

文章编号:1000-582x(2001)01-0067-04

# 在计算机层析技术中投影数据的多目标优化

李虹<sup>1</sup>, 李宁<sup>2</sup>, 王旭东<sup>2</sup>, 李时光<sup>2</sup>, 郑尔信<sup>2</sup>

(1. 重庆电视台, 重庆 400039; 2. 重庆大学, 重庆 400044)

**摘要:**在计算机层析技术(CT)中,优化投影数据是改善重建图象质量的有效途径。为减弱噪声等因素对投影数据所造成的模糊,也为了寻求最佳唯一图象,为此以模糊数学和决策理论为基础,通过建立投影模糊指数函数及平方误差模糊指数函数,提出了一种称为多目标优化的新的模型,对投影数据进行优化。实验验证在微机完成,首先在给定图象上作仿真采集并将所得投影数据加高斯噪声,然后用含噪声的及经多目标优化的两类投影数据分别完成图象重建,并把所得结果作对比分析。实验结果表明,所提出的多目标优化模型有较强的抗噪声能力,理论和实验有较好的一致性。

**关键词:**计算机层析技术; 噪声; 投影数据; 模糊指数函数; 多目标优化模型

**中图分类号:** TP 391.4

**文献标识码:** A

断层图象质量是评价 CT 系统最重要的性能指标。断层图象的优劣,除与所用的图象重建算法有关外,颇大程度取决于直接用于图象重建的投影数据的品质。CT 系统所采集的原始投影数据,噪声是影响其质量的重要因素,它不仅反映在数据信号的信噪比上,并和 CT 系统的设计参数、结构精度及运行状态等因素在一起,使投影数据在反映沿射线路径上被测物对射线的衰减系数总和值具有模糊性。因此,对 CT 系统所采集的原始投影数据进行优化后再用于图象重建,这应是提高 CT 断层图象质量有效途径之一。

多目标图象重建算法是近年才提出来的,这是一种在多目标决策理论框架下寻求最佳唯一图象的重建方法<sup>[1,2]</sup>,它在平滑性、稳定性及解的唯一性等方面有较好效果。为解决噪声的有效抑制及投影数据所具有的模糊性,以寻求最佳唯一图象,考虑到模糊数学及多目标决策理论在求解此类问题的优势,故笔者以模糊数学理论为基础,融合多目标决策理论的方法,确立了两个目标函数,在一定约束条件下,建立优化数据的数学模型,对原始投影数据进行优化,再将优化后的投影数据用于图象重建。

## 1 多目标优化模型及算法

CT 多目标优化图象重建问题,可归结为对一组

一维的、不完善的投影数据作多目标优化,再利用重建技术获得在给定优化目标意义下的最佳图象。

定义  $X$  为未被噪声污染的投影数据向量,  $C$  为噪声向量,  $X_0$  为实际采集且被噪声污染的投影数据向量,它们具有按  $M$  行  $N$  列排列的相同的矩阵结构。其中:  $M$  为投影数;  $N$  为每个投影射线数。当  $C$  为相加性噪声,则  $X, X_0, C$  满足如下关系:

$$X_0 = X + C \quad \text{或} \quad X = X_0 - C \quad (1)$$

### 1.1 投影模糊指数函数

此函数建立在投影数据的模糊隶属函数描述方法上<sup>[3,4]</sup>,当投影向量受噪声干扰,可认为它被模糊了。设归一化后的投影数据级为  $G_p$ ,且  $G_p$  可视为模糊隶属函数  $\mu(A)$ 。

设  $A$  为一模糊集,  $\bar{A}$  为模糊坐标顶点(0 或 1),  $n$  为元素数,定义模糊指数为:

$$r(A) = \frac{2}{n} d_{\min}(A, \bar{A}) \quad (2)$$

$d_{\min}(A, \bar{A})$  指  $A$  与  $\bar{A}$  之间的最近距离:

$$d_{\min}(A, \bar{A}) = \sum_{i=1}^n |\mu_A(x_i) - \mu_{\bar{A}}(x_i)|_{\min} \quad (3)$$

其中:  $\mu_{\bar{A}}(x_i) = 0$  或  $1, i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;

当  $\mu_{\bar{A}}(x_i) \leq 0.5$  时,  $|\mu_A(x_i) - \mu_{\bar{A}}(x_i)|_{\min} = 1 - \mu_A(x_i)$ ;

· 收稿日期:2000-04-08

作者简介:李虹(1966-),女,重庆人,工程师,硕士。从事计算机图象技术研究。

当  $\mu_{\bar{A}}(x_i) > 0.5$  时,  $|\mu_A(x_i) - \mu_{\bar{A}}(x_i)|_{\min} = \mu_A(x_i)$ 。

综合上述两种情况,在整个模糊集上有:

$$\sum_A |\mu_A(x_i) - \mu_{\bar{A}}(x_i)|_{\min} = \sum_A (0.5 - |\mu_A(x_i) - 0.5|)$$

则模糊指数函数记为:

$$r(A) = 1 - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n |\mu_A(x_i) - 0.5| \quad (4)$$

$r(A)$  也在 0 至 1 间,当  $\mu_A(x_i) \rightarrow 0.5$ ,  $r(A) \rightarrow 1$ ,  $A$  有较高模糊度;反之,  $\mu_A(x_i) \rightarrow 0$  或  $1$ ,  $r(A) \rightarrow 0$ ,  $A$  有较低模糊度。于是,投影向量模糊性可由下式反映:

$$r(A) = 1 - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i}{x_{\max 1}} - 0.5 \right| \quad (5)$$

其中  $x_{\max 1}$  是向量  $X$  的最大元素,定义“ $\|\cdot\|$ ”为  $n$  阶向量的范数,则:

$$\left\| \frac{X}{x_{\max 1}} - 0.5I \right\|^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{x_{\max 1}} - 0.5 \right)^2$$

其中  $I$  为  $n$  维 ( $n = M \times N$ ) 单位向量,因为:

$$\sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i}{x_{\max 1}} - 0.5 \right| \text{ 与 } \sum_{i=1}^n \left\| \frac{x_i}{x_{\max 1}} - 0.5I \right\|^2$$

有相同的最大点,所以可把投影模糊指数函数表示为:

$$f_1(x) = 1 - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \left\| \frac{x_i}{x_{\max 1}} - 0.5I \right\|^2 \quad (6)$$

该函数描述了原始投影数据因噪声污染而“模糊”(降质)的模糊程度。

## 1.2 平方误差模糊指数函数

为了使经多目标优化得到的投影数据与原始投影数据的偏差尽量小,同理,可以建立多目标优化投影数据与原始投影数据的海明距离,从而得到平方误差指数函数:

$$f_2(x) = \frac{1}{n} \left\| \frac{P}{p_{\max}} - \frac{X}{x_{\max 2}} \right\|^2 \quad (7)$$

其中:  $P$  为测得的投影数据向量,  $p_{\max}$  为其最大分量,  $X$  为多目标优化后的投影数据向量,  $x_{\max 2}$  为其最大分量。

## 1.3 约束条件

当数据包含噪声时,恰当的约束形式是要求优化前后数据的方差:

$$C = \|P - X\|^2 \quad (8)$$

小于某个噪声量  $C_0$ ,  $C_0$  可以根据估计理论得到。

## 1.4 多目标优化算法

模糊多目标优化算法就是在众多的满足方程(1)及约束条件(8)的解空间中,选择一个解矢量,使既满

足多目标优化又在某种优化策略下达到最优。

综合上述分析,把两个目标函数同时极小化作为研究多目标优化算法的基础。通常,两个目标函数同时优化问题可以表示成下述向量极小化问题:

$$\min f(x) \triangleq [f_1(x), f_2(x)] \quad x \in \bar{X} \quad (9)$$

其中符号“ $\triangleq$ ”意指“定义为”,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  为两个投影向量  $X$  的标量目标函数。 $\bar{X}$  是约束投影数据的可行区域。

解向量优化问题(9)的方法首先是把向量目标函数转化为标量评价函数,数学上最简单的处理方法是取多个目标函数的加权和。于是,原来的双目标函数同时极小化的(9)式转化为如下单目标优化问题:

$$\min_{x \in \bar{X}} V[f(x)] = \sum_{j=1}^2 w_j f_j(x) \quad (10)$$

式中各目标函数的加权系数  $w_j$  表示相应目标函数  $f_j(\cdot)$  在模型(9)中的相对重要性。通常,(10)式在各目标重要程度意义下的最优解是使各自目标函数尽可能小的解。 $w_j$  ( $j = 1, 2$ ) 称为目标加权系数,且:

$$w_j \triangleq \left\{ \begin{array}{l} w_j \geq 0, j = 1, 2, \\ \sum_{j=1}^2 w_j = 1 \end{array} \right.$$

因而,本文中的多目标优化问题,其等价的加权和优化问题为:

$$\min V[f(x)] = \sum_{j=1}^2 w_j f_j(x) \quad \left\{ \begin{array}{l} \|P - X\|^2 = C_0 \end{array} \right. \quad (11)$$

这是一个典型的等式约束下的非线性规划问题,可用拉格朗日乘子法求解,于是,引入拉格朗日乘子  $\lambda$  化约束问题为无约束问题,则有:

$$V(x, \lambda) = \sum_{j=1}^2 w_j f_j(x) + \lambda [\|P - X\|^2 - C_0] \quad (12)$$

因为

$$\frac{\partial V}{\partial X} = 2b_1(X - 0.5x_{\max}I) + b_2(aP - X) + \lambda(P - X)$$

再令  $\frac{\partial V}{\partial X} = 0$ , 则有

$$2b_1(X - 0.5x_{\max}I) + b_2(aP - X) + \lambda(P - X) = 0$$

其中:

$$b_1 = \frac{w_1}{nx_{\max 1}^2}, b_2 = \frac{w_2}{nx_{\max 2}^2}, a = \frac{x_{\max 2}}{p_{\max 1}}$$

且  $w_1 + w_2 = 1$ ,  $b_3 = \gamma b_1 x_{\max 1}$ ,  $b_4 = \gamma b_2 a + I$  ( $I$  为单位向量)

整理得：

$$[P(2b_1 - b_2) - 1]X = b_3I - b_4P$$

$$X = \frac{b_3I - b_4P}{\gamma(2b_1 - b_2)} \quad (13)$$

其中  $\gamma = \frac{1}{\lambda}$ ，这个量必须调整到满足约束条件  $\|P - X\|^2 = C_0$  为止，只有当  $\gamma$  满足了这一条件时，式(13)才是多目标问题的最优解。 $\gamma$  是用迭代方法确定的，先定义剩余向量  $R$  为：

$$R = X - P \quad (14)$$

该式表示  $R$  是  $\gamma$  的函数，可以从数学上证明： $\varphi(\gamma) = \|R\|^2$  是  $\gamma$  的单调增加函数，调整  $\gamma$ ，使

$$\|R\|^2 = C_0 \pm \epsilon \quad (15)$$

式中  $\epsilon$  是准确度因子。因此，在已知投影向量  $P$  的条件下，按(15)计算  $\|R\|^2$ ，从而作出调整  $\gamma$  的决策。

## 2 仿真实验及结果

仿真实验的目的是，用文中提出的多目标优化模型后，检验其对噪声的抑制能力，验证该模型的正确性



图2 直接用含噪数据的重建结果

图2、图3为当加有均值为零，方差为0.05的高斯噪声，在信噪比为20时，直接用此含噪数据进行图象重建及将含噪数据经多目标优化后再进行图象重建的结果。当用多目标优化时，权系数  $w_j$  的取值，应根据实际情况，按重要性及实际经验调整，本例的  $w_1 = 0.38$ ， $w_2 = 0.62$ 。

对两种情况的重建结果的客观评价，采用了计算图象归一化均方根距离测量值  $d$  和归一化平均绝对距离测量值  $c$  的方法，对比结果见表1。

表1 重建结果的客观评价对比

投影数据类型	图象距离测量值	
	$d$	$c$
直接使用的含噪投影数据	1.286 127	1.907 879
优化后的含噪投影数据	0.321 638	0.249 104

从上述仿真实验结果表明，无论对图象的主观评

和可行性。

实验环境在586微机上进行。实验方法采用加入高斯噪声，按不同方差及信噪比，对多幅工业CT图象（由重庆大学ICT中心提供）进行仿真实验。实验过程为：对工业CT所取得的断层图象（见图1），按扇形束扫描方式，取  $256 \times 256$  数据阵列作仿真采集；对仿真采集的投影数据加入高斯噪声；就含噪的投影数据直接用于卷积反投影法图象重建及经多目标优化后再进行卷积反投影法图象重建<sup>[5]</sup>；将两种重建结果（见图2、图3）作主观及客观对比。



图3 工业CT断层图象

图3 含噪数据经优化后的重建结果

价及客观评价，文中所提出的多目标优化模型有较强的抑噪能力，理论分析和实验结果有较好的一致性。

### 参考文献：

- [1] WANG YUNMEI, LU WEIXUE. Multicriterion Image Reconstruction and Implantation[J]. Computer Vision Graphics and Image Processing, 1989, 46(2):131-135
- [2] WANG YUANMEI, LU WEIXUE. Multicriterion Maximum Entropy Image Reconstruction from Projections[J]. IEEE Trans on Medical Imaging, 1992, (11):70-75
- [3] 贺仲雄. 模糊数学及其应用[M]. 天津:天津科技出版社, 1983.
- [4] 冯德益. 模糊数学方法及其应用[M]. 北京:地震出版社, 1986.
- [5] 刘政凯, 翟建雄. 数字图象恢复与重建[M]. 合肥:中国科技大学出版社, 1989.

(下转 83 页)

- [4] KULLBACK S, LEIBLER R. Information and Sufficiency [J]. Ann Math Statistics, 1951, 22: 79-86
- [5] 陆汝铃. 人工智能(下)[M]. 北京: 科学出版社, 1996

## Learning the BN Structure Based on the Sum of Mutual Information

XING Yong-kang, SHEN Yi-dong

(College of Computer Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** The Crossing Entropy is defined to scale the similar level of two probability distribution. In many papers on learning BN structure, the Crossing Entropy was used as an indicator of measuring the learning accuracy of an algorithm. The known scoring metrics for learning BN structure is analyzed in this paper, then a new scoring metrics -Sum of Mutual Information is proposed based on the information theory. At last, two algorithm for learning BN structure by SIM is represented.

**Key words:** belief networks; learning the BN structure; mutual information; scoring metrics

(责任编辑 吕蓉英)

\* \* \* \* \*

(上接 69 页)

## Multicriterion Optimization for Projection Data in Computerized Tomography

LI Hong<sup>1</sup>, LI Ning<sup>2</sup>, WANG Xu-dong<sup>2</sup>, LI Shi-guang<sup>2</sup>, ZHENG Er-xing<sup>2</sup>

(1. CQTV, Chongqing 400039, China; 2. Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** It is an effective way for improving quality of reconstructed images that projection data are optimized in the field of Computerized Tomography (CT). For lowering the fuzziness on projection data caused by lots of factors such as noise and getting the unigue optimal reconstructed image from noisy projection data further more, in this paper, the authors develop a new model named Multicriterion Optimization Model (MOP) for optimizing projection data. The model is structured based on the theories of fuzzy mathematics and decision-making, via the method of deducing projection fuzzy exponent function and square error fuzzy exponent function. The experiments for validating the model have been carried out on personal computer (PC). At first, we make simulation collecting in the images presented and add Gauss Noise into the projection data obtained by simulation collecting. Then, complete the image reconstruction from noisy projection data by the solution without optimization and another solution with multicriterion optimization. Finally, compare and analysis the different results about images reconstructed by two different solutions. The experiment results indicate that the MOP in this paper has better consistency with the theory and practice as well as obvious advantage of antinoise ability.

**Key words:** computerized tomography; noise; projection data; fuzzy exponent function; multicriterion optimization model

(责任编辑 李胜春)