) = C \quad (8)$$

其中,  $A$  为对称正定阵,  $\theta_0$  为椭球球心,  $C$  决定椭球的大小。

由此可以定义椭球域  $E(k)$  与  $E(k+1)$  为

$$E(k) = \{ \theta \mid (\theta - \theta(k))^T P(k)^{-1} (\theta - \theta(k)) \leq 1 \quad \theta \in R^{n+m} \} \quad (9)$$

及

$$E(k+1) = \{ \theta \mid (\theta - \theta(k+1))^T P(k+1)^{-1} (\theta - \theta(k+1)) \leq 1 \quad \theta \in R^{n+m} \} \quad (10)$$

令  $r = n + m$  为参数空间的维数,  $\theta(k)$  为在第  $k$  步时所估计椭球的球心。

推导最小容积椭球算法时, 采用如下坐标变换以简化分析

$$\theta = \theta(k) + J\theta \quad (11)$$

其中  $\theta$  是参数空间中的任一向量  $P(k) = JJ^T$ , 通常这种坐标变换, 椭球  $E(k)$  就影射为以坐标原点为球心的单位超球。这样, 参数集的估计就得到了进一步简化: 即在第  $k$  步时, 进行坐标变换得到  $E(k)$  单位球, 然后做出(5)与(6)两个超平面, 再求取包含两个超平面截断

单位球的那部分球台的椭球。

$$\text{令 } S' = \{\theta' \mid \theta'^T \theta' \leq 1\} \quad (12)$$

为单位圆(球)及

$$K' = \left\{ \theta' \mid \frac{\Phi'^T \theta'}{\sqrt{\Phi'^T \Phi'}} \leq \alpha \ \& \ \frac{\Phi'^T \theta'}{\sqrt{\Phi'^T \Phi'}} \geq \alpha - 2\beta \right\} \quad (13)$$

其中  $\Phi'$  为经过坐标变换后的  $\Phi(k+1)$ 。  $\alpha$  和  $\beta$  是确定两个超平面的参数。两个超平面间距为  $2\beta$  其中一个平面距圆心为  $\alpha$ 。进行参数集估计时将定出这些参数的数值, 经过坐标变换后, 希望得到这样一个椭球。

$$E' = \{\theta' \mid (\theta' - \theta'_0)^T A' (\theta' - \theta'_0) \leq 1\} \quad (14)$$

使其最小化并满足  $S' \cap K' \subseteq E'$ 。

为了方便分析, 定义由两个超平面分别分割出的空间

$$H_1' = \left\{ \theta \mid \frac{\Phi'^T \theta'}{\sqrt{\Phi'^T \Phi'}} \leq \alpha \right\} \quad (15)$$

$$H_2' = \left\{ \theta \mid \frac{\Phi'^T \theta'}{\sqrt{\Phi'^T \Phi'}} \geq \alpha - 2\beta \right\} \quad (16)$$

下面用“\*”来表示空间域的边界, 从定义中可知:  $K'$  是夹在两个超平面中的区域,  $H_1'^*$  和  $H_2'^*$  是两个相距  $2\beta$  的超平面, 且  $H_1'^*$  与  $S'$  的圆心(原点)相距  $\alpha$ , 下面将借助两个定理进行分析。

**定理 1<sup>[4]</sup>** 给定  $S'$  和  $K'$ , 包含  $S' \cap K'$  的最小容积椭球  $E'$  必须满足下面的条件:

$$H_1'^* \cap S' = H_1'^* \cap E' \quad (17)$$

$$H_2'^* \cap S' = H_2'^* \cap E' \quad (18)$$

**定理 2<sup>[4]</sup>** 对于域  $S'$  与  $K'$ , 如果满足  $|\alpha| \leq 1$  且  $|2\beta - \alpha| \leq 1$ , 下面的参数将得到一个包含  $S' \cap K'$  的最小容积椭球。

$$\theta'_0 = \frac{\rho \Phi'}{\sqrt{\Phi'^T \Phi'}} \quad (19)$$

$$A' = \delta \left( 1 - \frac{\sigma \Phi'^T \theta'^2}{\sqrt{\Phi'^T \Phi'}} \right) \quad (20)$$

这个椭球就是(14)方程所描述的。很明显,  $\theta'_0$  决定了椭球的球心,  $A'$  则决定了椭球在各个轴向上的长度(可理解为球的半径)。

(20)式中  $I$  为  $r \times r$  单位阵,  $r = n + m$  为待辨识参数数目。

定理 1 和定理 2 为算法推导提供了数学基础。为了形成递推算法, 考虑递推最小二乘的递推公式<sup>[5]</sup>, 可以保持形式上与最小二乘法的类似。在原来坐标变换基础上, 令  $P(k+1) = JA'j^T$  及  $\Phi(k+1) = j^T \Phi'$ 。由此,  $E(k)$  就映射为  $S'$ ,  $E(k+1)$  映射为  $E'$ 。利用定理 2 的结论, 可以形成如下递推辨识算法:

对于受(2)式的有界噪声约束的系统(1), 下面递推式(21)和(22)就构成了包含如式(4)的  $\Theta(k+1)$  与(9)式的  $E(k+1)$  的交集的最小容积椭球。

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \frac{\rho(k) P(k) \Phi(k+1)}{\sqrt{\Phi^T(k+1) P(k) \Phi(k+1)}} \quad (21)$$

$$P(k+1) = \delta(k) \left\{ P(k) - \sigma(k) \frac{P(k) \Phi(k+1) \Phi^T(k+1) P(k)}{\Phi^T(k+1) P(k) \Phi(k+1)} \right\} \quad (22)$$

其中  $\rho(k)$ ,  $\delta(k)$ ,  $\sigma(k)$  分别根据  $\alpha$  和  $\beta$  的值得出。 $\alpha$  和  $\beta$  的值由下式给出:

$$\alpha = \frac{\gamma(k+1) + \gamma - \Phi^T(k+1) \theta(k)}{\sqrt{\Phi^T(k+1) P(k) \Phi(k+1)}}; \quad \beta = \frac{\gamma}{\sqrt{\Phi^T(k+1) P(k) \Phi(k+1)}} \quad (23)$$

由引可以很方便地用程序实现这种辨识算法。

### 3 数字仿真实验

为了增强仿真的苛刻性,下面的仿真噪声方差全部设定为 0.5.

#### 3.1 一阶对象

所有对象模型为:  $y(k) = 1.2y(k-1) + 0.4u(k-1) + e$

仿真曲线如图 1 所示。图中横坐标为步数,纵坐标为方差。从仿真曲线可以看出,本算法用了大约 5 步,辨识参数便达到稳定,辨识结果有一定误差。

因此在这种情况下,对于本算法,这种简单结构意味着参数较少,因而导致其对噪声的包含能力下降。但是,在方差为 0.5 的情况下,所辨识出的参数仍不失为一满意的结果。

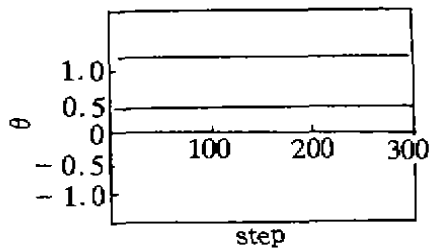


图 1 一阶系统辨识的数字仿真结果

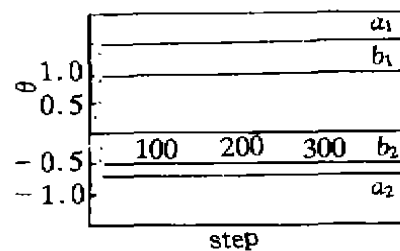


图 2 二阶系统辨识的数字仿真结果

#### 3.2 二阶对象

所用对象模型为:

$$y(k) = 1.5y(k-1) - 0.7y(k-2) + u(k-1) - 0.5u(k-2) + e$$

仿真曲线如图 2 所示。

本算法用了大约 6 步,辨识参数便达到稳定,辨识结果比较令人满意。

由此可以看出,当系统(对象)复杂性增加时,本算法的优势便马上体现了出来。也就是说,当系统受到强噪声干扰时,传统辨识算法就受到了严峻的考验。可以预计,如果此时用其辨识结果进行控制,其后果是不堪设想的,因为其参数收敛过渡过程太长,控制器的形成必然也要经历漫长的时间。如果情况理想,那么当辨识达到稳定之后,控制有可能达到稳定;如果情况不理想,控制则很有可能(概率很大)在过渡过程就发散。

对于三阶系统也做了仿真研究,其结果进一步验证了上述结论,因此可以说当系统受到强烈外部干扰且系统本身比较复杂时,传统辨识算法的主要问题是收敛速度太慢,只要辨识时间足够长,最终仍可达到精度较高的辨识结果。但本算法则始终保持有非常快的收敛速度和收敛精度,甚至于当系统复杂性增强时,其辨识结果精度不但没有下降,反而略有提高,系

统的复杂化对其的影响仅仅是辨识时间略有增加, 这种现象可以解释为当系统变复杂时, 辨识的参数增多, 因而提高了它对噪声的包容能力。

#### 4 结 论

传统辨识算法发展到今天, 已经逐渐显露出了许多弊端。这集中地体现在其辨识精度及收敛速度都严重地受噪声的影响, 因而导致了控制器鲁棒性下降, 达不到预期的效果。本文在传统辨识的基础上, 考查了现有鲁棒辨识发展所取得的成就, 提出了一类基于参数模型的递推鲁棒辨识算法, 通过理论分析和仿真验证, 证明了该算法具有以下特性: 1) 非常强的噪声抑制能力; 2) 较高的辨识精度; 3) 快的收敛速度; 4) 收敛区域小; 5) 参数中心点估计采用了一种新递推算法, 突破了常规最小二乘估计。

#### 参 考 文 献

- 1 杨永臻, 刘文才. 自适应控制. 重庆: 重庆大学出版社, 1991. 31. 55
- 2 Younce R C, Rohs C E. Identification with nonparametric Uncertainty. IEEE Trans. Automat. contr, 1992, AC-27 715~728
- 3 Gu G, Khargonekar P P. A Class of Algorithm for Identification in H. Automatica, 1992, 28: 299~312
- 4 Cheung M F, Yurkuich S, Passino K M. An Optimal Volume Ellipsoid Algorithm for Parameter Set Estimation, Proceedings of the 30th C. D. C., 1991. 969~974
- 5 方崇智, 萧德云. 过程控制. 北京: 清华大学出版社, 1988. 76~83

## A Kind of Robust Identification Algorithm Research

Zhou Siling      Sun Zhen

(College of Automation, Chongqing University)

**ABSTRACT** A new robust identification algorithm which is based on the estimation of parameter model, i. e., Optimal Volume Ellipsoid parameter set identification algorithm is presented in this paper. It identifies not only a parameter point (the center of the ellipsoid) but also the error bounds of each parameter. It employs noise bounds in identification algorithm and dynamically modifies coefficients of identification convergent speed and direction in order to attain satisfactory performance. Digital simulation results show that it possesses high accuracy, dramatic convergent speed, excellent performance against noise and strong robustness as well as uniform convergent, which is obviously superior to traditional identification schemes.

**KEYWORDS** system identification; robustness; bounded disturbance / model sets

(责任编辑 吕赛英)