

文章编号:1000-582x(2000)02-0087-05

② 87-91

圆柱面上微小后向台阶紊流绕流场的数值分析

0357.5

何川¹, 龙天渝², 辛明道¹

(1. 重庆大学工程热物理研究所, 重庆 400044; 2. 重庆建筑大学城市建设学院, 重庆 400045)

摘要: 利用分块联合求解的思想, 在贴体正交曲线网格上, 用 k-e 双方程模型和简化的 SOLA 方法对圆柱面上微小后向台阶的紊流绕流场进行了数值研究, 探讨了台阶几何高度、安装位置、绕流雷诺数对流场的影响及圆柱面上微小后向台阶扰流减阻的物理机制。数值分析发现, 对圆柱面上安装的微小后向台阶, 在宽广的雷诺数范围内, 存在着一个“有效再附区域”, 从后向台阶处形成的分离流动若能在有效再附区域内形成流动再附, 则该再附流动在圆柱面上的分离点将落在常规分离点的下游, 从而导致圆柱绕流阻力的减小。这种分离点的后移, 与再附边界层的流态并无明显联系。

关键词: 不可压缩流动; 数值模拟; 紊流流动; 分离流动; 边界层

中图分类号: O 357.1

文献标识码: A

绕流场

钝体绕流是燃烧、传热领域基本的流动现象, 具有流动分离、流态转换、旋涡脱落、涡致振动等复杂特性。降低钝体绕流阻力一直是人们关心的问题。自从 Prandtl 圆球绊线实验以来, Stuper、Roshko、Zukausks、Achenbach、Klebanoff 等^[1] 曾从不同角度研究了钝体绕流阻力的构成因素及降低钝体绕流阻力的若干方法。其基本结论是: 绕流钝体必然伴随着流动分离, 流动阻力可分为与粘性有关的摩擦阻力及与流动分离有关的压差阻力两部分, 压差阻力约占总阻力的 90% ~ 95%, 压差阻力的大小与流动分离点的位置密切相关。若流动分离时边界层内为层流流态, 分离点靠前, 压差阻力高致使总阻力大; 若流动分离时为紊流流态, 对应的流动分离点延后, 压差阻力降低致使总阻力减小; 若能采用某种扰流措施, 使流动在较低雷诺数下由层流转捩为紊流, 则可望在较低雷诺数下实现较高雷诺数才能对应的低阻状态。这种观点称为钝体绕流的“转换-减阻”理论。

最近, 有实验发现^[2], 圆柱面上适当位置摆放的微小后向台阶可在雷诺数为 10^4 数量级的范围内较大幅度地降低绕流圆柱体的绕流阻力。微小后向台阶的这种作用可能预示着某种与“诱发转换”所不同的扰流减阻机制。实验证实, 圆柱面上微小后向台阶的存在常

伴随着“台阶后缘处流动分离-柱面上流动再附-柱面上流动再分离”的流动现象。实验还发现, 后向台阶的扰流减阻作用受台阶几何高度、安装位置及雷诺数的影响。为了扩大研究范围, 探索其减阻机理, 有必要进行圆柱面上后向台阶扰流场的数值模拟。

利用分块联合求解的思想, 按紊流的 k-e 双方程模型, 在贴体正交曲线坐标下, 建立了 SOLA 算法相应的递推迭代关系, 成功地对圆柱面上微小后向台阶扰流场进行了数值研究, 在较大范围内探讨了台阶几何高度、安装位置及雷诺数对流场的影响, 探索了圆柱面上后向台阶扰流减阻的物理机制。

1 物理模型

本计算旨在考察圆柱表面上附加微薄后向台阶后绕流场近壁区域的稳态时均状况及后向台阶参数变化

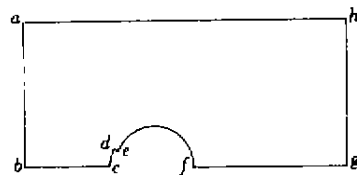


图1 流场区域示意

· 收稿日期: 1999-06-22

基金项目: 重庆优秀中青年科技专家基金资助项目(950022)

作者简介: 何川(1955-), 男, 安徽安庆人, 重庆大学副教授, 博士, 从事流体力学与工程热物理研究。

引起流场状况变化的情况。

对于稳态绕流,流动具有对称性^[3],计算区域取为半圆柱外绕流场(见图1)。

其中, $de = \delta$ 为台阶高度,记 R 为圆柱半径, $ab = 10R, bc = 4R, fg = 15R$

2 数学模型

参考 Gooray 求解平直通道中后向台阶紊流绕流场的经验^[4],选用低雷诺数的 $k-\epsilon$ 双方程紊流模型,以便较细致地反映圆柱表面上微小后向台阶附近绕流场的特性。

设流场不可压,流体质量力可忽略不计,则流场的

连续性方程(C.F.)、动量方程(M.F.)、湍动能方程(K.F.)、湍动能耗散率方程(ϵ .F.)可用通用微分方程(G.F.)统一表示为:

$$G.F.: \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[u_i \varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right] = S_{\varphi c} + S_{\varphi p} \varphi \tag{1}$$

不同方程中各参数取值见表1。

其中:

$$G = v_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$f_\mu = \exp(-2.5/(1 + Re_i/50))$$

$$Re_i = k^2/(v_i \epsilon)$$

有关紊流模型系数取值见表2。

表1 紊流通用微分方程参数取值

方程	φ	Γ_φ	$S_{\varphi c}$	$S_{\varphi p}$
C.F	1	0	0	0
M.F.x	u	$v_i + v_i$	$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_i \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_i \frac{\partial v}{\partial x} \right)$	0
M.F.y	v	$v_i + v_i$	$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3} k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_i \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_i \frac{\partial v}{\partial y} \right)$	0
K.F.	k	$v_i + \frac{v_i}{\sigma_k}$	$G - \epsilon - 2v_i \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	0
ϵ .F	ϵ	$v_i + \frac{v_i}{\sigma_\epsilon}$	$C_1 f_1 G \frac{\epsilon}{k} + C_2 f_2 \frac{\epsilon^2}{k} + 2v_i v_i \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$	$-2C_3 f_2 \frac{\epsilon}{k}$

表2 紊流模型参数值

参数名	σ_k	σ_ϵ	c_1	c_2	c_μ	f_1	f_2
取值	1.0	1.3	1.44	1.92	0.09	1.0	$1.0 - 0.3 \exp(-Re_i^2)$

边界定解条件:

入口边 ab :

$$u = u_\infty, v = 0, P = P_\infty, k = 0, \epsilon = 0$$

出口边 gh : $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$

无穷远 ha :

$$u = u_\infty, v = 0, P = P_\infty, k = 0, \epsilon = 0$$

物面 $cdef$:

$$u = 0, v = 0, \frac{\partial P}{\partial n} = 0, k = 0, \epsilon = 0$$

对称边 bc, fg : $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$

3 计算方法

3.1 区域剖分及正交适体网格的生成

笔者采用分区势流的剖分方法^[3],将流场剖分为图2所示的3个子区域,并按分区-耦合算法^[3]的思想建立了正交适体曲线网格,如图3、图4所示。

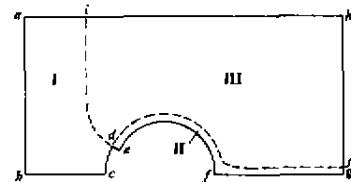


图2 物理平面上的区域划分

3.2 坐标变换

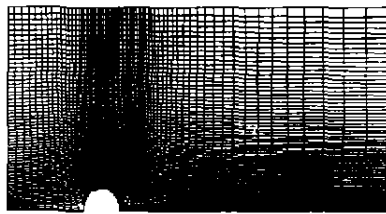


图 3 物理平面上的适体正交曲线网格

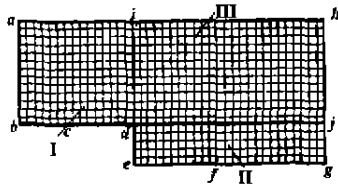


图 4 计算平面网格划分示意图

令 $U = \gamma_\eta u - x_\eta v, V = x_\xi v - \gamma_\xi u$ (2)

$J = x_\xi \gamma_\eta - \gamma_\xi x_\eta$ (3)

使连续性方程 C.F. 成为:

$U_\xi + V_\eta = 0$ (4)

通用微分方程 G.F. 成为:

$$\begin{aligned} (J\varphi)_\xi + \left(U\varphi - \frac{\alpha}{J}\Gamma_\xi\varphi_\xi \right)_\xi + \\ \left(V\varphi - \frac{\gamma}{J}\Gamma_\eta\varphi_\eta \right)_\eta = J(S_{\varphi c} + S_{\varphi\varphi}) \end{aligned} \quad (5)$$

各方程中源项变换为:

$S_w = 0$

$$\begin{aligned} S_{w_c} = & \left\{ \left[-\gamma_\eta \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3}k \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{v_\xi}{J} (\gamma_\eta^2 u_\xi - \gamma_\xi \gamma_\eta u_\eta - x_\eta \gamma_\eta v_\xi + x_\eta \gamma_\xi v_\eta) \right]_\xi + \right. \\ & \left. \left[\gamma_\xi \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3}k \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{v_\eta}{J} (-\gamma_\xi \gamma_\eta u_\xi + \gamma_\xi^2 u_\eta + x_\xi \gamma_\eta v_\xi - x_\xi \gamma_\xi v_\eta) \right]_\eta \right\} \frac{1}{J} \end{aligned}$$

$S_{\eta c} = 0$

$$\begin{aligned} S_{\eta c} = & \frac{1}{J} \left\{ \left[x_\eta \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3}k \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{v_\xi}{J} (-x_\eta \gamma_\eta u_\xi + x_\xi \gamma_\eta u_\eta - x_\xi \gamma_\eta v_\xi + x_\xi^2 v_\eta) \right]_\xi + \right. \\ & \left. \left[-x_\xi \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3}k \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{v_\eta}{J} (x_\eta \gamma_\xi u_\xi - x_\xi \gamma_\xi u_\eta - x_\xi \gamma_\eta v_\xi + x_\xi^2 v_\eta) \right]_\eta \right\} \end{aligned}$$

$S_{\xi c} = 0$

$S_{\xi c} = G - \epsilon - 2V_\eta \left[\frac{\partial J_k}{\partial \gamma} \right]^2 =$

$G - \epsilon - \frac{v_\xi}{2kJ^2} (-x_\eta k_\xi + x_\xi k_\eta)^2$

$S_{\eta p} = -2C_2 f_2 \frac{\epsilon}{k}$

$S_{\eta c} = C_1 f_1 G \frac{\epsilon}{k} + C_2 f_2 \frac{\epsilon^2}{k} + 2v_\eta v_\xi \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \gamma^2} \right)^2$

其中:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \gamma^2} = & \frac{1}{J} \left\{ \left[\frac{1}{J} (x_\eta^2 u_\xi - x_\xi x_\eta u_\eta) \right]_\xi + \right. \\ & \left. \left[\frac{1}{J} (-x_\xi x_\eta u_\xi + x_\xi^2 u_\eta) \right]_\eta \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G = & \frac{v_\xi}{J^2} [(-x_\eta u_\xi + x_\xi u_\eta + \gamma_\eta v_\xi - \gamma_\xi v_\eta)^2 - \\ & 4(\gamma_\eta u_\xi - \gamma_\xi u_\eta)(-x_\eta v_\xi + x_\xi v_\eta)] \end{aligned}$$

3.3 方程离散化

C.F.: $(U_\xi - U_\eta)\Delta\eta + (V_\eta - V_\xi)\Delta\xi = 0$ (6)

记:

$U = F^\xi, V = F^\eta, \frac{\alpha}{J}\Gamma_\xi = \Gamma_\xi^\xi, \frac{\gamma}{J}\Gamma_\eta = \Gamma_\eta^\eta$

$\frac{\Gamma_\xi^\xi}{\Delta\xi} = D^\xi, \frac{\Gamma_\eta^\eta}{\Delta\eta} = D^\eta, \frac{F^\xi}{D^\xi} = P_\Delta^\xi, \frac{F^\eta}{D^\eta} = P_\Delta^\eta$

使通用微分方程有如下离散化表达:

$a_p \varphi_p = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + a_S^0 \varphi_P^0 + b_{\varphi c}$ (7)

其中:

$a_p = a_E + a_W + a_S + a_P^0 + b_{\varphi c}; a_P^0 = \frac{J_p \Delta\xi \Delta\eta}{\Delta t}$

$a_E = D_\xi^\xi \Delta\eta A_\xi = D_\xi^\xi \Delta\eta [A(|P_{\Delta\xi}^\xi|) + \max(0, -P_{\Delta\xi}^\xi)]$

$a_W = D_\eta^\eta \Delta\xi B_\eta = D_\eta^\eta \Delta\xi [A(|P_{\Delta\eta}^\eta|) + \max(0, P_{\Delta\eta}^\eta)]$

$a_N = D_\xi^\xi \Delta\xi A_\eta = D_\eta^\eta \Delta\xi [A(|P_{\Delta\xi}^\eta|) + \max(0, -P_{\Delta\xi}^\eta)]$

$a_S = D_\eta^\eta \Delta\eta B_\xi = D_\xi^\xi \Delta\eta [A(|P_{\Delta\eta}^\xi|) + \max(0, P_{\Delta\eta}^\xi)]$

按乘方格式,选:

$A(|P_\Delta|) = \max[0, (1 - 0.1 |P_\Delta|)^2]$

本计算采用非交错网格系统,式中未标注位置下标者,均以 P 节点的对应位置取值。

3.4 求解方法

离散化方程的求解采用简化 SOLA 方法。其基本递推关系为:

$U_{i,j} = (\gamma_\eta u - x_\eta v)_{i,j}, V_{i,j} = (x_\xi v - \gamma_\xi u)_{i,j}$ (8)

$\tilde{D}_{i,j}^n = (\tilde{U}_{i,j}^n - \tilde{U}_{i,j-1}^n) / \Delta\xi_{i,j} + (\tilde{V}_{i,j}^n - \tilde{V}_{i,j-1}^n) / \Delta\eta_{i,j}$ (9)

$\delta P_{i,j}^n = \frac{\omega}{\Delta t} J_{i,j}^2 \tilde{D}_{i,j}^n \left/ \left(\frac{a}{\Delta\xi^2} + \frac{\gamma}{\Delta\eta^2} \right) \right._{i,j}$ (10)

$P_{i,j}^{n+1} = P_{i,j}^n + \delta P_{i,j}^n$ (11)

$u_{i,j}^* = \tilde{u}_{i,j}^n + \left(\frac{\Delta t \sqrt{a}}{\Delta\xi} \right)_{i,j} \delta P_{i,j}^n$ (12)

$$u_{i,j}^{m+1} = u_{i,j}^m - \left(\frac{\Delta t \sqrt{\alpha}}{\Delta \xi J} \right)_{i,j} \delta P_{i,j}^m \quad (13)$$

$$v_{i,j}^{m+1} = v_{i,j}^m + \left(\frac{\Delta t \sqrt{\gamma}}{\Delta \eta J} \right)_{i,j} \delta P_{i,j}^m \quad (14)$$

$$p_{i,j}^{m+1} = p_{i,j}^m - \left(\frac{\Delta t \sqrt{\gamma}}{\Delta \eta J} \right)_{i,j} \delta P_{i,j}^m \quad (15)$$

记 m 时刻流场中 (i, j) 点的运动参数为 $u_{i,j}^m, v_{i,j}^m, P_{i,j}^m, k_{i,j}^m, \varepsilon_{i,j}^m$, 按下列迭代计算得到 $m+1$ 时刻流场的运动参数值:

- 1) 按(8)式计算变换速度 $U_{i,j}^m, V_{i,j}^m$;
- 2) 按(7)式代入 M. F. 计算试探速度 $\tilde{u}_{i,j}^m, \tilde{v}_{i,j}^m$;
- 3) 按(8)式计算试探变换速度 $\tilde{U}_{i,j}^m, \tilde{V}_{i,j}^m$;
- 4) 按(9)式计算流场剩余质量 $\tilde{D}_{i,j}^m$;
- 5) 按(10)式 ~ (15)式对速度场、压力场作修正;
- 6) 按(7)式代入 k. F., $\varepsilon. F.$, 计算 $\tilde{k}_{i,j}^{m+1}, \tilde{\varepsilon}_{i,j}^{m+1}$;

7) 重复 1) ~ 4) 步, 判别 $\tilde{D}_{i,j}^{m+1}$ 是否满足收敛要求, 若满足, 则 $\tilde{u}^{m+1}, \tilde{v}^{m+1}, \tilde{p}^{m+1}, \tilde{k}^{m+1}, \tilde{\varepsilon}^{m+1}$, 即为 $m+1$ 时刻的流场值 $u^{m+1}, v^{m+1}, p^{m+1}, k^{m+1}, \varepsilon^{m+1}$; 否则, 重复步骤 5) ~ 7), 直至满足收敛要求。

计算时, 按分块—耦合计算的方法, 在各分区的连接处设置了耦合连接块, 由耦合边所在的两边分区各出 3 层网格线组成。连接块内的流场变量用统一的差分格式及算法进行计算, 耦合边上的点按内点处理,

求出耦合边上的流场参数值后分别传回两边分区。

流场计算中采用亚松弛迭代。实际计算中, 选取松弛因子 $\omega = 0.3$ 。

流场计算采用非定常运动的方程解研究定常运动问题, 其达到稳定解的判据选取为^[3]:

$$a = \left(\frac{1}{K} \sum \frac{1}{MN} \cdot \sum \sum |a^{n+1} - a^n| \right) \Delta t \leq 10^{-4} \quad (16)$$

其中, a 代表 u, v, p 各量, K 为子区域数, M 为每个子区域中 ξ 方向的网格点数, N 为 η 方向的网格点数。

3.5 算法校验

为检验本文湍流算法的可信性, 对 Gooray^[4] 用低雷诺数 $K-\varepsilon$ 模型计算过的平直后向台阶绕流问题采用本算法进行了校核计算, 计算雷诺数为 $Re = 3.4 \times 10^4$, 所得再附点距与后向台阶高度之比为 4.3208, 与 Armaly^[6] 的实验测量值 4.41 相比, 误差约为 2%。

4 计算结果及讨论

采用本算法探讨了多种后向台阶高度与安装角组合下不同来流雷诺数绕流时的流场性态。图 5 是再附角的变化情况, 图 6 是再分离角的变化情况。图中给出相应条件下的实验测量结果以作比较。可以看出, 数值分析的结果与实验研究结果有较好的一致性。

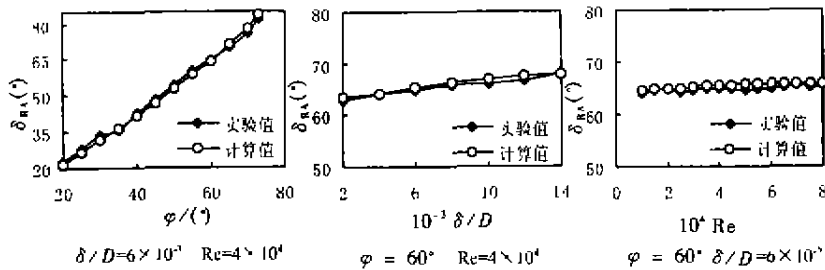


图 5 再附角随台阶安装角、台阶高度、雷诺数变化的情况

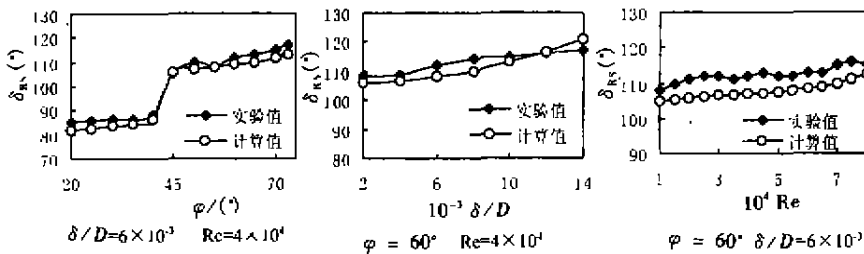


图 6 再分离角随台阶安装角、台阶高度、雷诺数的变化

由图 5 可以看出, 在一定的安装角范围内, 台阶后缘处分离的流动会很快在圆柱面上形成再附, 再附角仅落后安装角 $1 \sim 3^\circ$, 与层流模型计算结果^[7] 比较, 由

湍流模型算出的再附角略小, 这与湍流模型中引入横向掺混项有关。

图 6 表明, 再附后的流动有的在迎流最大截面之

前出现再分离,有的则可以保持到迎流最大截面之后,造成这种差别的原因与台阶安装位置、台阶高度及流动雷诺数等有关。数值模拟的这一结果与引用层流模型时的计算结果^[1]近似,说明是圆柱面上再附流动的自身发展造成了流动分离点的后移,与附面层内的流动是否转换为紊流并无直接关系。

根据实验研究及数值研究的结果,综合台阶安装位置、台阶高度及流动雷诺数等各因素的影响,可以归纳出一个“有效再附区域”的概念,即:若在圆柱表面上安装的微小后向台阶通过各种影响因素所诱发的分离流动能在圆柱面上的一定区域内形成再附,都会将流动再分离点推移至最大迎流截面之后,造成流阻下降,该区域即为有效再附区。我们将圆柱面上再附边界层的发展导致流动分离点后移及绕流阻力降低的机理称为钝物体绕流的“再附—减阻”思想,以区别于传统的“转换—减阻”理论。

5 结论

1) 经过数值实验,发现圆柱面上微小后向台阶的扰流减阻作用的确与台阶后缘处定点分离流动的再附规律有关。在数值实验研究范围内,存在一个有效再附区,通过各种影响因素所诱发的分离流动在该区域内形成的再附流,都会将流动再分离点推移至最大迎

流截面之后,造成流阻下降;

2) 数值模拟表明,有效再附区内流动分离点的后移,与附面层内的流动是否转换为紊流并无直接关系。

参 考 文 献

- [1] SCHLICHTING H. *Boundary-Layer Theory* [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1979.
- [2] 何川,辛明道. 物面上微小后向台阶扰流降低圆柱绕流阻力的实验研究[A]. 全国高等学校工程热物理研究会第六届学术会议论文集[C]. 武汉:华中理工大学出版社, 1996. 588 ~ 591.
- [3] 卢云,任安禄. 二维粘性不可压缩流场的分块耦合求解方法[J]. 空气动力学报, 1994, 12: 424 ~ 432.
- [4] GOORAY A M, WATKINS C B, AUNG W. Turbulent heat transfer computation for rearward-facing steps and sudden pipe expansion[J]. ASME J. Heat Transfer, 1985, 107: 70 ~ 76.
- [5] 何川,辛明道. 一种基于势流理论的分区网格剖分方法[A]. 第七届全国计算传热学会议论文集[C]. 北京:北京工业大学出版社, 1997. 10, 44 ~ 47.
- [6] ARMALY B F. Experiment and theoretical investigation of backward facing step flow[J]. J. Fluid Mechanics, 1983, 127: 473 ~ 496.
- [7] 何川,辛明道. 圆柱面上后向台阶层流绕流场的数值研究[J]. 工程热物理学报, 1997, 18(5): 604 ~ 607.

Numerical Simulation of Turbulent Flow Flow Over a Tiny Rearward-facing Step on Circular Cylinder

HE Chuan, LONG Tian-yu, XIN Ming-dao

(Institute of Engineering Thermophysics of Chongqing University, Chongqing 400044, China)

ABSTRACT: Results of numerical simulation for viscous incompressible turbulent flow field over a tiny rearward-facing step on circular cylinder are presented. The Domain-Subdividing and Matching method and the Simplified SOLA solution are engaged in the simulation. The effects of the step's height, installed position and Reynolds number on the flow field are obtained and discussed. The results show that, if the rearward-facing step is installed on the cylinder surface at a suitable point, a reattached boundary layer will be produced at the downstream of the step lagged in a small distance on the cylinder's surface and will re-separate from the cylinder's surface. The reattachment point and the re-separated point will exchange as the step's height and installed point exchanging. There is an effective reattachment region. If the fluid flow separated from the sharp edge of the rearward step reattaches in the effective region, the re-separated point will occur at the downstream of the cross section of the cylinder and the drag will be reduced. This pattern is not directly connected with the flow in laminar nor in turbulent.

KEYWORDS: viscous incompressible flow; numerical simulation; turbulent flow; separated flow; boundary layer

(责任编辑 刘道芬)