

文章编号:1000-582X(2002)03-0026-04

GPS/INS 组合系统自适应滤波算法^{*}

冯文江,朱联祥,杨士中

(重庆大学 通信工程学院,重庆 400044)

摘要:研究了 GPS/INS 组合系统在高动态运动目标定位中的应用。根据组合系统建立状态方程, GPS 观测量构成观测方程。自适应滤波过程中,通过观测数据对观测噪声进行估计,再用 Sage-Husa 算法在对动态噪声进行估计的同时实现状态滤波估计。计算机仿真结果验证了这种滤波算法的有效性。

关键词:GPS/INS 组合; 自适应滤波; Kalman 滤波

中图分类号: TN914

文献标识码: A

GPS/INS 组合系统^[1] 具有自主性强、定位精度高、实时性好等优点,这对高动态目标自主定位极为有用。在组合系统中,作为现代控制理论关于状态参数估计的有效方法之一,卡尔曼滤波^[2](Kalman Filtering: KF) 技术应用非常广泛。如果组合系统数学建模准确,用常规卡尔曼滤波对系统进行状态估计可以得到最小方差无偏估计值,但是卡尔曼滤波对数学模型依赖性很强,一旦验前参数失真,系统建模不准,不仅会使滤波精度下降,更可能导致滤波发散。而组合系统涉及因素多,相互关联,特别是对系统噪声和观测噪声的统计特性难以准确掌握。因此, GPS/INS 组合系统数据处理应采用自适应滤波技术。

Sage-Husa 自适应滤波算法^[3] 可以适用于非零高斯白噪声的情况,假设动态噪声和观测噪声互不相关,这种算法在估计噪声方差时,引入衰减因子,不断调整系统模型,以修正验前信息确定的模型参数,较能适应系统实际变化情况。但是 Sage-Husa 算法无法在动态噪声和观测噪声都未知时,同时给出估计值^[4]。此外,对于高阶系统容易出现滤波发散现象,并伴随有动态噪声和观测噪声估计失去半正定性或正定性,这会对系统可观性性能产生影响。基于 Sage-Husa 自适应滤波算法存在的问题,笔者提出一种改进算法:首先通过观测数据对观测噪声进行估计,再用 Sage-Husa 算法在对动态噪声进行估计的同时实现状态滤波估计。用计算机仿真对算法的有效性进行了验证。

1 组合系统数学模型

组合系统采用东北天(ENU)地理坐标系作为导航坐标系。误差传播方程为:

1.1 INS 误差数学模型^[5]

$$\begin{aligned} \delta \dot{v}_e = & A_n \phi_u - A_n \phi_u + \left(\frac{v_n}{R_m + h} \operatorname{tg} L - \frac{v_n}{R_m + h} \right) \delta v_e + \\ & \left(\frac{v_e}{R_n + h} \operatorname{tg} L + 2\omega_x \sin L \right) \delta v_n - \\ & \left(\frac{v_e}{R_n + h} + 2\omega_x \cos L \right) \delta v_u + \\ & \left(\frac{v_e v_n}{R_n + h} \sec^2 L + 2\omega_x \cos L v_n + 2\omega_x \sin L v_u \right) \delta L + \Delta A_e \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{v}_n = & A_u \phi_e - A_e \phi_u - 2 \left(\frac{v_e}{R_n + h} \operatorname{tg} L - \omega_x \sin L \right) \delta v_e - \\ & \left(\frac{v_n}{R_m + h} \right) \delta v_x - \left(\frac{v_n}{R_m + h} \right) \delta v_u + \\ & \left(\frac{v_e}{R_n + h} \sec^2 L + 2\omega_x \cos L \right) v_e \delta L + \Delta A_n \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{v}_u = & A_e \phi_n - A_u n_e + 2 \left(\frac{v_e}{R_n + h} + \omega_x \cos L \right) \delta v_e + \\ & \left(\frac{2v_e}{R_m + h} \right) \delta v_n - 2v_e \omega_x \sin L \delta L + \Delta A_u \end{aligned} \quad (3)$$

$$\delta \dot{L} = \frac{\delta v_e}{R_m + h}$$

* 收稿日期:2001-09-19

作者简介:冯文江(1963-),男,四川西充人,教授,博士后。主要研究方向:自适应滤波,通信与测控技术,GPS 应用等。

$$\delta\dot{\lambda} = \frac{\delta v_e}{R_n + h} \sec L + \left(\frac{v_e}{R_n + h} \right) \sec L \operatorname{tg} L \delta L \quad (4)$$

$$\delta\dot{h} = \delta v_n$$

$$\dot{\phi}_c = - \frac{\delta v_n}{R_m + h} + \left(\frac{v_e}{R_n + h} \operatorname{tg} L + \omega_e \sin L \right) \phi_c -$$

$$\left(\frac{v_e}{R_n + h} + \omega_e \cos L \right) \phi_u + \varepsilon_{ca} + \varepsilon_{cn}$$

$$\dot{\phi}_n = \frac{\delta v_e}{R_n + h} - \omega_e \sin L \delta L - \left(\frac{\delta v_e}{R_n + h} \operatorname{tg} L + \omega_e \sin L \right) \phi_c -$$

$$\frac{v_n}{R_m + h} \phi_u + \varepsilon_{cm} + \varepsilon_{cn} \quad (5)$$

$$\dot{\phi}_u = \frac{\delta v_e}{R_n + h} \operatorname{tg} L + \left(\frac{v_e}{R_n + h} \sec^2 L + \omega_e \cos L \right) \delta L +$$

$$\left(\frac{v_e}{R_n + h} + \omega_e \cos L \right) \phi_c + \frac{v_e}{R_m + h} \phi_n + \varepsilon_{cu} + \varepsilon_{cn}$$

式中,有关符号的含义如下:\$(v_e, v_n, v_u)\$—目标运动速度;\$(\lambda, L, h)\$—目标的经度、纬度和高度;\$(A_e, A_n, A_u)\$—加速度计测得的比力;\$\omega_e\$—地球自转角速度;\$R_m = R_e(1 - 2f + 3f \sin^2 L)\$—子午圈曲率半径;\$R_n = R_e(1 + f \sin^2 L)\$—卯酉圈曲率半径;\$R_e\$—椭球赤道极半径;\$f\$—椭球率;\$(\varepsilon_{ca}, \varepsilon_{cm}, \varepsilon_{cu})\$—陀螺漂移偏置分量;\$(\varepsilon_{cn}, \varepsilon_{cn}, \varepsilon_{cn})\$—陀螺漂移随机分量;\$(\Delta A_e, \Delta A_n, \Delta A_u)\$—加速度计零位偏置。

加速度随机漂移和陀螺漂移随机分量等效为一阶马尔可夫过程:

$$\Delta \dot{A}_m(t) = - \frac{1}{T_a} \Delta A_m(t) + v_m m = e, n, u \quad (6)$$

$$\dot{\varepsilon}_m(t) = - \frac{1}{T_g} \varepsilon_m(t) + q_m m = e, n, u \quad (7)$$

其中, \$E[\Delta A_m^2(t)] = \sigma_m^2, E[\varepsilon_m^2(t)] = \sigma_m^2, T_a\$ 和 \$T_g\$ 为相关时间。

1.2 GPS 测量数学模型

待测目标概略坐标 \$(x_0, y_0, z_0)\$ 和速度 \$(v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})\$ 由 INS 给出, 根据 GPS 伪距观测量得到伪距观测量误差方程和伪距变化率误差方程^[1]

$$\Delta \rho_i = -l_i \delta x - m_i \delta y - n_i \delta z + b + v_i \quad (8)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

$$\Delta \dot{\rho}_i = -l_i \delta v_x - m_i \delta v_y - n_i \delta v_z + \dot{b} + w_i \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

式中, \$\Delta \rho_i = \rho_i - r_i + c \delta t_{\text{rec}} - \delta \rho_{\text{ion}} - \delta \rho_{\text{trop}}, (l_i, m_i, n_i)\$, 是目标到 GPS 卫星 \$i\$ 距离矢量的方向余弦, \$v_i\$ 为测量噪声。\$\Delta \dot{\rho}_i = \dot{\rho}_i + l_i(v_{x0} - v_{x_{\text{rec}}}) + m_i(v_{y0} - v_{y_{\text{rec}}}) + n_i(v_{z0} - v_{z_{\text{rec}}}) + c \delta \dot{t}_{\text{rec}} - \delta \dot{\rho}_{\text{ion}} - \delta \dot{\rho}_{\text{trop}}, (v_{x_{\text{rec}}}, v_{y_{\text{rec}}}, v_{z_{\text{rec}}})\$ 是 GPS 卫星运动速度, \$\dot{\rho}_i = \lambda [N/\Delta t - (f_s - f_r)]\$ 是测量多普勒

频移得到的伪距变化率观测量, \$f_s\$ 是接收机本振频率, \$f_r\$ 是 GPS 卫星信号频率, \$N\$ 是在短时间 \$\Delta t\$ 内测得的差频 \$(f_s - f_r)\$ 计数, \$f_r\$ 是接收到的卫星信号频率, \$\lambda\$ 是信号波长。

GPS 系统主要考虑接收机钟差误差 \$b\$ 和钟差变化率误差 \$\dot{b}\$, 由此建立误差模型

$$\begin{bmatrix} \dot{b} \\ \ddot{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \dot{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_w \\ w_{ww} \end{bmatrix} \quad (10)$$

根据(1)~(5)、(10)式得到 GPS/INS 组合系统状态方程:

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)W(t) \quad (11)$$

式中 \$X = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ E_c \ E_r \ E_a \ b \ \dot{b}]^T\$ 为状态向量; \$X_1 = [\phi_c \ \phi_n \ \phi_u]^T\$,

$$X_2 = [\delta v_e \ \delta v_n \ \delta v_u]^T, X_3 = [\delta L \ \delta \lambda \ \delta h]^T,$$

$$E_c = [\varepsilon_{ca} \ \varepsilon_{cn} \ \varepsilon_{cu}]^T; E_r = [\varepsilon_{rn} \ \varepsilon_{rn} \ \varepsilon_{rn}]^T; E_a =$$

$$[\Delta A_e \ \Delta A_n \ \Delta A_u]^T, F(t) \text{ 为状态转移矩阵; } W =$$

$$[q_e \ q_n \ q_u \ v_e \ v_n \ v_u \ w_w \ w_{ww}]^T \text{ 为系统噪声。}$$

将(8)、(9)式合并成矩阵形式得到观测方程:

$$Z_p(t) = H_p(t)X(t) + V_p(t) \quad (12)$$

$$\text{式中: } Z_p = [Z_p \ Z_p]^T;$$

$$Z_p = [\Delta \rho_1 \ \Delta \rho_2 \ \dots \ \Delta \rho_n]^T,$$

$$Z_p = [\Delta \dot{\rho}_1 \ \Delta \dot{\rho}_2 \ \dots \ \Delta \dot{\rho}_n]^T, n \text{ 为观测 GPS 卫星数; } V_p = [V_p \ V_p]^T; V_p = [v_1 \ \dots \ v_n]^T; V_p =$$

$$[w_1 \ \dots \ w_n]^T \text{ 为观测噪声。} H_p \text{ 为观测矩阵。}$$

数据滤波估计的计算时间正比于状态维数的 3 次方。运动目标定位实时性要求很高, 对动态噪声和观测噪声进行自适应估计以降低状态维数是提高实时性的一种有效途径。模型降阶后, 复杂程度下降还能保证系统的鲁棒性。取 3 个方向的姿态误差角、速度误差、位置误差和接收机钟差、频差为状态变量。设 \$X_d = [\phi_c \ \phi_n \ \phi_u \ \delta v_e \ \delta v_n \ \delta v_u \ \delta L \ \delta \lambda \ \delta h \ b \ \dot{b}]^T\$, 则降阶模型:

$$\dot{X}_d(t) = F_d(t)X_d(t) + G_d(t)W_d(t)$$

$$Z_d(t) = H_d(t)X_d(t) + V_d(t) \quad (13)$$

其中, \$W_d(t) = [\varepsilon_c \ \varepsilon_n \ \varepsilon_u \ \Delta A_e \ \Delta A_n \ \Delta A_u \ w_w \ w_{ww}]^T, V_d(t) = V(t)\$。(13)式离散化得:

$$X_d(k+1) = \Phi_d(k+1, k)X_d(k) +$$

$$\Gamma_d(k+1, k)W_d(k)$$

$$Z_d(k+1) = H_d(k+1)X_d(k+1) +$$

$$V_d(k+1) \quad (14)$$

其中, \$\Phi_d(k+1, k) = \sum_{n=0}^k [F_d(t_k) T]^n, \Gamma_d(k+1, k) =

$\sum_{k=1}^n [F_d(t_k)T]^{k-1}/n \} G_d(t_k)T$; 随机变量满足:

$$\begin{aligned} E[W_d(k)W_d^T(j)] &= \\ Q(k)\delta(k,j), E[V_d(k)V_d^T(j)] &= \\ R(k)\delta(k,j) \forall k, j \geq 0 \\ E[W_d(k)] &= q(k), E[V_d(k)] = 0, \\ EX_d(0) &= \bar{X}(0), \text{var}X_d(0) = P(0) \\ E[W_d(k)V_d^T(j)] &= 0, E[X_d(0)W_d^T(k)] = 0, \\ E[X_d(0)V_d^T(k)] &= 0 \quad \forall k \geq 0 \end{aligned}$$

2 自适应滤波算法

由于 Sage - Husa 算法无法在动态噪声和观测噪声都未知时,同时给出估计值.同时对于高阶系统容易出现滤波发散现象,这会对系统可观性能产生影响.自适应滤波算法首先通过观测数据对观测噪声进行估计^[6],然后再用 Sage - Husa 算法在对动态噪声进行估计的同时实现状态滤波估计.

2.1 增益矩阵 $K(k+1)$

滤波增益矩阵 $K(k+1)$ 取决于噪声的统计性质,对 $R(k)$ 的估计可以归结为对 $K(k+1)$ 的估计.实际系统中,观测噪声是零均值高斯白噪声,降阶处理后的状态噪声可能均值不为零. $Q(k), R(k)$ 未知,增益矩阵的获得应从观测数据入手.根据 Kalman 滤波方程

$$\hat{X}(k) = f(\hat{K}(k)) = \Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1) + \hat{K}(k)[Y(k) - H(k)\Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1)] \quad (15)$$

其中, $\hat{K}(k)$ 为 $K(k)$ 的估值.由此导出以下列代价函数为对象的优化问题:

$$\begin{aligned} \text{tr} \|\hat{X}(k) - X(k - m_x)\|^2 = \\ \min_{\hat{K}} \|f(\hat{K}(k)) - X(k - m_x)\|^2 \quad (16) \end{aligned}$$

其中 m_x 为状态矢量的维数.令

$$M = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \\ \vdots \\ H^{m_x-1}\Phi \end{bmatrix}, Y_{k-1}^{k-m_x} = \begin{bmatrix} Y(k - m_x) \\ Y(k - m_x + 1) \\ \vdots \\ Y(k - 1) \end{bmatrix}$$

引理:满足优化判据(16)式的增益矩阵 $\hat{K}(k)$ 由下式唯一确定:

$$\begin{aligned} \hat{K}(k)[Y(k) - H\Phi\hat{X}(k-1)] \\ [Y(k) - H\Phi\hat{X}(k-1)]^T = \\ \{[M^T M]^{-1} M^T Y_{k-1}^{k-m_x} - \Phi\hat{X}(k-1) - \\ (\Phi^{m_x} - I_{m_x})\Phi^{k-m_x} \cdot \bar{X}(0)\} \cdot \\ [Y(k) - H\Phi\hat{X}(k-1)]^T \quad (17) \end{aligned}$$

定理:假定线性时不变系统(14)式是完全可观的,那么在满足优化判据(16)式条件下,滤波增益矩阵最优估值为

$$\begin{aligned} \hat{K}(k) = \{[M^T M]^{-1} M^T Y_{k-1}^{k-m_x} - \Phi\hat{X}(k-1) - \\ (\Phi^{m_x} - I_{m_x})\Phi^{k-m_x}\bar{X}(0)\} \cdot [Y(k) - \\ H\Phi\hat{X}(k-1)]^T \cdot M_k^{-1} \quad (18) \end{aligned}$$

$$M_1 = [Y(1) - H\Phi\hat{X}(0)][Y(1) - H\Phi\hat{X}(0)]^T$$

$$\begin{aligned} M_k = \frac{1}{k-1} [Y(k) - H\Phi\hat{X}(k-1) - \\ \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (Y(i) - H\Phi\hat{X}(i-1))] \times [Y(k) - \\ H\Phi\hat{X}(k-1) - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (Y(i) - \\ H\Phi\hat{X}(i-1))]^T + \frac{k-2}{k-1} M_{k-1} \end{aligned}$$

2.2 动态噪声 $Q(k)$ 和自适应滤波算法

将(18)式对观测噪声估计得到的滤波增益矩阵估计值代入 Sage-Husa 自适应滤波算法中,获得改进的自适应滤波算法.

3 仿真结果

设 GPS 以 1 Hz 的速率给出伪距、伪距变化率观测数据,组合系统给出连续的定位信息.仿真参数选择为:测距误差 $\sigma_p = 100$ m,测速误差 $\sigma_v = 20$ m/s,陀螺漂移参数为:常值漂移 $\epsilon_r = 0.2(^{\circ})/\text{hr}$;相关噪声 $\sigma_r = 0.2(^{\circ})/\text{hr}$;加速度计零位误差 $\sigma_a = 10^{-4}$ g.图 1 - 4 为采用自适应滤波(AKF)算法和常规 Kalman 滤波(KF)算法计算的定位误差曲线.

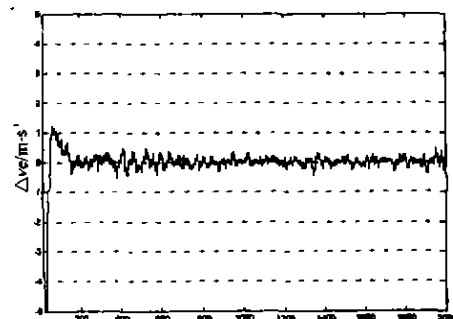


图1 AKF算法东向速度误差曲线

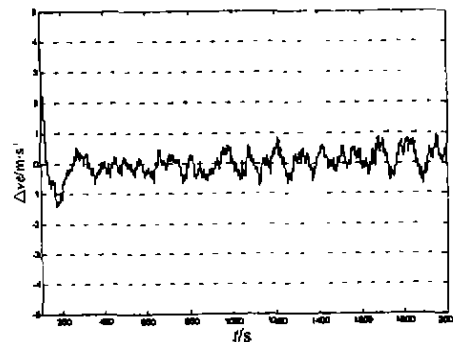


图2 KF算法东向速度误差曲线

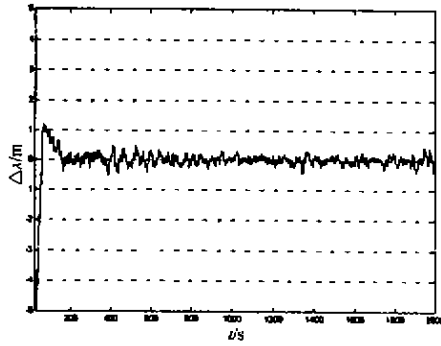


图 3 AKF 算法位置经度误差曲线

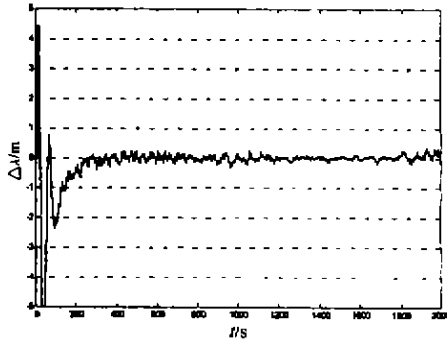


图 4 KF 算法位置经度误差曲线

仿真结果表明:AKF 算法较 KF 算法收敛速度更快、平稳,误差值略微偏大。主要原因在于状态激励是通过速度误差参数间接传递的,模型的降阶处理必然会产生影响。可见,随机系统的 Kalman 滤波必须建立在合理、可靠、正确、完善的数学模型基础上,但实际问题又涉及到实时性、稳定性、可靠性等要求,如何在二

者之间比较选择,仍是需要继续进行的研究工作。

5 结论

用 GPS/INS 组合方式对高动态目标定位能满足测量自主性、连续性、可靠性和高精度要求。自适应滤波算法首先通过观测数据对观测噪声进行估计,然后再用 Sage - Husa 算法在对动态噪声进行估计的同时实现状态滤波估计,收敛速度更快,平稳性更好,但误差值略大。寻求更合理的数学模型和滤波算法仍是需要继续进行的研究工作。

参考文献:

- [1] HE XIUFENG, CHEN YONGQI, IZ H B. A Reduced - Order Model for Integrated GPS/INS[J]. IEEE AES System Magazine, 1998, (3):40 - 45.
- [2] Roy S, HASHEMI R H, LAUB A J. Square Root Parallel Kalman Filtering Using Reduced - Order Local Filters[J]. IEEE Trans. On AES, 1990, 27(2):276 - 287.
- [3] BROWN R G. Introduction to Random Signal analysis and Kalman Filtering[M]. New York: John Wiley & Sons, 1983.
- [4] 张常云. 自适应滤波方法研究[J]. 航空学报, 1998, 19(7a):40 - 44.
- [5] 袁信, 俞济祥, 陈哲. 导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社. 1993.
- [6] CHEN GUANRONG, CHARLES K. Chui. A Modified Kalman Filter for Real-time Application[J]. IEEE Trans. On AES, 1991, 27(1):149 - 153.

Adaptive Filtering Algorithm to GPS/INS Integrated System

FENG Wen-jiang, ZHU Lian-xiang, YANG Shi-zhong

(College of Communication Engineering Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: GPS/INS integrated systems are applied in the self-positioning of the high dynamic targets. This paper forms state equations and observation equations by the integrated system and GPS observation respectively. An adaptive filtering algorithm is introduced which estimates observation noise covariance with observation data, and estimates dynamic noise covariance by use of Sage - Husa filtering algorithm which has faster convergent speed and better stability than the conventional Kalman filtering algorithm. At last, simulations are given to verify the effectiveness of the algorithm.

Key words: GPS/INS Integrated; adaptive filtering; kalamn filtering.

(责任编辑 吕赛英)