文章编号:1000-582X(2002)01-0088-04

卫星发射外测精度分析的EMBET方法*

高 波[1],黄席樾[2],于旺清[1],车著明[1]
(1.西昌卫星发射中心,四川 西昌 615000;2.重庆大学 自动化学院,重庆 400030)

摘 要:过去的精度鉴定基准几乎都是用弹道摄像机,在同一坐标系下点对点比较,缺点是对气象条件要求较高(晴朗的夜晚),往往周期长,且高精度的测量设备本身就无法进行精度鉴定。而EMBET方法用于精度鉴定,它不需要基准,只要测量元素大于3,用测量数据序列就可同时计算出弹道及其测量元素的诸多系统误差。文章给出了有关设备测量元素的误差模型和典型设备组合的EMBET方法,且已成功地用于卫星发射的精度分析中。

关键词:弹道;误差模型;最佳估计;校准
中图分类号:TP 274 **文献标识码**:A

用弹道摄像机鉴定中等精度的雷达是确定雷达误差的常用方法。但弹道摄像机(光学经纬仪)用做鉴定基准有几个缺点:1)晚间操作;2)天气依赖性很强;3)结果处理周期长;4)消耗经费多;5)如没有更高精度的测量设备就无法鉴定高精度的测量设备。因此,弹道照像机作为鉴定基准在许多方面是不够理想的,至今,仍然无法满足大部分精度鉴定要求。而弹道及误差模型的最佳估计——EMBET方法(Error Model Best Estimate of Trajectory),对高、中、低等精度的设备误差的确认都适用。

1 EMBET方法的原理和作用

基本思想是:利用观测到的时序数据,同时估计弹道数据、设备系统误差模型系数及所有估计量的精度,它是一种自校准方法。

从理论上讲,只有较多的观测数据,利用EMBET方法便能够将系统误差估计出来,但在实际应用中,使用该技术进行自校准,要使系统误差能较好的估计出来,要求如下条件[1]:

a. 要有较长的观测弧度;

b. 较佳的几何布站;

c. 较小的观测随机误差(从靶场实践看,设备随机误差通常小于系统误差的0.1倍);

d. 有符合实际情况的有效而紧凑的设备系统误差模型;

e. 应用良好的统计估计方法。

下面以 M 台测距系统同时交汇测量为例,介绍EMBET方法。

设第 j 时刻的观测方程为:

$$R_{ij} = [(X_j - X_{ic})^2 + (Y_j - Y_{ic})^2 + (Z_j - Z_{ic})^2]^{1/2} + \Delta R_i + \eta_{ij} \quad i = 1,2,\cdots m;\ j = 1,2,\cdots n \qquad (1)$$

式中 R_{ij} 为第 j 时刻第 i 台测距系统的观测量;X_j,Y_j,Z_j 为第 j 时刻的弹道参数;X_{ic},Y_{ic},Z_{ic} 为第 i 台测距系统的站址;ΔR_i 为第 i 台测距系统的固定偏差,即系统误差;H_{ij} 为随机误差,经检验,H_{ij} 服从高斯分布;

$$\delta\bar{R}_j = A_j\Delta X_j + \Delta\bar{R} + \eta_j \qquad (2)$$

式中

$$\delta\bar{R}_j = \begin{bmatrix} R_{1j} - R_{1j0} \\ R_{2j} - R_{2j0} \\ \cdots\cdots\cdots \\ R_{mj} - R_{mj0} \end{bmatrix}, \Delta X_j = \begin{bmatrix} X_j - X_{j0} \\ Y_j - Y_{j0} \\ Z_j - Z_{j0} \end{bmatrix},$$

$$\Delta\bar{R} = \begin{bmatrix} \Delta R_1 \\ \Delta R_2 \\ \cdots\cdots \\ \Delta R_m \end{bmatrix}, \eta_j = \begin{bmatrix} \eta_{1j} \\ \eta_{2j} \\ \cdots\cdots \\ \eta_{mj} \end{bmatrix}, A_j = (a_{ik})_{m\times 3}$$

将观测(1)式利用Taylor展开得线性方程组:

R_{ij0} 由初始弹道参数 X_{j0},Y_{j0},Z_{j0} 代入(1)式得到;a_{i1},a_{i2},a_{i3} 分别是 R_{ij} 对 X_j,Y_j,Z_j 的偏导数对应

* 收稿日期:2001-06-02
作者简介:高波(1959-),男,江苏溧阳人,高级工程师,重庆大学博士生。主要从事航天测控及其数据处理和人工智能。

于 X_{j0}, Y_{j0}, Z_{j0} 的值。

设随机变量 η_j 的协方差矩阵为 P_{j0}，用 n 个观测时刻的观测方程组，联立成如下方程组：

$$\delta\bar{R} = [\bar{A}, I]\begin{bmatrix}\Delta X \\ \Delta\bar{R}\end{bmatrix} + \bar{\eta}\Delta\bar{A}\begin{bmatrix}\Delta X \\ \Delta\bar{R}\end{bmatrix} + \bar{\eta} \qquad (3)$$

式中：

$$\delta\bar{R} = \begin{bmatrix}\delta R_1 \\ \delta R_2 \\ \cdots \\ \delta R_n\end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix}A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \cdots & \\ & & & A_n\end{bmatrix}, \Delta X = \begin{bmatrix}\Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \cdots\cdots \\ \Delta X_n\end{bmatrix},$$

$$\bar{\eta} = \begin{bmatrix}\eta_1 \\ \eta_2 \\ \cdots \\ \eta_n\end{bmatrix}, E(\eta_T) = P = \begin{bmatrix}P_1 \\ P_2 \\ \cdots \\ P_n\end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix}I_1 \\ I_2 \\ \cdots \\ I_n\end{bmatrix},$$

I_i 为 m 阶单位矩阵，$i = 1,2,\cdots,m$.

在方程组(3)中，共有 $3n+m$ 个待估参数，其中 $3n$ 个弹道参数，m 个固定偏差(当把测距的系统误差当作一个常值考虑时)，及 nm 个线性方程组，只要 m 大于3，且 n 充分大，总可使 $nm >> (3n+m)$，此时测距系统的固定偏差(3)式的最小二乘解为：

$$\begin{bmatrix}\Delta X' \\ \Delta R'\end{bmatrix} = (A^TP^{-1}A)^{-1}A^TP^{-1}\delta\bar{R} \qquad (4)$$

$$\Delta R'_i = P_{\Delta R}\sum_{i=1}^{n}(P_i^{-1} - P_i^{-1}A_i(A_i^TP_i^{-1}A_i)^{-1}A_i^TP_i^{-1})\delta R_j$$

$$\Delta X'_i = (A_i^TP_i^{-1}A_i)^{-1}A_i^TP_i^{-1}(\delta R_i - \Delta R), i = 1,2,\cdots n \qquad (5)$$

同时得估值协方差矩阵为

$$P_{\Delta R'_i} = \left\{\sum_{i=1}^{n}(P_i^{-1} - P_i^{-1}A_i(A_i^TP_i^{-1}A_i)^{-1}A_i^TP_i^{-1})\right\}^{-1}$$

$$P_{\Delta X} = (A_i^TP_i^{-1}A_i)^{-1} + (A_i^TP_i^{-1}A_i)^{-1}(A_i^TP_i^{-1}P_{\Delta R}P_i^{-1}A_i)(A_i^TP_i^{-1}A_i)^{-1} \quad i = 1,2,\cdots,n \qquad (6)$$

这样利用多余观测量和统计方法将弹道参数和固定误差同时估算了出来，这就是 EMBET 自校准原理。

再利用(5)式经系统误差修正所得到的弹道参数估计值 $\Delta X'_i$ 换算成各外测系统对应的观测估计量 R'_i，并作为比较标准与观测量 R_i 比较，由观测残差 $\{\Delta R_i = R_i - R'_i, i = 1,2,\ldots,n\}$ 统计出不同频率的误差，从而达到外测系统自校准的目的。

2　EMBET 方法的实现要点

现在假定距离的系统误差模型具有以下形式：

$$S_{R_{ij}} = a_i + b_iR_{ij}^0 + c_i\csc E_{ij}$$

其中 a_i、b_i、c_i 是未知的，E_{ij} 是第 i 站对第 j 点的方位角，a_i 为第 i 站的零值，b_i 为频率中的相对误差系数，c_i 为与折射有关的参数。有：

$$R_{ij}^0 + e_{ij} + a_i + b_iR_{ij}^0 + c_i\csc E_{ij} =$$
$$[(X_j - X_i^c)^2 + (Y_j - Y_i^c)^2 + (Z_j - Z_i^c)^2]^{0.5}$$
$$(j = 1,2,\ldots\ldots n)$$
$$(i = 1,2,\ldots\ldots m)$$

在上面方程组中，R_{ij}^0、X_i^c、Y_i^c、Z_{c_i} 和 E_{ij}(E_{ij} 能够从 X_j、Y_j、Z_j 的近似值计算得到足够的精度)是已知的；误差系数 a_i、b_i、c_i 和弹道的坐标 X_j, Y_j, Z_j 是未知的。常规的估计中，忽略了可能存在的系统误差，一个独立的最小二乘估计用对应某一弹道点的 m 个方程(只要 m 大于3)就可完成，这样做是为最小化计算 X_j, Y_j, Z_j 的随机误差效果。在常规估计中，任一点的结果不影响任一其它点结果。可是当考虑系统误差时，不再可能从仅一个点的数据获得一个解。EMBET 方法认为系统误差确实存在并试图通过调节同时确定所有弹道点以及误差参数的估计。

对上所述问题的 EMBET 解的合理性如下：m 站和 n 个点将给出 mn 个方程，其中有：

$3m$ 未知误差系数(a_i、b_i、c_i，$i = 1,2,\ldots\ldots m$)

$3n$ 未知坐标(X_j, Y_j, Z_j, $j = 1,2,\ldots\ldots n$)

即有 $3m+3n$ 个未知数。只要 $mn >= 3m+3n$(在 $m>3$ 和 $n >= 3m/(m-3)$ 时满足)，方程的个数大于未知数的总数。例如，如果 $m = 6$，就会有 $mn = 36$ 个方程包含有 $3m+3n = 36$ 个未知数。如果方程非奇异，系统将可以解出所有未知数。在实践中这样一个解将受到观测中随机误差的充分影响，并且很可能结果是不满意的。这一难题的解决是把足够量的观测点用于最小二乘解中。

可是，这样也带出一些其它问题，因为用大量跟踪点，方程的阶数就大得可怕，例如：$m = 6$，$n = 600$，就有 $mn = 3\,600$ 个方程，其中有 $3m+3n = 1\,818$ 个未知数。这样，最小二乘校准的正则方程就是 1 818 阶。这样 EMBET 方法好象只有理论上的意义，实际应用中由于利用适度的冗余观测量使正则方程的阶变得异常大，使其在实际应用中站不住脚。实际上，详细分析得出结论：正则方程的形式使得它的求解没有实际的困难，因为对应 n 个数据点的正则方程由不重叠的 3×3 子矩阵对角化构成，这样使得把一个 $3m+3n$ 阶的大矩阵分解成 n 个 $3m$ 阶的小矩阵去计算成为可能。

总之，EMBET 方法的应用有下列特性：

1) 矩阵计算仅取决于站数 m(更精确的说，误差参数的数目)，与跟踪点数 n 无关。

2）对于 $n \geq m$（恒定不变的情况），计算的次数实质上与 $m^2 n$ 成正比，而不是与 n^3 成正比，后者只有当正则方程的系数矩阵完全是非零时才出现。这意味着，假若弹道测点数增加一倍，计算时间增加 2 倍而不是 8 倍。

3）计算时，对某一个点的处理与另一个点的处理彼此独立。这意味着计算机需要的内存仅由 m 决定，与 n 无关。

4）误差参数的协方差矩阵和弹道点作为解的副产品出现。因此，可以估计最终结果的精度．观测产生的随机误差对最后结果的影响与系统误差参数估算产生的残差对最后结果的影响是可以分开的，这样，就可确定 EMBET 解是否确定了合适的误差模型参数；如果总的偏差（残差）明显小于随机观测误差、就认为 EMBET 方法是成功的。

5）距离残差 VR_{ij} 也从解中得到，残差的特征及分布使我们能确认定所用的误差模型的合适度。

3 误差模型公式

校准工作的第一个任务就是研究影响观测量的精度的所有因素，主要的因素是测量误差、线性误差、照准差、频率偏移、成像偏移、无偏误差、累积误差和光波折射误差，在着手校准前，必须得出所有已知的较显著系统误差对跟踪系统的组合影响的解析表达式，这样的表达式叫误差模型。

前面提到测距系统的较显著的误差模型，它适用于雷达也适用于光学经纬仪。下面介绍测速和雷达系统的误差模型。

3.1 短基线干涉仪的方向余弦 L, M 的误差模型

$$\Delta_L = a_0 + a_1 L + a_2 M + a_3 N$$

$$\Delta_M = b_0 + b_1 L + b_2 M + b_3 N$$

其中 $N = (1 - L^2 - M^2)^{0.5}$；$a_0, b_0$ – 无偏系数；$a_1 = \Delta_{bL}/b_L + \Delta_f/f$；$b_2 = \Delta_{bm}/b_m + \Delta_f/f$

其中：上两式右边为基线（b_l, b_m）的单位长度误差与单位参考频率误差的综合影响。

a_2, b_1 为基线（b_l, b_m）的方位角误差（弧度）

a_3, b_3 为基线（b_l, b_m）的俯仰角误差（弧度）

另外，还可考虑 L、M 方向余弦的折射误差，可用平均折射系数 Δ_{uL}、Δ_{uM} 计算 L 和 M 方向的一阶折射误差、二阶折射误差分别表示为：

$$a_4 L\mathrm{ctg}^2(E),\ b_4 M\mathrm{ctg}^2(E),$$

其中：E 表示跟踪点的俯仰角，此角用下式计算

$$\mathrm{ctg}E = (L^2 + M^2)^{0.5}/(1 - L^2 - M^2)^{0.5}$$

二阶折射误差在 E 小于 10 度时占主导地位，当 E 大于 15 度时，折射误差就不那么显著了。

L、M 的一阶漂移分别归于 $a_5 t$，$b_3 t$ 的形式，t 表示时间；同样，在频率方向的线性漂移，例如石英频率特征，将产生 $a_6 tL$，$b_6 tM$ 的系统误差（实际上、频率漂移只有当设备在被动方式使用时才是显著的），L、M 的通过传播的时延的偏差为 $a_7 L$，$b_7 M$ 的形式，这里 $a_7 = b_7$。

3.2 雷达系统误差模型[2]

$$\Delta_A = a_1 + a_2\mathrm{tg}(E)\sin(A) + a_3\mathrm{tg}(E)\cos(A) + a_4\mathrm{tg}(E) + a_5\sec(E) + a_6 v_A\sec(E) + a_7 a_A\sec(E) + a_{24} v_A$$

$$\Delta_E = a_2\cos(A) - a_3\sin(A) + a_8\cos(E) + a_9 v_E + a_{10} v_E + a_{11} v_E + a_{12}(1 - a/h)\mathrm{ctg}(E) + a_{13}(1 - a/h)\mathrm{ctg}^3(E)\cos(A) + a_{24} v_E$$

$$\Delta_R = a_{14} + a_{15} tR + a_{17} R + a_{18} v_R + a_{19}\csc E + a_{20}\csc^3 E$$

$$\Delta_{vR} = a_{18} a_R + a_{19}(d(\csc E)/dt) + a_{20}(d(\csc^3(E))/dt) + a_{21} v_R + a_{22}(R + tv_R) + a_{23}$$

其中：a_1 – 方位零值；a_2 – 大盘在 90 度方位时大盘不水平；a_3 – 大盘在 0 度方位时大盘不水平；a_4 – 两轴不垂直度；a_5 – 光机、光电轴方位方差之和；a_6 – 方位角速度滞后；a_7 – 方位角加速度滞后；a_8 – 霍纳下垂镜弯曲；a_9 – 俯仰零值；a_{10} – 俯仰角速度滞后；a_{11} – 俯仰角加速度滞后；a_{12} – 一阶俯仰角电波折射；a_{13} – 二阶俯仰角电波折射；a_{14} – 相位偏差；a_{15} – 一阶相位飘移；a_{16} – 测距通道一阶频率飘移；a_{17} – 测距通道频率偏差；a_{18} – 时间偏差；a_{19} – 一阶测距电波折射；a_{20} – 二阶测距电波折射；a_{21} – 测速通道频率偏差；a_{22} – 测速通道一阶频率飘移；a_{23} – 测速通道一阶相位飘移；a_{24} – 时间延迟；

3.3 光学经纬仪误差模型[3]

$$\Delta_A = d_A g/3600/\cos(E) + d_A d_E g^2\mathrm{tg}(E)/3600^2/\cos(E) - A_0 + \mathrm{tg}(E + E_0)[b + I\sin(a_H - A - A_0)] + C\sec(E - E_0)$$

$$\Delta_E = d_E g/3600 - d_A d_A g^2\mathrm{tg}(E)/3600^2/2 - E_0 - I\cos(a_H - A - A_0)]$$

$$\Delta_R = -R_0 - R(1 - C_0/(2F_0 L_0))$$

其中：R、A、E – 分别表示距离、方位角、俯仰角；R_0、A_0、E_0 – 分别表示距离、方位角、俯仰角的零值；g – 脱靶量量化单位；d_A – 方位角脱靶量信息码对应的数；d_E – 俯仰角脱靶量信息码对应的数；a_H – 为垂直

轴倾斜方向的方位角；I – 垂直轴误差；C – 照准轴误差；C_0 – 真空光速，299 792 548 m/s；F_0，L_0 – 激光测距计算的时标振荡频率、分辨率；

4　N 台测位定速系统同时交汇测量精确弹道计算方法

当有多台设备同时测量（测量元素为 R、A、E），但测速信息少于 3 个时，用最小二乘法估计位置参数，微分平滑计算速度、加速度分量，反复迭代，直至参数残差小于设定值。

设单台设备各自初步计算的目标在 i 发射坐标系中的坐标为

$$(X_i, Y_i, Z_i), i = 1,2,\dots\dots,n,$$

按下列算式求目标在（垂线）测量坐标系中的位置 X，速度、加速度分量用微分平滑方法计算。

$$X = \left(\sum_{i=1}^{n} P_i^{-1}\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} P_i^{-1} Y_i$$

其中 $X = (x, y, z)^T$，

$Y_i = (x_i, y_i, z_i)^T$

$P_i = \Omega_i C_i \bar{P}_i \Omega_i^T C_i^T$

$$C_i = \begin{pmatrix} \cos A_i \cos E_i & -R_i \sin A_i \cos E_i & -R_i \cos A_i \sin E_i \\ \sin E_i & 0 & R_i \cos E_i \\ \sin A_i \cos E_i & R_i \cos A_i \cos E_i & -R_i \sin A_i \sin E_i \end{pmatrix}$$

$$\bar{P}_i = \begin{pmatrix} \sigma_{R_i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{A_i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{E_i}^2 \end{pmatrix}$$

σ_{R_i}、σ_{A_i}、σ_{E_i} 为 R_i、A_i、E_i 的测量精度，Ω_i 为转换矩阵，$i = 1,2,\cdots\cdots n$.

最终得到的弹道可作为基准弹道，由此弹道和各设备的误差模型可解算各单台设备的系统误差。

5　结束语

笔者以建立测量设备的误差模型为基础，介绍了 EMBET 方法，此方法已成功地用于卫星发射的测量设备的精度分析工作，它使弹道误差减小 15 倍至 25 倍。

参考文献：

[1] 王正明．弹道跟踪数据的校准与评估[M]．长沙：国防科技大学出版社，1999，283 – 314．

[2] 楼宇希．雷达精度分析[M]．北京：国防工业出版社，1979，20 – 83．

[3] 德米特里耶夫斯基 A A．外弹道学[M]．北京：国防工业出版社，2000，210 – 240．

A Research on the Way of EMBET in the Tracking Systems' Accuracy – analysis During Satellite Launch

GAO Bo[1]，*HUANG Xi-yue*[2]，*YU Wang-qing*[1]，*CHE Zhu-ming*[1]

(1. XiChang Satellite Launch Center, Xichang 615000, China;

2. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: In the past, the criterion for calibration has almost invariably been the stellar oriented ballistic camera, the method is a point to point comparison on the identical coordinate system. Deficiencies is follows: The request of weather is severe (cloudless night); The period is often long; the measure equipment of high precision can't be calibrated. While EMBET methods is used in calibration, it does not need criterion and it demands only that the measure elements is larger than 3, and the trajectory and many system errors of the measure elements can be simultaneously calculated with the measure data sequences. The error models of related equipments' measure elements and the EMBET of typical equipment group are given. The EMBET method is successfully used in Accuracy – analysis of Satellite Launch.

Key words: error model; best estimate; trajectory; calibration

（责任编辑　吕赛英）