文章编号:1000-582X(2002)03-0105-04

一种双相材料的应变等效非局部本构模型

杨运民,王军,彭向和

(重庆大学资源及环境科学学院,重庆 400044)

摘 要:珠光体钢由众多随机取向的珠光体团构成,每一珠光体团又包含了许多交替叠合的渗碳体 片和铁素体片。实验表明,具有较细片层间距的珠光体钢具有较好的综合力学性能,较高的耐磨性和抗 接触疲劳性能。基于考虑此类材料中由于两相变形的不协调而存在的相间的相互约束,提出了一种应变 等效非局部本构模型,在不改变材料局部参数的前提下,通过引入等效应变较好地描述了作为珠光体材 料微结构基本参数的片层间距对其宏观响应特性的影响。对具有不同平均片层间距的热轧 PD3 和离线 全长热处理 PD3 珠光体钢轨钢的非对称循环塑性进行了分析,得到了与实验相吻合的结果。

关键词:珠光体钢;弹塑性;复相材料

中图分类号:0344 文献标识码:A

大量研究结果表明,具有细小片层间距的珠光体 钢具有较高的耐磨性和接触疲劳能力,盛光敏等^[1]在 对由攀枝花钢铁公司根据不同工艺生产的 PD3 钢轨 钢的接触疲劳寿命的实验中发现,在相同的材料组分 下,采用特殊热处理工艺所获得的钢轨钢的平均接触 疲劳寿命为普通热扎态钢轨钢在相同条件下平均寿命 的7倍,而微观组织结构的观察表明两种材料珠光体 团尺寸相近差别仅在于前者的珠光体中具有较小的片 层间距。

迄今描述珠光体钢本构行为的模型,主要有 3 种; a.非线性运动强化模型^[2],该模型是纯现象学模型,与 两相组织的材料特点没有直接联系,也不能反映片层 状微结构的变形特征;b.复相材料内时模型^[3],该模型 由于能在一定程度上反映两相之间的交互作用,比^{(2]} 的工作进了一步;c.宏细观相结合的方法,该方法是近 来 Fan^[4]和 Peng 等^[5]在研究珠光体钢循环塑性时的工 作,其特点是利用珠光体团亚结构中铁素体和渗碳体 呈片层状分布的特点,在面内应变协调和面外应力协 调的合理假设下,使用混合物方法,得到珠光体团单晶 的本构关系,进而又扩展和使用了 HILL 自治方法^[4], 得到材料的宏观本构关系。并开创性地用来模拟在循 环外载作用下的材料内部各种空间取向的珠光体团内 部铁素体和渗碳体的微观应力应变演化规律,为在材 料微结构层次上研究和分析材料强度及疲劳寿命提供 了一个很有启发性的范例。但 Fan 的工作也没能很好 地考虑珠光体亚结构内铁素体和渗碳体之间的相互作 用的细节,即片层间距的影响,而这一尺寸效应对珠光 体钢的力学性能是起决定性作用的,所以其模型尚不 能解释珠光体钢随片层间距减小,接触疲劳强度大幅 提高的客观事实。原因是,铁素体和渗碳体以及珠光 体团单晶所使用的本构关系都是局部的,而在微观尺 度上描述材料本构行为时,必须考虑周围介质的影响, 即必须使用非局部的本构关系。

1 非局部本构模型

在仅考虑两相之间应力转移的情况下,由于铁素体的强度较低(一般小于 300 MPa),在解释 PD3 这类具有细片层间距的珠光体钢具有 1 200 MPa 名义拉伸强度时,必然会得出渗碳体承担很大应力(超过 7 000 MPa)的结构,而实验已表明珠光体中的渗碳体实际承担的应力不会超过 3 500 MPa^[6]。因此简单的混合物模型除了不能描述片层间距的尺寸效应以外,还不能对诸如 PD3 这类具有细片层间距的珠光体钢给出令人信服的微观应力演化,造成这种问题的原因是简单混合物模型对两相之间塑性变形的相互约束及由此强约束而引起的变形局部化(如局部剪切带的形成等)的

收稿日期:2001-12-08
 基金项目:国家自然科学基金(19872079)和教育部博士点基金资助项目
 作者简介:杨运民(1967-),男,山西阳泉人,重庆大学讲师,硕士,主要从事破坏理论研究。

推迟。笔者在以上工作的基础上,提出了图1所示的 多相材料中各组分单相所采用的本构模型(角标 m 表 示组分相编号)。在图1中,偏应变张量 e" 可以分解 为弹性部分 e,"和塑性部分 e,",在第 r 分支中,阻尼器 a'(其模量为 a')和弹簧 c'(刚度为 c')被用来描述第 r 种塑性变形机制。注意到在塑性变形过程中,部分能 量将贮存于由于微结构和材料不均匀构成的微应力场 中,在适当的条件下可能释放出来,在模型中这部分能 量对应于贮存于 c'中的能量。图中表示塑性偏应变 抗力的弹簧阻尼器支路共有 r+1路,其中前 r 路为局 部支路(Local Part),对应于材料在以单相形式存在时 均匀变形的抗力作用机理,它取决于该相的晶体结构, 与约束状态无关,而第r+1路为非局部支路(Non-Local Part),它主要用来描述由于该相材料微元与周围 材料塑性变形的不协调所引起的附加抗力,该支路的 材料参数与材料微结构的特征尺寸有关,一般来说,材 料微结构中各相之间的约束越强(如珠光体中的片层

间距越小),由于塑性变形梯度效应而储存的附加能量 越多,因此对应的 c'⁺¹越大,这一点须根据所研究的具 体微结构而给出。需要注意的是,这里的不协调是与 周围材料平均塑性应变的差值,对于软相该值为正,物 理意义对应于因周围硬相对软相位错运动的约束而造 成的附加强化;对于硬相则为负值,物理意义上对应于 因周围弱相中位错在界面形成塞积而引起的应力集中 有利于硬相中滑移面上的滑移系开动。选择平均塑性 应变作为参照,实际上是为了考虑周围材料对该相塑 性变形的一种平均约束效果。由于贮存和耗散的能量 之非负性,c' 和 a'(r = 1,2,...,n)将均是正值。限于 考虑初始各向同性、塑性不可压材料,在等温小变形 条件下:

$$s^{m(I)} = c^{m(I)} (e_p^m - p^{m(I)})$$
(1)

$$s^{n(t)} = a^{m(t)} \frac{dp^{n(t)}}{da^{m}}$$
(2)

$$\boldsymbol{e}_p^m = \boldsymbol{e}^m - \boldsymbol{e}_e^m \tag{3}$$



图 1 单相材料的本构模型

此处, e_p^m 、 e_e^m 和 e^m 分别代表塑性偏应变、弹性偏 应变和总的偏应变,s 是偏应力,z 是广义时间, $p^{m^{(1)}}$ 和 $s^{m^{(1)}}$ 是第i个偏内变量和相应的广义内摩擦力,由于 耗散的非负性其满足下列关系:

$$s^{n(i)}: \Delta P^{n(i)} \ge 0 \tag{4}$$

对于图中的本构模型,不难给出其增量形式的本构关系:

$$\Delta s_{j}^{n} = A^{n} \Delta \varepsilon_{p_{j}}^{n} + B_{j}^{n} \Delta z^{n} + E^{n} (\Delta \varepsilon_{p_{j}}^{n} - \Delta \varepsilon_{p_{j}}) + F_{j}^{n} \Delta \tilde{z}^{n}$$
(5)

其中,

$$\Delta z^{m} = \frac{\|\Delta \varepsilon_{p}^{m}\|}{f^{m}(z^{m})} \sqrt{\Delta \tilde{z}^{m}} = \frac{\|\Delta \varepsilon_{pj}^{m} - \Delta \varepsilon_{pj}\|}{f^{m}(\tilde{z}^{m})}$$
(6)

 $f^{*}(z^{*})$ 为材料局部支路的强化函数, $f^{*}(z^{*})$ 为材料非局部支路的强化函数。

$$A^{m} = \sum_{l=1}^{r} k^{m(l)} c^{m(l)}$$

$$B_{i}^{m} = -\sum_{l=1}^{r} k^{m(l)} \alpha^{m(l)} s_{ij}^{m(l)} \qquad (7 - a)$$

$$E^{m} = k^{m(r+1)} c^{m(r+1)}$$

$$F_{j}^{m} = -k^{m(r+1)} a^{m(r+1)} s_{j}^{m(r+1)} (7 - b)$$

$$\Delta s_{j}^{m(l)} = k^{m(l)} c^{m(l)} \Delta e_{m}^{m} - k^{m(l)} a^{m(l)} s_{j}^{m(l)} \Delta z_{m}^{m} (8)$$

$$\Delta s_{q}^{m(r+1)} = k^{m(r+1)} c^{m(r+1)} (\Delta e_{pq}^{m} - \Delta e^{pq}) -$$

$$k^{n(r+1)} \alpha^{n(r+1)} s^{n(r+1)}_{q} \Delta \bar{z}^{n}$$
(9)

$$k^{m(r+1)} = \frac{1 - e^{-a^{m(r+1)}\Delta \bar{x}^{m}}}{a^{m(r+1)}\Delta \bar{x}^{m}}$$
(10)

将上述模型应用于片层珠光体钢,并在小变形、初 始各向同性条件和塑性不可压假设下,鉴于珠光体中 两相之间的强约束,引人应变等效假设,即假设渗碳体 和铁素体的平均应变相同且等于材料的宏观应变(用 角标 c 表示渗碳体组分,角标 f 表示铁素体组分),并 令渗碳体的体积含量为 c,则铁素体的体积含量为(1 -c)。考虑到材料是双相片层微结构特点,此外用相邻 相的塑性应变来代替平均应变。 Δs 、 $\Delta s'$ 和 $\Delta s'$ 分别表 示宏观偏应力以及渗碳体相和铁素体相的贡献, σ_{4x} 、 σ_{4x} 和 σ_{4} 分别表示宏观体积应力以及渗碳体相和铁素 体相的贡献,由于渗碳体与铁素体在材料弹性性能上 相差很小^[6],故其弹性参数取为相同,K 为体积模量, G为剪切模量。则有:

$$\Delta s^{c} = A^{c} \Delta e_{p}^{c} + B^{c} \Delta z^{c} + E^{c} (\Delta e_{p}^{c} - \Delta e_{p}^{f}) + F^{c} \Delta \tilde{z}^{c}$$
(11)

$$\Delta s^{f} = A^{f} \Delta e_{p}^{f} + B^{f} \Delta z^{f} + E^{f} (\Delta e_{p}^{f} - \Delta e_{p}^{c}) + F^{f} \Delta \tilde{z}^{f}$$
(12)

$$\Delta e_p^c = \Delta e^c - \frac{\Delta s^c}{2G}$$
(13)

$$\Delta e_p^f = \Delta e^f - \frac{\Delta s^f}{2G} \tag{14}$$

$$\Delta s = c\Delta s^{c} + (1 - c)\Delta s^{f} \qquad (15)$$

$$\Delta e = \Delta e^c = \Delta e^f \tag{16}$$

$$\Delta \sigma_{\underline{\mu}} = \Delta \sigma_{\underline{\mu}}^{t} = \Delta \sigma_{\underline{\mu}}^{t} = 3K\Delta \varepsilon_{\underline{\mu}} = 3K\Delta \varepsilon_{\underline{\mu}}^{t} \quad (17)$$

$$\pm (11) \sim (12) \ ;$$

$$\Delta s^{c} - \Delta s^{f} = (A^{c} + E^{c} + E^{f})\Delta e_{p}^{c} - (E^{c} + A^{f} + E^{f})\Delta e_{p}^{f} + B^{c}\Delta z^{c} - B^{f}\Delta z^{f} + F^{c}\Delta \overline{z}^{c} - F^{f}\Delta \overline{z}^{f}$$
(18)

由(13) - (14) 并考虑到(16) 得:

 $\Delta s^{c} - \Delta s^{f} = 2G(\Delta e_{p}^{f} - \Delta e_{p}^{c})$ (19)

由(18)和(19)得:

 $Ade_{p}^{c} + Bde_{p}^{f} + H_{1} = 0$ (20)

(21)

式中

$$A = A^{c} + E^{c} + E^{f} + 2G$$

$$B = -E^{c} - E^{f} - A^{f} - 2G$$

$$H_{1} = B^{c}dz^{c} - B^{f}dz^{f} + F^{c}d\tilde{z}^{c} + F^{f}d\tilde{z}^{f}$$

由 c x (11) + (1 - c) x (12) 并考虑到(15) 有;

 $Cde_n^c + Dde_n^f + H_2 = 0$

式中

$$C = cA^{c} + cE^{c} - (1 - c)E^{f}D =$$

- cE^c + (1 - c)A^{f} + (1 - c)E^{f}
$$H_{2} = cB^{c}dz^{c} + (1 - c)B^{f}dz^{f} +$$

cF^cdz^c + (1 - c)F^fdz^f - ds

由(20)和(21)联立可解得:

$$\Delta e_p^c = \frac{BH_2 - DH_1}{AD - BC}$$

$$\Delta e_p^f = \frac{CH_1 - AH_2}{AD - BC} \tag{22}$$

将(22)代人(11)和(12)即可得到 ds⁶和 ds⁴进而利用 (13)、(14)和(16)即可得到应变的偏量增量,再由(17) 式即可求得其体量增量,需要注意的是在计算中要对 各个时间增量采用迭代计算。

2 计算与试验

为了验证笔者所提出的本构描述,对片层间距不 同的攀钢产热轧和离线全长热处理 PD3 钢在 MTS 拉扭 试验机上进行了应力控制非对称拉压循环试验。计算 中局部支路取两支,非局部支路取一支,各向同性强化 函数均取为1。材料参数见表1。图2为热轧PD3钢轨钢 的低周试验响应与计算结果的对比,其应力幅值为86 ± 582 MPa,图中画出了1-15、49-50和99-100周的 响应曲线:而图 3 为离线全长热处理 PD3 钢轨钢的低 周试验响应与计算结果的对比,其应力幅值为67±813 MPa,笔者提出的模型有能力对珠光体钢微结构细微 变化的影响进行合理的描述。图 4 显示了热轧 PD3 钢 应力幅值为 86 ± 582 MPa 的低周响应,图 2a 在单拉阶 段计算中渗碳体和铁素体相各自的响应,图 2b 为各自 塑性应变随应力转折点点数的演化,对图 2b 进行分析 可见在存在正的平均应力的非对称拉压循环中铁素体 相和渗碳体相在正的应力转折处其塑性应变的差值不 断减小而负的应力转折处其塑性应变的差值不断增 大,并且最后都趋于一稳定的值且负向的差值在绝对 值上要大于正向的差值,这从引人的非局部本构模型 和等应变假设不难得到解释:非局部支路的作用是在 正相加载时力图使渗碳体和铁素体相的塑性应变保持 一致而在负向进行加载时则力图使两相的塑性应变差 值保持一定值。



 $G = 810\ 000\ \text{MPa}, \text{E} = 2\ 131\ 050\ \text{MPa}$ $c_{1,2}^\circ = (1.5\ 128 \times 10^6, 6.8\ 741 \times 10^4)\text{MPa},$



图 4 热轧 PD3 钢轨钢简单拉伸时的细观响应计算

3 结论

关于珠光体钢已有的各种本构模型,由于未能计 及片层间距这一重要的材料微结构细节,因此难以回 答具有较细片层的材料何以具有较好的综合力学性 能。笔者通过引人反映材料塑性梯度效应的非局部本 构模型,在不改变材料局部参数的情况下,引入应变等 效假设很好的描述了具有不同片间距(或微结构细节 特征)的 PD3 钢轨钢的响应特性,与试验结果进行了 对比取得了比较令人满意的效果。同时,由于模型简 单,也便于工程应用。

参考文献:

- [1] 盛光敏.PD3钢轨钢接触疲劳行为研究[J].钢铁,1998,33 (4):35-39.
- BOWER A F, JOHNSON K L. The influence of strain harding on cumulative plastic deformation in rolling and sliding line contact
 [J]. Mech. Phys. Solids, 1989, 37(4):471-493.
- [3] PENG X, PONTER A R S. A constitutive law for a class of twophase with experimental verification [J]. Int. J. Solid. Structures, 1994, 31(8):1099 - 1111.
- [4] FAN J.A micro/macrosocopic analysis for cyclic plasticity of dual-phase materials [J] form ' ' applized mechanics, 1999, 66: 124 - 136.
- [5] 彭向和,曾俊,盛光敏等.细片层珠光体团的塑性响应特性[J],重庆大学学报(自然科学版),2000.23(1):32-36.
- [6] LANCFORD G. Deformation of pearlite [J]. Metallurgical transaction A, 1977, 8A:861 – 875.

A Strain-equivalent Non-local Constitutive Model for Lamellar Dual-Phase Materials

YANG YUN-min, WANG Jun, PENG Xiang-he

(College of Resources and Environmental Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Pearlitic steel is composed of numerous pearlitic colonies with randomly distributed orientations, and each colony is composed of many alternatively arranged parallel lamellas of ferrite and cementite. The pearlitic steel with fine interlamellar spacing possesses excellent mechanical properties, such as high strength, good resistance against wear, and high fatigue life, etc. Based on the inconsistency of the deformation between the two phases, a strain-equivalent and non-local constitutive model is proposed. Using this model, the effect of the interlamellar spacing of peailitic steel, a fundamental parmeter of the microstructure of pearlitic material, on its macroscopic mechanical behavior can be described without changing the local material parameters for each phase of the material. The asymmetrical cyclic plasticity of both the hot-rolled and the off-line full-length quenched pearlitic steel PD3 is analyzed. The comparison between the computational and the experimental results shows satisfactory agreement.

Key words: pearlitic steel; elastoplasticity; dual-phase material

(责任编辑 钟学恒)