

文章编号:1000-582X(2002)06-0023-04

建立圆柱凸轮廓面方程及压力角公式的新方法

钮志红,何玉林

(重庆大学机械工程学院,重庆 400044)

摘要:针对移动从动件圆柱凸轮机构目前在设计和运用中存在的问题,提出正确的廓面设计和廓面压力角观念,并以此为基础,采用“反转运动”分析法和等距曲面原理直接推导和建立了该凸轮理论廓面、实际廓面、啮合曲面方程和廓面压力角公式。这种方法明晰、直观,避免了较抽象的啮合原理分析过程,所建立的数学模型为该凸轮机构的正确设计、制造、检验提供了理论依据,为进一步进行该机构啮合特性分析创造了条件。

关键词:圆柱凸轮;理论廓面;实际廓面;啮合曲面;压力角

中图分类号:TH132.47

文献标识码:A

移动从动件圆柱凸轮机构是机械工程领域中运用最广泛,最成熟的机构之一,但遗憾的是在其设计中均套用平面凸轮轮机构的设计公式,即用廓线设计代替廓面设计,用平面啮合中的压力角公式代替廓面压力角公式。应该指出的是:圆柱凸轮为空间凸轮,其理论廓面、实际廓面、啮合曲面均为空间曲面。从动件上滚子和凸轮实际廓面的啮合运动为一对共轭曲面运动,其接触非点接触,而是线接触,且一般情况下为一条空间接触曲线,圆柱凸轮的压力角公式应反映出每瞬时沿空间接触曲线上每一接触点的压力角关系。因此,套用平面凸轮机构的有关设计公式,进行空间凸轮机构设计显然具有较大的近似性,对该机构在高速和高精度场合中的运用极为不利。笔者从这种凸轮机构空间运动本质出发,推导和建立了该凸轮的理论廓面、实际廓面、啮合曲面方程及压力角公式,这套数学模型的建立为该凸轮机构的正确设计、制造、检验提供了理论依据,为进一步进行廓面曲率分析和计算机虚拟设计创造了条件。此外,本文的推导过程直观、明晰,避免了较抽象的啮合原理分析过程,这对其它类型空间凸轮机构的分析与综合有较大参考价值^[1-6]。

1 移动从动件圆柱凸轮理论廓面的形成

为求出凸轮实际廓面方程,先就该凸轮理论廓面的形成进行研究,当采用“反转运动”分析法时,凸轮

固定不动,而滚子移动从动件一方面相对于凸轮轴线作反转转动,同时相对于自身运动导路作给定运动规律的移动,在这一运动过程中滚子轴线所占据的一系列空间位置的集合或所扫掠过的轨迹,即形成该凸轮的理论廓面,该理论廓面为不可展的直纹曲面,完全类似于工程上常见的正螺旋面(圆柱螺旋面)。如给定圆柱凸轮的最小柱面半径 R_{\min} ,称之为该凸轮的理论廓面导面半径,又知道从动件也即滚子轴线相对于圆柱凸轮轴线的移动规律 $S(\theta)$,就可求出凸轮理论廓面。很显然,构成理论廓面的这种直纹曲面与工程中常见的正螺旋面一样均为不可展曲面,这就是移动从动件圆柱凸轮理论廓面的几何模型。

2 移动从动件圆柱凸轮理论廓面方程

设对圆柱凸轮建立如图1所示的坐标系,以凸轮回转轴线为 z 轴,从动件处于最低位置时,其上滚子轴线与凸轮轴线的交为原点,图示中 x 轴与滚子轴线最低位置重合, y 轴分别垂直于 z 和 x 轴。该坐标系为固定空间坐标系,图中凸轮理论廓面为“反转运动”过程中滚子轴线所占据的一系列位置所形成。若已知凸轮柱面的最小半径,即:理论廓面的导面半径 R_{\min} ;从动件运动规律,即:滚子轴线运动规律 $S(\theta)$, θ 为凸轮转角。理论廓面的变量参数设为滚子宽度和凸轮转角 θ ,在“反转运动”中,凸轮理论廓面的矢量方程可表示

• 收稿日期:2002-02-15

作者简介:钮志红(1958-),男,重庆市人,重庆大学副教授,重庆大学博士生。主要从事工程图形学、机构分析与综合、CIMS方面的研究。

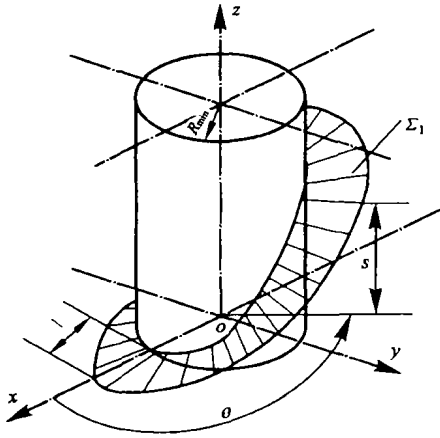


图1 建立圆柱凸轮理论廓面方程

为:

$$\Sigma_1 : R_1 = R_1(l, \theta) \tag{1}$$

其参数坐标方程为:

$$\Sigma_1 : \begin{cases} x = (R_{\min} + l) \cdot \cos\theta \\ y = (R_{\min} + l) \cdot \sin\theta \\ z = S(\theta) \end{cases} \tag{2}$$

Σ_1 为理论廓面, l 的变化区间为: $[0, B]$, θ 的变化区间为: $[0, 2\pi]$, B 为不同类型滚动轴承的宽度(从动件滚子一般用滚动轴承充当), 显然当 l, θ 分别在其区间内变化时, 就构成 Σ_1 的坐标网格曲面。

3 圆柱凸轮实际廓面方程

圆柱凸轮实际廓面分两种情况考虑。一种情况是滚子为圆柱状, 另一种情况是滚子为圆锥状。在第一种情况下, 滚子沿其轴线的一系列正截面上均为大小相同的一系列圆, 故滚子在和凸轮实际廓面啮合时, 其接触线上每一点的公法线均应通过这一系列圆的圆心, 这说明在接触线上每一接触到滚子轴线的距离均相等, 即等于圆柱滚子外圆半径 r 。当滚子在“反转运动”中占据一系列空间位置时, 也就有与此相对应的一系列接触线, 在凸轮体上集合而成圆柱凸轮的实际廓面。从以上分析可见理论廓面和实际廓面沿其公法线存在一种定距离的映射关系, 实际廓面是理论廓面的等距曲面。在第二种情况下, 滚子沿其轴线的一系列正截面上呈现出一系列规律变化的圆, 其圆半径的变化规律为: $r' = r + l \cdot \text{tg}\beta$, 式中 r 为圆锥滚子轴承小端外圆半径, β 为半圆锥角, 均为已知参数。同样, 在圆锥滚子和凸轮实际廓面啮合时, 其接触线上每一接触点的公法线均应通过这一系列规律变化圆的圆心, 故当滚子在“反转运动”中占据一系空间位置时, 与此相对应的接

触线在凸轮体上的集合就构成了圆柱凸轮的实际廓面, 虽然在这种情况下, 实际廓面与理论廓面不存在等距关系, 但其分析方法却类似于等距曲面分析方法, 且接触点、接触线也可类似等距曲面一样在理论廓面法线上确定, 故把这种凸轮实际廓面称为类等距曲面。

根据以上分析和文献[1], 理论廓面 Σ_1 的等距曲面 Σ_2 的矢量方程可写出如下:

$$\Sigma_2 : R_2(l, \theta) = R_1(l, \theta) \pm r \cdot \bar{N}_1(l, \theta) \tag{3}$$

式中 $\bar{N}_1(l, \theta)$ 为理论廓面 Σ_1 的单位法矢量, r 为圆柱状滚子外圆柱面半径, 若为圆锥状滚子则用 $r' = r + l \cdot \text{tg}\beta$ 代替 r 。

$\bar{N}_1(l, \theta)$ 的计算公式为:

$$\bar{N}_1(l, \theta) = \frac{R_{1l}(l, \theta) \times R_{1\theta}(l, \theta)}{|R_{1l}(l, \theta) \times R_{1\theta}(l, \theta)|} \tag{4}$$

式中 $R_{1l}(l, \theta)$ 表示: $\frac{\partial R_1(l, \theta)}{\partial l}$, $R_{1\theta}(l, \theta)$ 表示: $\frac{\partial R_1(l, \theta)}{\partial \theta}$ 。由式(3)、式(4)为矢量方程, 为便于实际廓面数据计算, 建立其坐标方程。 $\bar{N}_1(l, \theta)$ 的分量坐标表达式为:

$$\bar{N}_1 = \frac{\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_l & y_l & z_l \\ x_\theta & y_\theta & z_\theta \end{vmatrix}}{\sqrt{(y_l z_\theta - z_l y_\theta)^2 + (z_l x_\theta - x_l z_\theta)^2 + (x_l y_\theta - y_l x_\theta)^2}} \tag{4a}$$

式中 $x_l, x_\theta, y_l, y_\theta, z_l, z_\theta$ 分别表示理论廓面 Σ_1 的坐标 $x(l, \theta), y(l, \theta), z(l, \theta)$ 对 l 和 θ 的偏导数, 即:

$$\begin{aligned} x_l &= \frac{\partial x(l, \theta)}{\partial l} = \cos\theta \\ y_l &= \frac{\partial y(l, \theta)}{\partial l} = \sin\theta \\ x_\theta &= \frac{\partial x(l, \theta)}{\partial \theta} = -(R_{\min} + l) \sin\theta \\ y_\theta &= \frac{\partial y(l, \theta)}{\partial \theta} = (R_{\min} + l) \cos\theta \\ z_l &= \frac{\partial z(l, \theta)}{\partial l} = 0; x_\theta = \frac{\partial z(l, \theta)}{\partial l} = S'(\theta) \end{aligned}$$

$S'(\theta)$ 称为类速度, 即运动规律 $S(\theta)$ 对 θ 的导数。将 $x_l, x_\theta, y_l, y_\theta, z_l, z_\theta$ 表达式代入式(4a)中并化简得:

$$\bar{N}_1 = \frac{S'(\theta) \sin\theta i - S'(\theta) \cos\theta j + (R_{\min} + l) k}{\sqrt{[S'(\theta)]^2 + (R_{\min} + l)^2}} \tag{4b}$$

将 $R_1(l, \theta) = (R_{\min} + l) \cdot \cos\theta i + (R_{\min} + l) \cdot \sin\theta j + S(\theta) k$ 及式(4b)代入式(3)中得:

$$R_2(l, \theta) =$$

$$\begin{aligned} & \left[(R_{\min} + l)\cos\theta \pm \frac{rS'(\theta)\sin\theta}{\sqrt{[S'(\theta)]^2 + (R_{\min} + l)^2}} \right] i + \\ & \left[(R_{\min} + l)\sin\theta \mp \frac{rS'(\theta)\cos\theta}{\sqrt{[S'(\theta)]^2 + (R_{\min} + l)^2}} \right] j + \\ & \left[S(\theta) \pm \frac{r(R_{\min} + l)}{\sqrt{[S'(\theta)]^2 + (R_{\min} + l)^2}} \right] k \quad (3a) \end{aligned}$$

故凸轮理论廓面 Σ_1 的等距曲面,即:凸轮实际廓面 Σ_2 的参数坐标方程可写为:

$$\Sigma_2 : \begin{cases} x = (R_{\min} + l)\cos\theta \pm \frac{rS'(\theta) \cdot \sin\theta}{\sqrt{[S'(\theta)]^2 + (R_{\min} + l)^2}} \\ y = (R_{\min} + l)\sin\theta \mp \frac{rS'(\theta) \cdot \cos\theta}{\sqrt{[S'(\theta)]^2 + (R_{\min} + l)^2}} \\ z = S(\theta) \pm \frac{r(R_{\min} + l)}{\sqrt{[S'(\theta)]^2 + (R_{\min} + l)^2}} \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可知,凸轮实际廓面 Σ_2 为对称于理论廓面 Σ_1 分布的两张曲面,显然只要式(5)中的 θ 和 l 在各自定义区间变动时,就可求出实际廓面上的一系列数据点坐标,从而构造出凸轮实际廓面 Σ_2 。应该指出的是:以上推导均按从动件滚子为圆柱状而得,若从动件滚子为圆锥状,则只要将 $r' = r + l \tan\beta$ 代换式(5)中的 r 即可求出在这种情况下凸轮实际廓面 Σ_2 方程,在这种情况下凸轮理论廓面方程仍为式(2),只是其实际廓面不同于从动件滚子为圆柱状情况下的实际廓面。因此,式(5)可称为正交情况下(即滚子轴线与圆柱凸轮轴成垂直相交)移动从动件圆柱凸轮实际廓面的通用方程。

4 移动从动件圆柱凸轮机构啮合曲面方程

由式(5)可知^[3],当 l, θ 两未知参数中 θ 为一定时,令 l 在其定义区间内变动,则式(5)表示了一条空间曲线,该线为从动件滚子曲面在“反转运动”中和圆柱凸轮实际廓面的瞬时接触线,显然所有实际瞬时接触线在空间的集合就构成该凸轮机构的啮合曲面。设啮合曲面的参数方程为:

$$\Sigma_3 : \begin{cases} x' = x'(l, \theta) \\ y' = y'(l, \theta) \\ z' = z'(l, \theta) \end{cases}$$

根据以上分析,凸轮实际廓面与啮合曲面存在如下关系:

$$[x, y, z]_{\Sigma_2}^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [x', y', z']_{\Sigma_3}^T$$

式中 $[x, y, z]_{\Sigma_2}^T$ 为凸轮实际廓面坐标转置矩阵, $[x', y', z']_{\Sigma_3}^T$ 为该凸轮机构啮合曲面的坐标转置矩阵,方阵为实际瞬时啮合线绕 z 轴的坐标旋转变换矩阵,经变换矩阵得:

$$\Sigma_3 : [x', y', z']_{\Sigma_3}^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [x, y, z]_{\Sigma_2}^T \quad (6)$$

式(6)即为该凸轮机构的啮合曲面方程。

5 移动从动件圆柱凸轮机构的压力角公式

由于滚子曲面和凸轮实际廓面在啮合运动中为一对共轭曲面运动,其瞬时啮合线一般为空间曲线,显然套用平面啮合理论中啮合点的压力角公式作为空间凸轮机构的压力角公式是极不恰当的,我们认为空间凸轮机构的压力角公式应反映出两共轭曲面在啮合时,其瞬时啮合线上每一接触点处的公法线方向与从动件滚子轴线上对应点速度方向之间的夹角关系,因为空间凸轮机构的压力角在瞬时啮合线的每一接触点处一般并不相同。图 2 所示为圆柱滚子曲面与凸轮实际廓面啮合时,某瞬时接触线上 M, P 两接触点处压力角 α_m, α_p 情况, N_m, N_p 为凸轮实际廓面与滚子曲面啮合时其接触线上 M, P 两接触点的公法线方向, V 为滚子轴线的移动速度方向,由图可见 $\alpha_m \neq \alpha_p$ 。

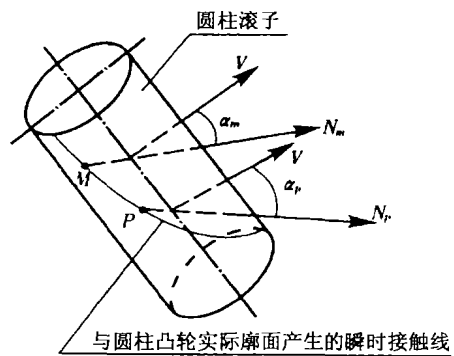


图 2 圆柱凸轮机构压力角分析

根据等距曲面原理知,在“反转运动”过程中凸轮实际廓面与滚子曲面在每一接触点处的公法线方向也就是理论廓面的法线方向,因此该凸轮机构压力角可抽象成求理论廓面法线矢量与滚子轴线上每一点速度矢量夹角问题。设滚子轴线的速度矢量: $V = V(l, \theta)$,

写成分量表达式为:

$$V(l, \theta) = v_x(l, \theta)i + v_y(l, \theta)j + v_z(l, \theta)k \quad (7)$$

式中 $v_x(l, \theta)$ 、 $v_y(l, \theta)$ 、 $v_z(l, \theta)$ 分别为 V 的 x 、 y 、 z 分量, 或称为 V 在坐标轴上的投影。显然在本文讨论中, 滚子轴线只是沿 z 轴上下移动, 故 $v_x(l, \theta)$ 、 $v_y(l, \theta)$ 均为零, 而 $v_z(l, \theta) = \omega S'(\theta)$, ω 为凸轮转动的等角速度, 故(7)式变为:

$$V(l, \theta) = \omega S'(\theta)k \quad (7a)$$

而理论廓面法线公式为:

$$\bar{N}_1(l, \theta) = S'(\theta)\sin\theta i - S'(\theta)\cos\theta j + (R_{\min} + l)k \quad (8)$$

再由两矢量求夹角公式可得:

$$\cos\alpha = \frac{V(l, \theta) \cdot \bar{N}_1(l, \theta)}{|V(l, \theta)| \cdot |\bar{N}_1(l, \theta)|},$$

$$\text{或: } \sin\alpha = \frac{|V(l, \theta) \times \bar{N}_1(l, \theta)|}{|V(l, \theta)| \cdot |\bar{N}_1(l, \theta)|},$$

$$\text{也即: } \operatorname{tg}\alpha = \frac{|V(l, \theta) \times \bar{N}_1(l, \theta)|}{V(l, \theta) \cdot \bar{N}_1(l, \theta)}$$

将(7a)和(8)代入上式计算并化简得:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{S'(\theta)}{R_{\min} + l} \quad (9)$$

式(9)即为移动从动件圆柱凸轮机构的压力角公式, 其中 l 和 θ 为两参变量, 当 l 、 θ 分别变化时就可求出凸轮实际廓面与滚子曲面在啮合时所有接触点的压力角值, 由于计算工作量大(在整个凸轮实际廓面上进行), 故在校核压力角时宜编程由计算机进行。

New Method of Founding Profile Equations and Pressure Angle Formula to the Cylindrical Cam Mechanism with Slide Roller-Follower

NIU Zhi-hong, HE Yu-lin

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: According to existent problems on design and application of the cylindrical cam mechanism with the slide roller-follower, the one correct concept about profile design and pressure angle is presented. Based on this concept, the theoretical profile, practical profile, meshing surface equations and pressure angle formula of the cam mechanism are built up by using *opp. rotation* analysis and offset surface principle. This method is very simple and clear, and avoids the abstract analysing process in meshing principle. The mathematic models built by this paper can be used to design, manufacture and check this type of cam mechanism correctly, and also create conditions to make deeply meshing property analysis of this mechanism.

Key words: cylindrical cam; theoretical and practical profile; meshing surface; pressure angle

6 结论

本文所建立的移动从动件圆柱凸轮机构设计数学模型, 推导过程清晰、简练, 且抓住了该类凸轮机构的运动本质, 所推导的方程、公式具有普遍意义和较强的可操作性, 无疑对该类凸轮机构的正确设计和运用有较大作用。对其它类型空间凸轮机构的分析与综合有很好的借鉴和参考价值。文中尤其对理论廓面、实际廓面、啮合曲面及压力角的实质作了较深入分析研究, 使得较繁难的空间凸轮机构设计问题大为简化, 其方法有较大理论和实际意义。

参考文献:

- [1] 彭国勋, 肖正杨. 自动机械的凸轮机构设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1992.
- [2] TSAY DM, LIN BJ. Profile determination of planar and spatial cams with cylindrical roller-follower[J]. Proceeding Institute of Mechanical Engineering, Part C: Journal of Mechanical Engineering Sciences, 1996, 210: 565 - 574.
- [3] 华积宣. 等距曲线和等距曲面[J]. 新浪潮, 1993, 15(1): 1 - 5.
- [4] 何有钧, 邹慧君. 圆柱滚子从动件凸轮廓面的等距曲面自动综合[J]. 机械设计, 2000, 20(5): 32 - 34.
- [5] 孙家广, 杨长贵. 计算机图形学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- [6] 郭为忠, 王石刚. 基于反求技术的摆动从动件空间凸轮CAD[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1999, 11(2): 159 - 162.

(责任编辑 张小强)