

文章编号:1000-582x(2001)04-0017-05

基于解析信号和带通滤波的频率细化分析

郭瑜, 汤宝平, 纪跃波, 秦树人

(重庆大学机械学院测试中心, 重庆 400044)

摘要:介绍了一种基于解析信号和带通滤波的频率细化分析技术,讨论了其和传统的频率细化分析技术相比较所具有的特点。对离线测量,该技术在计算机上实现时,分析速度和最大细化倍数均比传统方法有较大提高,为基于计算机平台的虚拟仪器中的频率细化分析技术提供了一条崭新的实现途径。

关键词:解析信号;带通滤波;频率细化分析;虚拟仪器

中图分类号:TH 115

文献标识码:A

频率细化(ZOOM FFT)分析是70年代发展起来的一种重要的频谱分析手段,也是目前虚拟仪器(Virtual Instrument)中FFT分析仪必备的一项功能。进行频率细化分析的主要目的在于提高频谱的分辨力,从而得到比一般FFT分析更加详尽频率成分信息,这在窄带信号分析时有重要的现实意义,并成为衡量频谱分析仪器分辨力的一项重要指标。本文介绍的基于解析信号(analytic signal)和带通滤波的频率细化分析技术在计算机上实现时,分析速度和最大细化倍数均比传统方法有较大提高,为基于计算机平台的虚拟仪器中的频率细化分析技术提供了一条崭新的实现途径。

1 频率细化问题的提出

在通常的FFT分析中,得到的频谱图的有效频率分布范围为 $[0, f_N]$ (f_N 为奈奎斯特频率也称为折叠频率)。而谱线间隔 Δf 决定了频率分辨力,即 Δf 越小,谱图的分辨力越高, Δf 较大时,由于栅栏效应的影响,将有可能丢掉有用信息。

$$\Delta f = f_s / N \quad (1)$$

式中 N 为FFT计算数据长度, f_s 为采样频率,且 $f_N = f_s / 2$ 。由(1)式可知,要获得较高的频率分辨力可通过降低 f_s 或增加 N 获得,但应考虑到降低 f_s 会导致频率分析范围减小,而 N 太大将降低运算速度并要求较大内存。为解决这一矛盾产生并发展了频率细化分析技术。

2 复调制细化分析原理及方法简介

复调制细化和相位补偿细化是两种目前普遍应用的频率细化技术。对相位补偿细化方法在这里不作讨论,感兴趣的读者可参阅相关资料。由于要介绍的细化技术是在复调制细化基础上改进而来,并在其后要用二者作对比,现对其实现步骤简略叙述如下:复调制细化是将采样时间序列与单位复指数 $e^{j2\pi n f_c / f_s}$ 相乘,将实序列变为复序列,根据傅立叶变换的频移性质,信号频谱将产生平移,若将感兴趣频段的中心频率 f_c 移到相应频谱的原点处,再经低通滤波及重采样后,作FFT,便可得到更高的频率分辨力^[1]。

复调制细化分析可用硬件或软件的方法实现。硬件实现是在专用数据处理机上用硬件实现频移、数字滤波、重采样及FFT分析。优点是:速度快,最大细化倍数高;可实现实时细化分析;存在的缺点是:不保存原始信号,改变中心频率和细化带宽,均需要重复整个过程,因此要求分析信号在分析过程中稳定。该方法也可用微机实现,但情况和上面正好相反:速度较慢导致最大细化倍数低,若最大细化倍数为 D ,则至少要保存 D 个FFT长度的数据,只能作离线(off line)细化分析,但可保存并使用原始数据,可随意改变中心频率和细化带宽,而无需重复过程,可对脉冲激振等瞬时信号进行分析。

值得一提的是:在实际复调制细化中,为加快算

• 收稿日期:2001-02-20

作者简介:郭瑜(1971-),男,云南昆明人,昆明理工大学讲师,重庆大学在读博士生。主要从事现代测试技术 虚拟仪器技术的研究。

法,低通数字滤波和重采样是同时完成的,例如:细化倍数为 D 时,只需计算复调制后得到的复序列在数字滤波后将得到序列的每一间隔为 D 的数据点^[2]。

3 基于解析信号和带通滤波的频率细化分析原理及实现

3.1 细化中采用带通滤波的提出

从以上叙述可看出在微机上实现复调制细化分析主要在于计算速度这一瓶颈问题。例如:若以最大细化倍数 D 用上述方法进行计算,对信号复调制时,所需要调制的序列点数将是至少 DN 点,即对 DN 点数据分别乘以单位复指数 $e^{j2\pi n f_c / f_s}$ (实际计算中是以三角函数分实、虚部计算的,而在计算机上进行三角函数计算很费时),可见伴随着细化倍数 D 的增加,计算量将显著增大导致细化时间的剧增,再加上其他步骤的计算时间,每次细化分析中很大的细化倍数所需的时间在实际工作中将是难以忍受的,为此不得不以较小的最大细化倍数指标换来分析时间的缩短。反过来想,若能对这一问题加以解决必然能提高最大细化倍数。

在研究中首先想到,若能先将采样序列 $x(n)$ 用一带通数字滤波器处理得到一频率区间在 $[f_l \sim f_h]$ 的窄带序列 $x'(n)$;对序列各点分别乘以单位复指数 $e^{j2\pi n f_c / f_s}$,使序列频移为频率区间在 $[f_l - f_c \sim f_h - f_c]$ 的低频序列 $x_m(n)$ (原中心频率 f_c 频移后变为零频),以间隔 D 对此序列进行重抽,得到时间序列: $x_r(n)$,此时采样频率为原来的 $1/D$,也可实现频率细化。注意到在计算中对序列 $x'(n)$ 重抽(重采样)可发生在频移之前,即:

$$\left. \begin{aligned} x_m(n) &= x'(n) \times e^{j2\pi n f_c / f_s} \\ \downarrow \\ x_r(n) &= x_m(Dn) \end{aligned} \right\} \text{等价于} \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} x_r(n) &= x'(Dn) \\ \downarrow \\ x_2(n) &= x_r(n) \times e^{j2\pi n f_c / f_s} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

则如果先重抽,后频移,不但原来滤波同时抽样的快速算法可保留,并且在细化 D 倍时需乘以单位复指数 $e^{j2\pi n f_c / f_s}$ 实现频移的数据仅为原来的 $1/D$,可以大大加快计算速度,这也是本方法的核心技术。但从数字信号处理的特点应认识到对原始采样序列 $x(n)$ 实施以上步骤是不能成立的。由于任何实信号都具有双边的频谱^[2],所以带通滤波后的窄带信号对应的频谱如图 1 (a) 所示:

根据 DFT 计算的特点可知:若 FFT 长度为 1024 点,则前 512 点代表 $[0 \sim f_N]$ ($f_N = f_s/2$),后 512 点代表

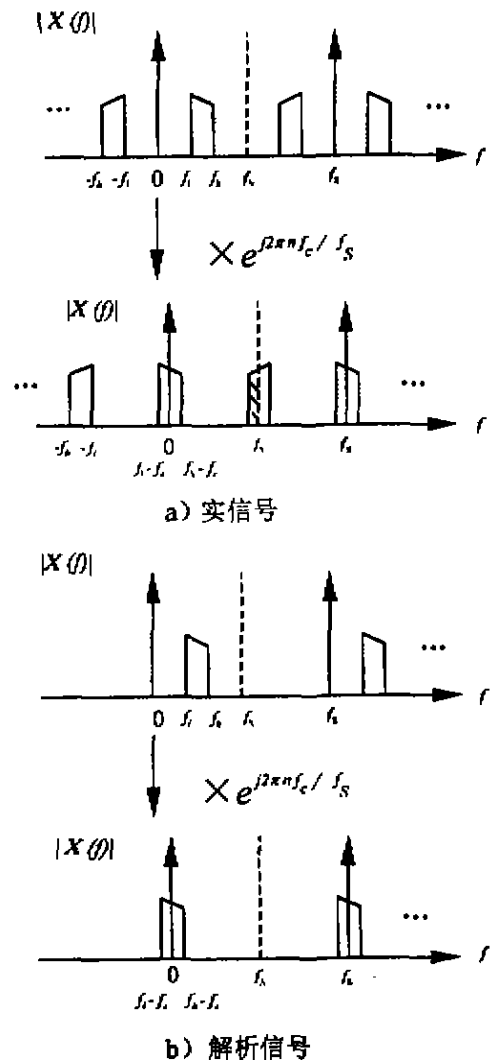


图 1 窄带信号频移

负频率 $[-f_N \sim 0]$ 部分关于原点的镜像(或负频率部分向右平移 f_s)。若直接将序列 $x'(n)$ 乘以单位复指数 $e^{j2\pi n f_c / f_s}$,则如图 b 所示阴影部分将导致频率混叠。这就提出一个问题,能否将原信号经过某种处理消除频率混叠若能实现前面所述通过带通滤波实现频率细化的思想就能实现。

3.2 解析信号

解析信号正是所需的信号。任何实信号都有双边频谱,但通过实信号却可以构造出只有单边频谱的解析信号,并有如下关系:

设实信号为 $x(t)$,对应的频谱为 $X(f)$,则对应的解析信号有如下定义(参阅文献[3,4]):

$$\tilde{x}(t) = x(t) + j\hat{x}(t) \quad (3)$$

式中: $\tilde{x}(t)$ —解析信号; $\hat{x}(t)$ — $x(t)$ 的希尔伯特变换^[2]:

$$\hat{x}(t) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (4)$$

解析信号的频谱有如下性质：

$$\bar{X}(f) = \begin{cases} 2X(f) & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (5)$$

由上述可看出实信号通过构造对应的解析信号 $\bar{x}(t)$ ，即可得到所需要的单边频谱 $\bar{X}(f)$ 。 $\bar{X}(f)$ 在频率 f 大于等于 0 时其值为原信号的两倍， f 当小于零时其值恒为 0。如图 1 (b) 所示，对解析信号 $\bar{x}(t)$ 按 (2) 带通滤波细化设想步骤进行细化分析能消除频混，实现带通滤波细化分析。此外，由于数字滤波器并不能实现通带外的完全截止，使用解析信号还可减轻由此引起的叠混。

3.3 基于解析信号和带通滤波的频率细化分析实现步骤

实现步骤如下：

1. 信号预处理：对时域信号 $x(t)$ 进行抗频混滤波处理使信号变为频率有限信号；
2. 采样：通过采样，将信号变为采样时间序列，设采样数据点数为 $D_{\max} N$ ；
3. 希尔伯特变换：将采样序列进行希尔伯特变换，生成解析序列；
4. 带通数字滤波（带通数字滤波器的上、下截止频率由细化倍数 D 和被分析频带中心频率 f_c 决定）：产生窄带信号；
5. ● 频移：设信号为 $x(t)$ 对应的频谱为 $X(f)$ ，采样后得到时间序列 $x(n)$ ，其对应的离散频谱为 $X(k)$ ，为讨论方便，在下面仍用连续谱加以叙述。现对

频率区间 $[f_1, f_2]$ 进行细化分析，则分析频带的中心频率为：

$$f_c = \frac{(f_1 + f_2)}{2} \quad (6)$$

复调制时乘以单位复指数 $e^{j2\pi f_c t}$ （数字信号中对应 $e^{j2\pi n f_c / f_s}$ ）有：

$$x(t) \cdot e^{j2\pi f_c t} \Leftrightarrow X(f - f_c) \quad (7)$$

即信号频谱发生频移，由上式不难看出频移后分析频带中心频率 f_c 已变为零频。这时信号变为频率区间在 $[f_1 - f_c, f_2 - f_c]$ 的窄带序列复 $x'(n)$ 。

6. ● 重采样（数据重抽）：对 $x'(n)$ 以细化倍数 D 为间隔进行数据重抽，共抽 N (N 为 FFT 长度) 点，得到时间序列 $x_2(n)$ ，采样频率为原来的 $1/D$ ，即：

$$f_s' = \frac{f_s}{D} \quad (8)$$

由 (1.1) 式可得到：

$$\Delta f' = \frac{f_s'}{D} = \frac{f_s}{DN} = \frac{\Delta f}{D} \quad (9)$$

即： $x_2(n)$ 对应的谱线间隔 $\Delta f'$ 变为原来的 $1/D$ ，频率分辨率提高了 D 倍。作 N 点 FFT 运算，最后得到细化谱；

注：根据前面所述和 (2) 式，以上步骤中在实际编程实现时步骤 5、6 应交换，可使计算量大大减少，即只对 N 点复数据进行复调制，得到频移信号；

基于解析信号和带通滤波的细化数据处理理论流程如图 2 所示：

实际处理流程如图 3 所示：

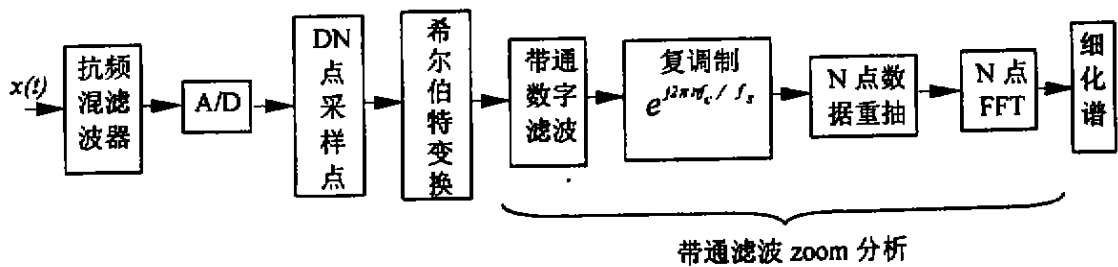


图 2 基于解析信号和带通滤波的细化理论数据处理流程

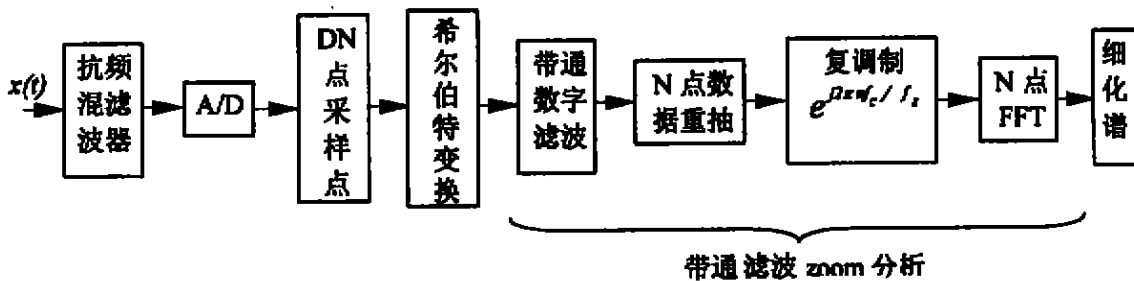


图 3 基于解析信号和带通滤波的细化实际数据处理流程

从上面步骤可看出,本方法和复调制细化方法相比,相近的是:都使用复调制的方法将信号被分析频带从高频部分移到低频部分,通过数据重抽的方法降低采样频率实现细化。不同的是:本方法需将信号在 A/D 采样后通过希尔伯特变换变为解析信号供分析使用;使用了带通数字滤波;实际操作中,在带通滤波后得到的时间序列上实现的数据重抽极大降低了频移数据点数。

3.4 关于基于解析信号和带通滤波的频率细化分析的几点说明

1. 在本方法中信号在 A/D 采样后通过希尔伯特变换变为解析信号这将耗费一定的时间,若将这个时间考虑进去整个分析时间不见得短,但应注意本方法是针对离线测量,离线测量的一个特点是“先采集,后测量”,即首先对信号采样并保存为数据文件,在测量分析时再打开数据文件供分析使用,在本方法中无非是先采样信号并转换为解析信号存盘,解析信号的实部、虚部分别保存为不同的数据文件供以后分析时使用,而在测量分析阶段直接从数据文件中读出,无须再转换。

2. 从上面分析不难看出:本方法用解析信号分析时,无论细化倍数 D 为多大,每次在细化的复调制(频移)步骤,所需参加复调制计算的点数都固定为一个 FFT 长度 N ,而对应的传统复调制细化方法却为 DN ,计算时间理论上仅为其 $1/D$,因此在分析时采用本方法可大大加快计算速度(笔者已用程序证实)。此外,由于解析信号实部、虚部分别保存,其中实部即为原采样信号,不妨碍其它只需原采样信号的测量分析,而在其它需要解析信号分析的场合只需直接调用即可。

3. 本方法不足的地方在于:使用本方法时,数据的保存量比复调制多一倍(实、虚部)。

4. 用本方法的实现相位细化时,建议采用了零相位带通滤波器^[5]。

在以往计算机实现的复调制细化中多采用 FIR (有限冲击响应)滤波器,原因在于 FIR 滤波器具有线性相位,若进行相位细化利于补偿。但若采用零相位带通滤波器则不存在由数字滤波器产生的相位补偿问题,并可采用其它特性更优越的 IIR (无限冲击响应)滤波器^[6]。

5. 由于解析信号对应单边频谱,采样时可用较低的采样频率。解析信号的最低采样频率要求只是其对应实信号最低采样频率要求的一半^[7]。根据(1)式,

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{f_s/2}{N/2} = \frac{f_s}{N} \quad (10)$$

式中: $f_s = f_s/2$ —解析信号最小采样频率; $N' = N/2$ —解析信号 FFT 长度。

即对解析信号可以采用原 FFT 长度的一半就达到频率分辨力不变,随着 FFT 计算长度的减半,需重抽和频移的数据点也减半,还可使计算得到进一步加快。

4 编程验证

本实验由 C 语言编程实现,步骤如下:

1. 模拟生成频率成分包括 258 Hz、500 Hz、501 Hz、504 Hz、653 Hz 的一合成信号并采样数据,理论上原始数据长度为:最大细化倍数 $D_{\max} \times$ FFT 长度;

有关语句如下:

.....

```
double source[400 * 1024];
```

```
double s1, s2, s3, s4, s5;
```

```
int fs = 2000; // 设定采样频率为 2000Hz;
```

```
int fflen = 1024; // FFT 长度为 1024;
```

```
int zoomfactor = 60; // 细化倍数为 60;
```

```
int fc = 500; // 设定分析频带中心频率为 500Hz;
```

.....

```
for (long li = 0; li < 400 * 1024; li++) { // % 采样点数为 400 * 1024, // 即 FFT 长度为 1024 时, 最大细化倍数可达 400 倍;
```

```
int i = li/fs;
```

```
s1 = 10 * sin(2 * pi * li * 500); // 500Hz 信号成分, 幅值为 10V;
```

```
s2 = 5 * sin(2 * pi * li * 258); // 258Hz 信号成分, 幅值为 5V; 注: 滤波后被消除;
```

```
s3 = 3 * sin(2 * pi * li * 653); // 653Hz 信号成分, 幅值为 3V; 注: 滤波后被消除;
```

```
s4 = 5 * cos(2 * pi * li * 501); // 501Hz 信号成分, 幅值为 5V;
```

```
s5 = 7 * sin(2 * pi * li * 504); // 504Hz 信号成分, 幅值为 7V;
```

```
source[li] = s1 + s2 + s3 + s4 + s5; // 合成信号;
```

.....

```
}
```

.....

2. 通过希尔伯特变换生成解析信号;

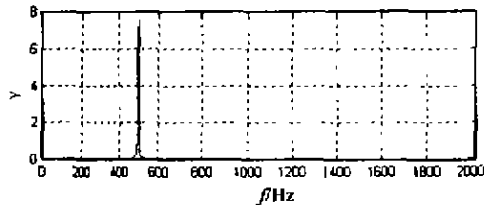
3. 设置带通滤波器分析频带中心频率 f_c (500 Hz)、细化倍数 D (60), 并由此计算上、下截止频率;

4. 对原始采样数据进行带通滤波并以细化倍数 D 为间隔对滤波后的数据进行数据重抽, 取一个 FFT

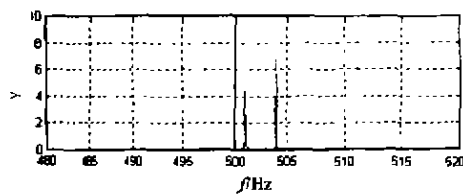
长度 N (演示中取 1024) 点数据;

5. 对 N 点数据进行复调制, 得到频移信号;
6. FFT 分析得到细化谱。

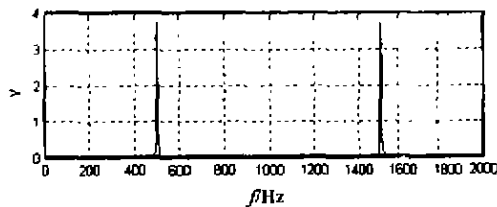
结果如下图所示(横坐标为频率 f , 单位: Hz; 纵坐标为幅值 $|X(f)|$):



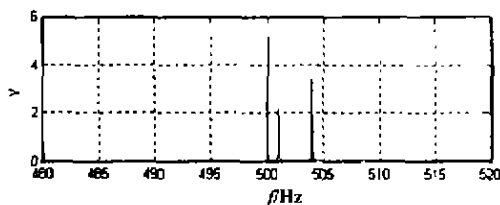
a) 复调制法滤波后信号频谱 ($f_s = 500$ Hz)



b) 复调制法细化分析结果 ($D = 60$)



c) 本方法带通滤波后信号频谱 ($f_s = 500$ Hz)



d) 本方法细化分析结果 ($D = 60$)

说明:

1. 在图 a) 中, 原采样信号经低通滤波后应剩下 500 Hz、501 Hz、504 Hz 频率成分, 但由于栅栏效应, 尚不能精确分辨; 由于采样频率 $f_s = 2000$ Hz, 所以 $f_N = 1000$ Hz, 经 1024 点 FFT 运算后, 其结果如前所述: 前 512 点代表 $[0, f_N]$ ($f_N = f_s/2$), 后 512 点代表负频率 $[-f_N, 0]$ 部分关于原点的镜像, 为双边频谱。

2. 在图 c) 中, 解析信号经带通滤波后也应剩下 500 Hz、501 Hz、504 Hz 频率成分, 同理, 由于栅栏效应, 尚不能精确分辨; 和上同理, 1024 点 FFT 运算后, 前 512 点代表 $[0, f_N]$ ($f_N = f_s/2$), 后 512 点代表负频率 $[-f_N, 0]$ 部分关于原点的镜像, 但解析信号为单边频谱(负频率幅值恒为零), 且幅值为双边谱的两倍。

图 b)、图 d) 分别表示在细化倍数 $D = 60$ 时, 采用复调制法细化和本方法细化分析的结果, 由图可看出二者分辨力一样, 而由于解析信号为单边频谱, 幅值为对应双边谱的两倍。

5 结论

以计算机为平台的虚拟测试仪器是目前正得到迅速发展的新兴学科。虚拟测试仪器在实现某项测试功能上所采用的技术手段则直接关系到仪器在此项功能上性能的高低。在虚拟仪器中 FFT 仪的细化功能实现上, 本方法提供一种崭新的且行之有效的频率细化技术, 其采用解析信号和带通滤波的思想使在离线测量的频谱分析中速度大为加快, 较好解决了制约传统复调制细化分析中制约提高频率细化倍数的计算速度问题, 为在同等细化分析时间内提高细化倍数开辟了又一条途径。

参考文献:

- [1] 卢文祥, 杜润生. 机械工程测试. 信息. 信号分析[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1991.
- [2] D Brook and R J Wyrne Signal Processing: Principles and Application [M]. London: Edward Arnold, 1988.
- [3] 朱华, 黄辉宁, 李永庆, 等. 随机信号分析[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1990.
- [4] 胡广书. 数字信号处理 理论、算法与实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [5] 纪跃波, 秦树人, 汤宝平. 零相位数字滤波器[J]. 重庆大学学报 第 23 卷第 6 期 p4~7 2000.
- [6] Richard A Roberts Clifford T Mullis DIGITAL SIGNAL PROCESSING [M]. Reading MA USA: ADDISON WESLEY PUBLISHING COMPANY, 1987.
- [7] 石磊, 吴雅, 杨叔子, 张德贤. 故障诊断中解析信号的应用分析 动态信号分析及工程应用[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1994.5.

(下转第 25 页)

5 结论

本文以自由曲面在三坐标测量机上数字化为研究对象,从重心概念推导出基于形状函数的采样算法。该算法能产生具有自适应、自组织能力的较规则网格。该网格不仅反映了曲面的几何特征,而且还为采样路径的产生提供了可靠的依据,从而提高采样效率。

参考文献:

- [1] KOSTERS. Curvature-dependent parameterization of curves and surfaces [J]. *Comput.-Aided Des.*, 1991, 23(8): 569-579.
- [2] WERNER A, SKALSKI K. Reverse engineering of free-form surfaces [J]. *Materials Processing Technology*, 1998, 76: 128-132.
- [3] S Z LI. Adaptive sampling and mesh generation [J]. *Comput-Aided Des.*, 1995, 27(3): 235-240.
- [4] 侯宇,李刚. 自由曲面的测量与重建[J]. *计量学报*, 1999, 20(4): 252-255.
- [5] 王建华,林其骏. 复杂型面中测头中心的轨迹曲面及测头半径的三维补偿[J]. *计量学报*, 1994, 15(2): 108-113.
- [6] 梅向明,黄敬之. 微分几何[M]. 北京: 高等教育出版社, 1981.

Study on Adaptive Sampling and Mesh Generation of Free-form Surfaces Based on Coordinate Measuring Machine

CHEN Lang, QIN Da-tong, XIE Yong

(State Key Lab of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Digitizing of free-form surfaces is one of key technologies on the reconstruction of free-form surfaces. It is important to know how to sample properly free-form surfaces on CMM, which concerns the reconstruction accuracy of free-form surfaces and measuring efficiency. The mathematical model of sampling algorithm is proposed based on the concept of the center of gravity. Using the method, the topological information of surfaces can be preserved, and sampling mesh can be self-organized. By analyzing and dealing with mesh data received from sampling algorithm, one approach with brevity and higher efficiency is provided on CMM.

Key words: free-form surfaces; adaptive mesh; surface sampling; measuring plan

(责任编辑 成孝义)

(上接第 21 页)

ZOOM FFT Technology Based on Analytic Signal and Band-Pass Filter

GUO Yu, TAN Bao-ping, JI Yao-bo, QIN Shu-ren

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: This paper deals on the method of ZOOM FFT based on analytic signal and band-pass filter, which is different from other methods of ZOOM FFT. It is used on computer with larger zoom ratio; higher compute speed and so on than other ways for offline testing. It provides a new method for the development of Virtual Instruments on ZOOM FFT analysis.

Key words: analytic signal; band-pass filter; ZOOM FFT; Virtual Instruments

(责任编辑 成孝义)