

文章编号:1000-582x(1999)06-0113-07

② 113-120

基于径向基函数网络的混沌时间序列分析

0211.61

曾昭才, 段虞荣, 段绍光
(重庆大学 理学院, 重庆 400044)

F 832.5

摘要:给出了基于径向基函数网络的混沌时间序列预测的方法。利用非线性自回归移动平均(NARMAX)模型对非线性时间序列进行辨识并给出基于动态径向基函数(RBF)网络的辨识算法。将这一方法应用到Heron映射的混沌时间序列的嵌入维估计及我国股票市场的混沌现象的实证研究,得到理想的结果。文章最后指出了进一步的研究方向。

关键词:径向基函数网络;混沌时间序列;非线性预测;嵌入维估计
中图分类号: O 232; O 231.2; N 941.7

神经网络

股票市场, 中国
文献标识码: A

近年来,国内外的学者都在试图研究更为有效的经济预测方法,以提高预测的质量和效率。笔者结合径向基函数(RBF)神经网络和混沌理论对混沌时间序列进行了分析,所用的方法是基于笔者自己的创新。

1 RBF网络简介

从神经网络的基本模式看,主要类型有:前馈型,反馈型,自组织型及随机型网络。前馈网络中主要有Adaline, BP网络及RBF网络;反馈网络主要有Hopfield网络;自组织网络主要有ART网;随机网络主要有Boltzmann机。近几年由于模糊,分形及小波理论与神经网络的结合分别形成了模糊神经网络,分形神经网络及小波神经网络。

RBF神经元网络即Radial Basis Function Neural Networks,它的产生具有很强的生物学背景。在人脑的大脑皮层区域中,局部调节及交叠的感受域(Receptive Field)是人脑反应的特点。基于感受域这一特性,Moody和Darken提出了一种神经网络结构,即RBF网络,这种前向网络的隐含层的单元是感受单元,每个感受域单元输出为:

$$\omega_i = R_i(Y_i) = R_i(\|X - c_i\| / \sigma_i), Y_i = \|X - c_i\| / \sigma_i \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

X 是 n 维输入向量, c_i 是与 X 同维数向量, $R_i(\cdot)$ 具有局部感受的特点,即 $R_i(\cdot)$ 只有在 c_i 周围的一部分区域内有较强的反应,这正体现了大脑皮质层的反应特点。RBF神经元网络不仅具有上述的生物学背景,而且具有严格的插值论基础。T. Poggio等人利用正则化方法证明了如下结论:

• 收稿日期:1998-05-19

作者简介:曾昭才(1968-),男,湖南洞口人,高级工程师,硕士。主要从事计算机应用软件研究开发工作。

若 $S = \{(X_i, Y_i) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R} \mid i = 1, \dots, n\}$ 是训练集, $\varphi(\cdot, w)$ 表示未知的函数, 其中 w 也未知, 正则化问题的学习过程是寻找 φ 及参数 w 使

$$H[\varphi] = \sum_{i=1}^n (Y_i - \varphi(X_i, w))^2 + \lambda \|P\varphi\|^2 \quad (2)$$

最小。其中 P 为一算子用变分原理可以证明 φ 应选择径向基函数。

RBF 网络不仅具有全局逼近性质, 而且具有最佳逼近性能。网络结构上具有输出 - 权值线性关系, 因而训练方法快速易行, 不存在局部最优问题。

2 基于观测时间序列的相空间重构

2.1 基于嵌入的相空间重构

对一系统的辨识和预测在工程领域及其它很多领域内都应视为基本问题。对含混沌的非线性动力学系统, 可观察到的通常是单变量的时间序列, 为对原动力学系统进行辨识需利用嵌入方法进行状态空间重构。

考虑如下一般的 n 维离散时间动力学系统: $X_{i+1} = f(X_i)$ (3)

其中 $X_i \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量, $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为 n 维状态空间中的一 C^1 映射。一般来说, 实际可观测的是单变量的时间序列而不知道(3)式的明确的形式。此时, 可在 n 维状态空间中通过延时间向量由单变量时间序列来重构吸引子轨道。设重构向量 $X_i \in \mathbf{R}^m$ 为:

$$X_i = \{y(t), y(t + \tau), \dots, y(t + (m-1)\tau)\} \quad (4)$$

其中 $y(t)$ 为观测时间序列, τ 为一时延, Takens 定理说明了原动力学系统与重构的状态向量的动力学性质的关系:

Takens 嵌入定理^[1] 设原动力学系统的吸引子为一 n 维紧流形 M^n , 给定 C^2 类映射 $f: M^n \rightarrow M^n$, $g: M^n \rightarrow \mathbf{R}$, 若 $m \geq 2n + 1$, 则如下的 $\Phi: M^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ 为一嵌入:

$$\Phi(X_i) = (g(X_i), g(f(X_i)), g(f^2(X_i)), \dots, g(f^{m-1}(X_i))) \quad (5)$$

定理解释如下: 设原动力学系统(3)存在, 若通过由下面定义的测量函数 g 可观察到单变量 $y(t)$,

$$y(t) = g(X_i) \quad (6)$$

则嵌入指存在一由原流形 M^n 到 m 维 Euclid 空间 \mathbf{R}^m 的同胚映射 Φ 。

因由(5)式定义的 Φ 为一嵌入, 则原流形的不动点, 极限环及混沌吸引子分别相应于象空间映象的不动点, 极限环及混沌吸引子, 另外, 这些轨道的稳定性质, 映射的光滑性及特征指数也保存了下来。

2.2 维数估计的工作回顾

混沌时间序列的维数估计的著名的方法之一为 Grassberger 及 Procaccia^[2] 提出的基于相关积分的相关维数估计, 这种方法存在诸如定标 (scaling) 域, 相关积分的可靠计算所需的数据量过大, 数据点不足所导致的伪维数及测量受限等问题。Ruelle^[3] 指出所需数据量 N 与相关维数 D_c 的关系为:

$$N \geq 10^{D_c/2} \quad (7)$$

由(7), 若相关维数 $D_c = 8$, 则 $N \geq 10,000$, 可见所需数据量很大。

Sugihara 及 May^[4] 基于非线性预测提出另一方法。在这一方法中, 首先定某嵌入维 m , 然后对一非线性自回归移动平均 (NARMAX) 模型进行辨识, 并利用辨识得的模型进行时间序列预测, 然后按下式计算原时间序列及预测时间序列间的相关系数 ρ

$$\rho = \frac{(1/M) \sum_{t=1}^M (y(t) - y_M)(y'(t) - y'_M)}{\sqrt{(1/M) \sum_{t=1}^M (y(t) - y_M)^2} \sqrt{(1/M) \sum_{t=1}^M (y'(t) - y'_M)^2}} \quad (8)$$

式中, $y(t)$, $y'(t)$ 分别为原时间序列及预测时间序列, y_M , y'_M 分别为 $y(t)$, $y'(t)$ 的平均值, $t = 1, \dots, M$.

下一步, 增加 m , 重复这一过程, 当 ρ 取极大值时, 得到嵌入维 m . 这一方法的优点之一是不需要太多的数据. Sugihara 及 May^[4] 采用的非线性预测方法是单纯形方法, 当维数增加时计算时间急剧增加.

3 NARMAX 模型及其动态 RBF 网络表示

考虑如下定义的 NARMAX 模型:

$$y(t) = f_s(y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-s)) \quad (9)$$

若嵌入维由 1 增加至 s , 则模型(9)可写为:

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= f_1(y(t-1)) \\ y(t) &= f_2(y(t-1), y(t-2)) \\ &\dots \\ y(t) &= f_s(y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-s)) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

利用如下定义的 RBF 对(10)进行辨识:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \sum_{k=1}^{n_1} w_k \mu_k(X_1, c_k, d_k), X_1 = y(t-1) \\ f_2 &= \sum_{k=1}^{n_2} w_k \mu_k(X_2, c_k, d_k), X_2 = (y(t-1), y(t-2)) \\ &\dots \\ f_s &= \sum_{k=1}^{n_s} w_k \mu_k(X_s, c_k, d_k), X_s = (y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-s)) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中 n_1, \dots, n_s 为基函数数目, $c_k \in \mathbf{R}^r$, $d_k \in \mathbf{R}^r$, $k = 1, \dots, n_s$, 分别为 RBF 的中心值及宽度, w_k , $k = 1, \dots, n_s$ 为第 k 个基函数的系数, $\mu_k(X_s, c_k, d_k) = \prod_{i=1}^s \varphi_k(y(t-i), c_k, d_k)$, 这里, φ_k 为输入元素 $y(t-i)$ 的 RBF, c_k, d_k 分别为其中心和宽度, 本文中取 RBF 为 Gauss 型:

$$\varphi_k(y(t-i), c_k, d_k) = \varphi_k(X_i, c_k, d_k) = \exp(-(X_i - c_k)^2 / d_k) \quad (12)$$

图 1 示出 NARMAX 模型(10), (11) 的双层 RBF 网络表示.

设 $\mathbf{X} = \mathbf{X}_s = (y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-s)) \in \mathbf{R}^r$ 为输入, $y \in \mathbf{R}$ 为输出, 训练数据为: $\{(\mathbf{X}^1, y^1), \dots, (\mathbf{X}^N, y^N)\}$ (13)

令 $n = n_s$, 记

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{C}^n &= (c_1, \dots, c_n) \in \mathbf{R}^{rn}; & \mathbf{D}^n &= (d_1, \dots, d_n) \in \mathbf{R}^{rn}; \\ \mathbf{w}^n &= (w_1, \dots, w_n) \in \mathbf{R}^n; & \mathbf{W}^n &= (\mathbf{C}^n, \mathbf{D}^n, \mathbf{w}^n) \in \mathbf{R}^{2rn+n} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

则对给定的 N 个训练数据(13), 具 n 个基函数的辨识问题 $P(n)$ 为:

$$\min_{\mathbf{W}} E_n(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N (y^p - y^{*p})^2 \quad (15)$$

其中, y^p, y^{*p} 分别为相应于第 p 个训练数据输入 \mathbf{X}^p 的输出及参考输出. 设 $P(n)$ 的最优解为

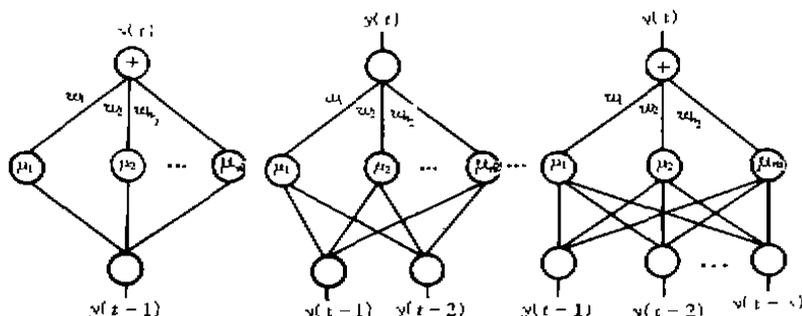


图 1 NARMAX 模型的双层网络

$W^* = (C^{*n}, D^{*n}, w^{*p})$, 设定模型误差值为 $\epsilon > 0$, 则总体辨识问题如下:

给定 N 个训练数据(13)及模型误差 $\epsilon > 0$, 求 RBF 的最小数目 n 及问题 $P(n)$ 的最优解 W^* 使如下不等式成立: $E_n(W^*) < \epsilon$ (16)

总体辨识问题中需调整的参数有 n 及 W .

4 参数调整算法

RBF 网络已有多种设计方法。Moody 和 Darken^[5] 提出了 k -均值聚类算法, 根据学习数据的分布来选择 RBF 的中心。 k -均值法本质上为一双行程算法, 需较多的计算时间。S. Chen 等人^[6] 提出了正交最小二乘(OLS)法, 通过 Gram-Schmidt 正交化方法逐步选择起主要作用的基函数, 且新基函数的选择复杂。笔者直接基于最大绝对误差来选择新基函数, 即将新基函数的初始中心置于具最大参考误差的点处, RBF 的中心和宽度均可调。固定数目 RBF 网的参数调节采用 BFGS 法。

$$W^{(k)} = (C^{(k)}, D^{(k)}, w^{(k)}) \in R^{2m+n}; \quad C^{(k)} = (c_1^{(k)}, \dots, c_n^{(k)}) \in R^m; \quad (17)$$

$$D^{(k)} = (d_1^{(k)}, \dots, d_n^{(k)}) \in R^m; \quad w^{(k)} = (w_1^{(k)}, \dots, w_m^{(k)}) \in R^n$$

定义 E_n 的递减率为:

$$D_n(r+1) = |E_n(W^{(r+1)}) - E_n(W^{(r)})| / E_n(W^{(r)}) \quad (18)$$

设模型允许误差 ϵ , 及固定数目 RBF 网的参数调节过程的标准迭代次数为 RMAX, 超过这一数值则考虑构造新基函数, 终止标准常数为 ϵ_1 , 总迭代次数的上限为 TMAX. k 为固定数目 RBF 网的迭代计数, s_t 为整个过程的总迭代次数。详细算法步骤如下:

- ① 选取初始权 $W^{(0)}$; 初始矩阵 $H_0 = I_{2m+n}$; $k = 0, s_t = 0$;
- ② 计算 $E_n(W^{(0)})$, 若 $E_n(W^{(0)}) < \epsilon$, 停止迭代, 输出 $W^{(0)}, n$; 否则转下一步。
- ③ 构造初始 BFGS 方向, 取

$$P^{(0)} = -H_0 \nabla E_n(W^{(0)}) \quad (19)$$

$$k' = 0$$

- ④ 进行一维搜索, 求 t_k 使

$$E_n(W^{(k)} + t_k P^{(k)}) = \min_{t \geq 0} E_n(W^{(k)} + t P^{(k)}) \quad (20)$$

令 $W^{(k+1)} = W^{(k)} + t_k P^{(k)}$

⑤ 计算 $E_n(\mathbf{W}^{(k+1)})$, 若 $E_n(\mathbf{W}^{(k+1)}) < \epsilon$ 或 $TMAX \leq s$, 则终止, 输出 $E_n(\mathbf{W}^{(k+1)})$, n ; 否则转 ⑧;

⑥ 计算 E_n 的递减率:

$$D_n(k'+1) = |(E_n(\mathbf{W}^{(k+1)}) - E_n(\mathbf{W}^{(k)})) / E_n(\mathbf{W}^{(k)})| \quad (21)$$

若 $D_n(k'+1) \geq \epsilon_1$ 则转 ⑨; 否则转下一步以构造一新基函数。

⑦ 从训练数据 (X^p, y^p) , $p = 1, \dots, N$ 中找一还未曾被选为新基函数且具有最大参考误差的向量 (X^q, y^q) , 即:

$$|y^q - y^{*q}| = \max_{p=1, \dots, N} |y^p - y^{*p}| \quad (22)$$

\bar{c} 为还未曾被选为基函数中心的数据对的上标集。

$$\text{令 } c_{i, n+1} = x_i^q, d_{i, n+1} = b_0, w_{i, n+1} = y^q - y^{*q} \quad i = 1, \dots, s \quad (23)$$

其中 b_0 为一给定常数, 做为新 RBF 的初始宽度:

令 $n = n + 1; k = 0; \mathbf{W}(0) = \mathbf{W}(k')$; 转 ②;

⑧ $k = k + 1; s_k = s_k + 1$; 若 $k \geq RMAX$ 则转 ⑥, 否则转下一步。

⑨ 构造 BFGS 方向, 用 BFGS 公式^[7]:

$$H_{k+1} = H_k + \frac{\Delta \mathbf{W}_k \Delta \mathbf{W}_k^T}{\Delta \mathbf{W}_k^T \Delta \mathbf{g}_k} \left[1 + \frac{\Delta \mathbf{g}_k^T H_k \Delta \mathbf{g}_k}{\Delta \mathbf{W}_k^T \Delta \mathbf{g}_k} \right] - \frac{1}{\Delta \mathbf{W}_k^T \Delta \mathbf{g}_k} [\Delta \mathbf{W}_k \Delta \mathbf{g}_k^T H_k + H_k \Delta \mathbf{g}_k \Delta \mathbf{W}_k^T] \quad (24)$$

其中 $\Delta \mathbf{W}_k = \mathbf{W}^{(k+1)} - \mathbf{W}^{(k)}, \Delta \mathbf{g}_k = \nabla E_n(\mathbf{W}^{(k+1)}) - \nabla E_n(\mathbf{W}^{(k)})$

取 $\mathbf{P}^{(k+1)} = -H_{k+1} \nabla E_n(\mathbf{W}^{(k+1)})$, 令 $k' = k' + 1$, 若 $k' = 2sn + n$, 则 $\mathbf{W}^{(0)} = \mathbf{W}^{(k')}$, 转 ③; 否则转 ④。

5 基于 RBF 网络的混沌时间序列分析

下面分别以 Henon 映射^[8] 及我国股票市场混沌现象的实证研究为例说明上述方法的有效性, 也可用其它例子来验证, 结论是一致的。

5.1 Henon 映射的动力学方程

$$X_{t+1} = y_t + 1 - aX_t^2; \quad y_{t+1} = bX_t \quad (25)$$

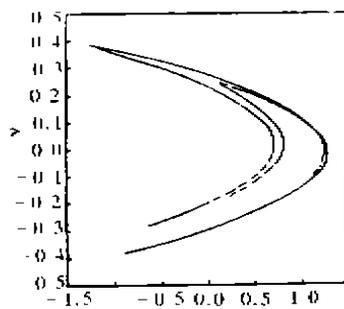


图2 Henon 映射的奇异吸引子

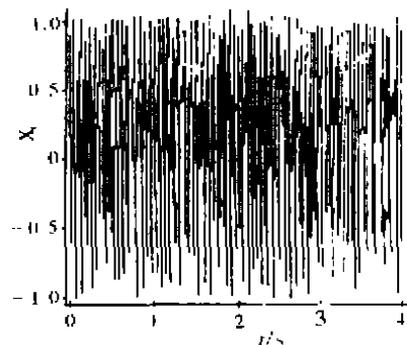


图3 X_t 的时间序列

当 $\alpha = 1.4, b = 0.3$ 时, Henon 映射的奇异吸引子如图 2. 图 3 示出了观察到的 X_t 的时间序列. 时延 τ 的选择要适当, 太小则两相邻状态空间向量的相关取值会偏大. 如当嵌入维为 2 时, 重构吸引子沿直线分布, 这不太有利于每一吸引子的特定形状特性的提取, 而当 τ 太大时, 由包含的确定性混沌中的初始条件的敏感性, 会使两相邻状态空间向量间的确定性关系丢失. 选取适当的方法之一为当 X_t 的自相关值第一次变为 0 时的 τ

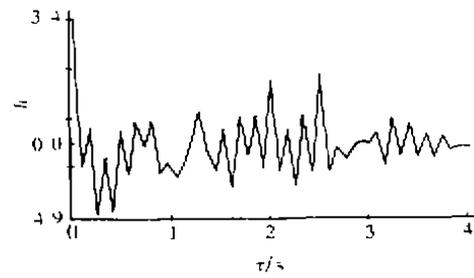


图 4 X_t 的自相关函数 h

值. 这一方法减少了两相邻状态空间向量间的相关, 而保持了两相邻状态空间向量间的确定性关系, 图 4 示出了 X_t 的自相关函数 h , 其中 $\tau = 1$.

基于 Takens 定理, 我们由 X_t 重构状态空间向量. 将嵌入维由 1 变到 10, 得到一重构的状态空间向量, 训练样本数 $N = 200$, 取 $\epsilon = 0.001, \epsilon_1 = 0.001, RMAX$ 为 500, $TMAX$ 为 5000 对 NARMAX 模型进行辨识后, 利用另外 200 个数据计算不同嵌入维 m 的预测时间序列 X'_t , 然后计算 X_t 和 X'_t 之间的相关系数 ρ , 表 1 示出 ρ 的值.

表 1 不同维数 m 的相关系数 ρ

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ρ	0.940 16	0.999 73	0.999 86	0.999 65	0.999 59	0.998 81	0.975 27	0.950 79	0.619 51	0.544 83

由表 1, 具最大相关系数 ρ 的嵌入维为 3, 其次为 4, Takens 定理可估计原流形的奇异吸引子的维数在 1 和 2 之间, 这与 Grassberger 等^[21] 利用相关积分计算的结果相符, 说明本文的嵌入维估计方法是有效的.

5.2 我国股票市场混沌现象存在性的实证研究

近年来, 运用混沌理论对股票市场进行非线性分析逐渐成为金融市场分析的热点. 国内外一些学者都论证了股票市场的运行存在着混沌现象, 下面笔者结合神经网络及混沌理论来对我国股票市场存在的混沌现象进行实证性研究.

对经济时间序列进行混沌分析, 一般的方法是从系统中分离出非趋势化部分, 考察其相图和自相关函数. 下面按这一做法, 对上海和深圳两市的股价指数进行测算, 得到了两市股指的吸引子维数和 Liapunov 指数谱, 进而对两市股指的运动轨迹进行分析. 采用的数据样本期为我国股市的调整期即从 1992-05-21 到 1996-05-31, 样本容量均为 1000, 并将样本分为两组, 每组 500 个数据, 其中一组用作训练, 另外一组用来计算不同嵌入维的预测时间序列. 根据对数据反复进行测试的结果, 较为合适的时滞为 10 个交易日, 即取 $\tau = 10$, 令嵌入维由 1 变到 10, 计算相关系数, 列于表 2:

表 2 嵌入维 m 由 1 变到 10 的相关系数 ρ

	m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
上海	ρ	0.844 82	0.857 26	0.894 45	0.940 17	0.972 16	0.999 72	0.999 86	0.999 82	0.915 78	0.923 26
深圳	ρ	0.875 13	0.910 68	0.923 72	0.972 89	0.990 73	0.991 15	0.999 49	0.999 80	0.999 29	0.897 30

由上表,可得出上海、深圳两市股指混沌吸引子嵌入维可分别取为 $m = 7$ 及 $m = 8$,由 Takens 定理知其混沌吸引子的维数在 2 到 3 之间,为验证这一结论,可采用 Grassberger 及 Procaccia 提出的 GP 算法对维数进行估算当嵌入维 $m = 2, 3, \dots, 10$ 时,计算维数 $D(m)$ 的估计值如表 3.

表 3 $m = 2 \sim 10$ 时 $D(m)$ 的估计值

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
上海	1.075	1.431	2.170	2.479	2.692	2.764	2.755	2.712	1.998
深圳	0.910	1.124	1.401	1.978	2.115	2.402	2.417	2.049	1.875

由表 3 可知,上海和深圳两市股指混沌吸引子关联维数的饱和值分别为 2.764 和 2.417. 对应的嵌入维分别为 7 和 8.

在得到嵌入维之后,可通过对最大 Liapunov 指数的计算来确定股市是否确实存在混沌现象。Liapunov 指数是混沌系统对初始条件依赖性敏感程度的标志,最大 Liapunov 指数的符号是系统混沌现象存在的直接依据。用 Kozaki 及 Baba 提出的算法对两市股指分别进行测算。取时滞 $\tau = 10$,嵌入维 m 分别取 7 和 8,轨道演化时间为 150 个交易日,在两股市分别选取 30 种股票,观察其演化过程,可得表 4 所示结果:

表 4 上海、深圳两股市的演化过程

λ	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
上海	0.030	0.001	-0.039	-0.053	-0.062	-0.110	-0.157	...
深圳	0.025	-0.002	-0.069	-0.121	-0.125	-0.134	-0.154	-0.159

由表 4 知,两股市最大 Liapunov 指数 λ_{\max} 均大于 0,说明我国股票市场确实存在混沌现象。

由于混沌系统中存在确定性因素,故可对混沌系统进行短期预测。在上面嵌入维工作的基础上,可进一步利用上面提出的方法来进行股市预测。Baba 及 Kozaki 曾利用神经网络来进行股票价格预测取得了初步结果。基于 RBF 网络的时间序列预测方法对股市预测的结果要稍优于 Baba 等人所得的结果,但此时出现的问题之一是对股市出现的突变现象预报能力较差,因而还需进一步改进。

6 讨论

本文给出基于 RBF 网络的混沌时间序列预测的一种方法。方法中采用动态 RBF 网对 NARMAX 模型进行辨识。提出的新算法中采用经典的 BFGS 法对固定数目的 RBF 网参数进行调整,新增基函数的选取直接基于最大绝对误差,且与 T. Poggio 的 GRBF 网不同的是,这里的基函数宽度,中心也可调,这类似于小波基的伸缩和平移。

笔者正在对实际的含混沌的非线性动力学的系统——炼铁高炉炉内湍流进行研究。炼铁高炉的最优控制是一个非常有价值的研究课题,也是一个具挑战性的难题。由于各种因素如风压,风温,高炉炉体结构,下料情况,铁水及炉渣的排放周期等的综合影响,炉内的物流及能量流呈多吸引子并存的湍流状态,具明显的混沌性质。恶性湍流则导致炉况失常,引发悬料,崩料,炉子消化不良等现象。对炉内湍流状态的认识是高炉最优控制的关键之一。由于不能直接对炉内湍流进行观察。只能通过外部观察到的关键性的时间序列数据对之进行认识。攀钢的钒钛磁铁矿冶炼中,铁水中的钒、钛含量与炉况有很直接的联系,一直是工

长操作的主要参考依据之一,故可考虑通过钒、钛含量时间序列预报来对炉内湍流进行认识,借助适当的嵌入方法来构造湍流奇异吸引子的相图,这时要涉及嵌入维的估计方法,笔者采用的方法就是笔者提出的基于动态 RBF 网的非线性预测方法,在得到准确的嵌入维之后,就可利用算法所得的 RBF 网络来进行钛含量的时间序列预报,从而为炉况预报提供一可靠的参考依据。初步结果表明,从预测精度及实时性看,本文的基于 RBF 网络的方法要比其它包括基于 BP 型 MLP 在内的方法的结果要好得多。

参 考 文 献

- [1] TAKENS F. Detecting strange attractors in turbulence[J]. *Lecture Notes in Mathematics*, 1981, 898:366~381.
- [2] GRASSBERGER P, PROCACCIA I. Characterization of strange attractor[J]. *Phys. Rev. Lett*, 1983, 50:346~349.
- [3] RUELLE D. Deterministic chaos: The science and the fiction[J]. *Proc. Roy. Soc. London Ser.*, 1990, A427:244~248.
- [4] SUGIHARA G, MAY R. Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series[J]. *Nature*, 1990, 344:734~741.
- [5] MOODY J, DARKEN C J. Fast learning in networks by locally-tuned processing units[J]. *Neural Comput*, 1989, (1):281~294.
- [6] CHEN S, COWAN C F N, GRANT P M. Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks[J]. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1991, (2):302~309.
- [7] 袁亚湘. 非线性规划数值方法[M]. 上海:上海科学技术出版社, 1992.
- [8] HENON M. A two-dimensional mapping with a strange attractor[J]. *Comm. Math. Phys*, 1976, 50:69~77.
- [9] ANGELINE PETER J, SAUNDERS GREGORY M, POLLACK JORDAN B. An Evolutionary Algorithm that construct recurrent neural networks[J]. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1994, 5(1):54~65.

Chaotic Time Series Analysis Based on Radial Basis Function Networks

ZENG Zhao-cai, DUAN Yu-rong, DUAN Shao-guang
(College of Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

ABSTRACT: A method based on radial basis function networks for forecasting chaotic time series is proposed. The nonlinear time series identification problem is formulated with a nonlinear autoregressive moving average (NARMAX) model then a new identification algorithm based on dynamic radial basis function networks is proposed. Then this method is applied to the estimation of embedding dimension for chaotic time series of Henon mapping and the confirmation of the chaotic phenomena in stock markets of China, from which one can get the desired results. Further research directions are also pointed out.

KEYWORDS: radial basis function networks; chaotic time series; nonlinear prediction; embedding dimension estimation

(责任编辑 刘尚坤)