

文章编号:1000-582X(2002)07-0144-04

应用多分辨率小波变换提取脑电信号异常节律

季忠, 曹怡, 秦树人

(重庆大学测试中心, 重庆 400044)

摘要:脑电信号是非平稳的随机信号, 其中包含了大量的生理和疾病信息, 对于医生判断脑部是否有器质性的病变具有重要作用。因此对脑电信号的分析和处理一直是人们努力研究的领域。考虑到小波变换良好的时频局部化特性, 利用多分辨率小波变换方法来实现脑电信号异常节律的提取。脑电信号经多分辨率小波变换后所得到的各个尺度的信号不仅反映了信号的频率信息, 即尺度越大, 对应信号的频率越低; 同时也反映了信号的时间信息, 即反映此时的 EEG 状态。实验结果表明, 选择合适的小波基, 可以有效地提取脑电信号中的异常节律。

关键词:脑电信号; 异常节律; 多分辨率小波变换; 小波基

中图分类号: O174.2

文献标识码: A

脑电图(EEG)是脑神经细胞电生理活动在大脑皮质或头皮表面的总体反映。脑电信号中包含了大量的生理与疾病信息, 它能提供脑部有无器质性病变的证据。在临床医学方面, 脑电信号处理不仅可为某些脑疾病提供诊断依据, 而且还为某些脑疾病提供了有效的治疗手段。但由于脑电信号是不具备各态历经性的非平稳随机信号, 而且其背景噪声也很强, 因此脑电信号的分析和处理一直是非常吸引人但又是具有相当难度的研究课题。由于小波变换良好的时频局部化特性, 因此将小波理论引入脑电信号异常节律的提取研究^[1-6]。

1 多分辨率小波

1.1 小波变换理论

小波分析方法是一种窗口面积固定但其形状可改变, 时间窗和频率窗也都可改变的时频局部化分析方法。小波变换在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率, 在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率。正是这种特性, 使小波变换在对信号进行分析时具有自适应性。

设 $\Psi(t) \in L^2(R)$ ($L^2(R)$ 为平方可积的实数空间, 即能量有限的信号空间), 其 Fourier 变换记为 $\hat{\Psi}(\omega)$ 。当 $\hat{\Psi}(\omega)$ 满足允许条件:

$$C_{\Psi} = \int_{R} \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (1)$$

时, 则称 $\Psi(t)$ 为一个基本小波或母小波。将基本小波函数 $\Psi(t)$ 经伸缩和平移后, 就得到一个小波序列或小波基。对于连续的情况, 小波序列为:

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in R; a \neq 0 \quad (2)$$

其中 a 为伸缩因子, b 为平移因子。对于离散的情况, 小波序列为:

$$\Psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \Psi(2^{-j}t - k) \quad j, k \in Z \quad (3)$$

对于任意的函数 $f(t) \in L^2(R)$ 的连续小波变换为

$$Wf(a,b) = \langle f, \Psi_{a,b} \rangle = |a|^{-1/2} \int_{R} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (4)$$

如果把 $\Psi(t)$ 看成某一带滤波器的特性, 则小波变换意味着用具有某一特性的带通滤波器在不同频率下观察信号。这组带通滤波器中心频率各不相同, 但品质因数, 即相对带宽恒定。

1.2 多分辨率小波分析

Meyer 建立了多分辨率小波的详细的理论^[1]。而

• 收稿日期: 2002-01-08

作者简介: 季忠(1974-), 男, 江苏通州人, 重庆大学讲师, 重庆大学在职博士生。主要从事生物医电信号分析和虚拟仪器技术方面的研究。

Mallat 给出了进行多分辨率信号分解的小波表示^[2]。本文将描述多分辨率小波理论在脑电信号异常节律提取中所涉及到的重要的定义和结果。

1.2.1 定义

1) 定义 A_{2^j} 为多分辨率的操作算子,它在分辨率 2^j 处逼近一个信号。在连续的较低分辨率处的信号可以通过重复应用算子 $A_{2^j} (-J \leq j \leq -1)$ 而获得。这里 J 指定了最大的分辨率,如 $A_{2^j} f(x)$ 表示函数 $f(x)$ 在分辨率 2^j 处的最佳逼近。所以在分辨率 2^{j+1} 处的信号包含了构建在分辨率 2^j 处的信号的所有必须的信息。

2) 定义 $\phi(x)$ 为一个尺度函数。函数 $\phi(x)$ 的一个基本特征是它可以在二进尺度(a dyadic scale)上根据下式定义尺度:

$$\phi_{2^j}(x) = 2^j \phi(2^j \cdot x) \quad (5)$$

这里 $j = 0, -1, -2, \dots$ 。一个尺度函数的正交基集可以通过下面的方法得到:首先利用系数 2^j 膨胀函数 $\phi(x)$,然后把函数平移 $2^{-j}n$,并通过 $\sqrt{2^{-j}}$ 使之正则化:

$$\sqrt{2^{-j}} \phi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \quad (6)$$

3) 定义 $\Psi(x)$ 为小波函数。小波函数 $\Psi(x)$ 的一个基本属性是它可以根据下式定义尺度:

$$\Psi_{2^j}(x) = 2^j \Psi(2^j \cdot x) \quad (7)$$

小波函数的正交基集可以利用如下步骤得到:首先利用系数 2^j 膨胀函数 $\Psi(x)$,然后把函数平移 $2^{-j}n$,并通过 $\sqrt{2^{-j}}$ 使之正则化:

$$\sqrt{2^{-j}} \Psi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \quad (8)$$

利用上述尺度函数和小波函数集,利用 Mallat 算法可以把信号分别分解为逼近信号和细节信号。

4) 逼近信号:在分辨率 2^j 处的函数 f 的离散逼近可以通过与尺度函数作卷积得到:

$$C_{2^j} f = \langle f(x), \phi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \rangle \quad (9)$$

这里, \langle, \rangle 代表两个函数的内积。这样,操作算子 C_{2^j} 在分辨率 2^j 处产生一个信号的逼近形式。它具有低通滤波器的效果。

5) 细节信号:当一个信号的尺度从 2^{j+1} 变到 2^j 时,会有一残余信号。这个剩余部分可以通过 $f(x)$ 与小波函数的伸缩和平移形式的卷积提取出来作为在分辨率 2^j 处的细节信号。

$$D_{2^j} f = \langle f(x), \Psi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \rangle \quad (10)$$

这样 D_{2^j} 算子连续产生了信号的细节部分。它具有带通滤波器的效果。

总之,上述定义的多分辨率小波变换可以被认为把我们感兴趣的信号分别分解为逼近部分和细节部分 C 和 D 。在频域中,小波变换把频率组成分解为一个低通成分而剩余信号通过一系列的正交带通函数被分解成独立的频率通道。

1.2.2 Mallat 分解算法

1) 尺度函数和小波函数

尺度函数用来使时域中的信号局部化而在频域中限制高频成分。这样的函数在时域中以指数形式衰减而其傅立叶变换则以函数 $1/\omega^n$ 的形式下降。

$$\phi(\omega) = \frac{1}{\omega^n \sqrt{\sum_{2n}(\omega)}} \quad (11)$$

$$\sum_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\omega + 2k\pi)^n} \quad (12)$$

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{\sum_{2n}(\omega)}{2^{2n} \sum_{2n}(2\omega)}} \quad (13)$$

类似地,小波函数 $\Psi(x)$ 可以由下式计算得到:

$$\Psi(x) = G(\omega/2) \phi(\omega/2) \quad (14)$$

其中 G 是 H 的镜像滤波器:

$$G(\omega) = e^{-i\omega} \overline{H(\omega + \pi)} \quad (15)$$

这样:

$$\hat{\Psi}(\omega) = \frac{e^{-i(\omega/2)} \sqrt{\sum_{2n}(\frac{\omega}{2} + \pi)}}{\omega^n \sqrt{\sum_{2n}(\omega) \sum_{2n}(\frac{\omega}{2})}} \quad (16)$$

这儿小波 $\Psi(x)$ 被看作一个带通滤波器,通带范围近似为 $[-2\pi, -\pi] \cup [\pi, 2\pi]$ 。相应的细节信号在频带 $[-2^{-j+1}\pi, -2^{-j}\pi] \cup [2^{-j}\pi, 2^{-j+1}\pi]$ 中分解 $f(x)$ 的频率成分。

2) 信号分解

从原始信号的 N 个采样开始,生成它的小波表达式:

$$(C_{2^{-j}} f, (D_{2^j} f)_{-j \leq j \leq -1}) \quad (17)$$

这个算法以一个离散逼近 $C_{2^{j+1}} f$ 开始,并且把它分解为一个逼近成分 $C_{2^j} f$ 和一个细节成分 $D_{2^j} f$ 。这一过程在后续的每一分辨率 $-J \leq j \leq -1$ 处重复。

$C_{2^j} f$ 可以通过 $C_{2^{j+1}} f$ 与滤波器 H^* 作卷积计算得到,并且每隔一个输出抽样保存(下采样)。

$$C_{2^j} f = \langle f(x), \phi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \rangle =$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{h}(2n - k) \langle f(x), \phi_{2^{j+1}}(x - 2^{-j-1}k) \rangle \quad (18)$$

这里 $h(n) = 1/2\langle\phi(x/2), \phi(x - n)\rangle, \tilde{h}(n) = h(-n)$ 。

而 $H(\omega)$ 由傅里叶序列给出:

$$H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-in\omega} \quad (19)$$

这样,在频域中,尺度等价于低通滤波器。

细节信号 $D_{2^j}f$ 可以通过 $C_{2^{j+1}}f$ 与滤波器 G^* 的卷积计算得到并且每隔一个输出抽样保存(下采样)。

$$D_{2^j}f = \langle f(x), \Psi_{2^j}(x - 2^{-j}n) \rangle = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2n - k) \langle f(x), \phi_{2^{j+1}}(x - 2^{-j-1}k) \rangle \quad (20)$$

其中 $g(n) = 1/2\langle\phi(x/2), \phi(x - n)\rangle, G(\omega)$ 通过傅立叶序列给出:

$$G(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n)e^{-in\omega} \quad (21)$$

滤波器 G 是 H 的一个 90 度相位差的镜像滤波器。这两个脉冲响应通过下式相联系:

$g(n) = (-1)^{1-n}h(1 - n)$ 。这样细节信号是通过 $G(\omega)$ 带通滤波获得的。

图(1)示出了小波分解算法的框图表示(其中 $C_{2^j}f$ 和 $D_{2^j}f$ 分别表示逼近信号和细节信号)。

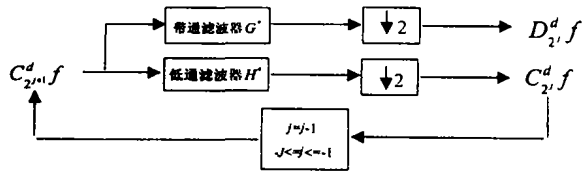


图1 小波分解算法图示

3) 信号重构

使用类似的方法也可以恢复原始离散信号。 $C_{2^j}f$ 可以通过在每一个抽样值 $C_{2^j}f$ 和 $D_{2^j}f$ 之间加 0(上采样),并且分别用滤波器 H 和 G 与分解所得信号做卷积而重构得到:

$$\begin{aligned} &\langle f(x), \phi_{2^{j+1}}(x - 2^{-j-1}n) \rangle = \\ &2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(n - 2k) \langle f(x), \phi_{2^j}(x - 2^{-j}k) \rangle + \\ &2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(n - 2k) \langle f(x), \Psi_{2^j}(x - 2^{-j}k) \rangle \quad (22) \end{aligned}$$

2 实验数据分析

如图(2)、(3)所示,分别利用 Meyer 小波和 Daubechies D4 小波对所检测到的一个 4 000 ms 长的 EEG 信号进行 4 层多分辨率分析。图中 4 层细节信号所

对应的频带范围分别为:Beta—16 ~ 32 Hz; Alpha—8 ~ 16 Hz; Theta—4 ~ 8 Hz; High Delta—2 ~ 4 Hz。而 Low Delta 对应的频带为 0 ~ 2 Hz。在记录的 EEG 信号中有两个明显的纺锤波,如图中 a, b 所示。通过多分辨率的小波分解,可以比较清楚地显示出纺锤波的存在。但是从图中也可以看到,小波基选择的不同,会明显影响多分辨率分析的效果。Meyer 小波因为很好地与纺锤波相匹配,因此在 Alpha 尺度上可以很清楚地观察到 a, b 纺锤波并能较好地反映 EEG 的节律,而用 Daubies D4 小波进行的多分辨率分析的效果相对要差一些,在 Alpha 尺度上 b 纺锤波几

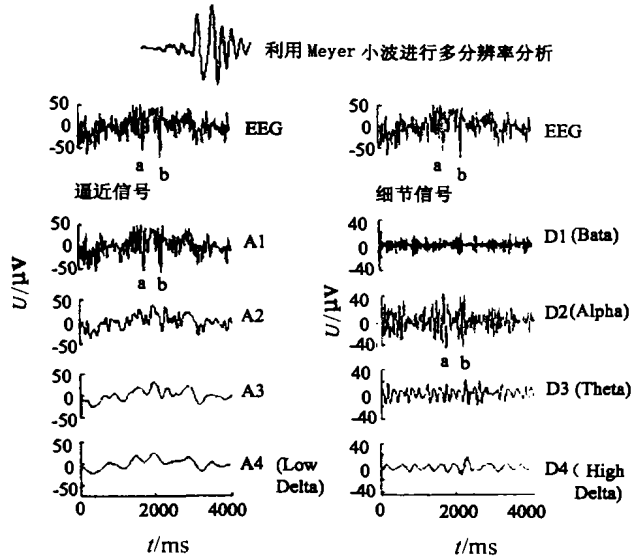


图2 利用 Meyer 小波进行多分辨率分析

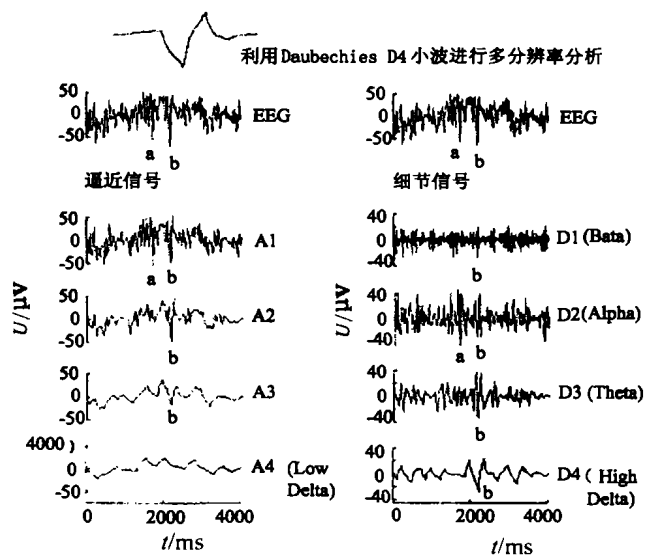


图3 利用 Daubechies D4 进行多分辨率分析

乎观察不到且反映节律的效果也不太准确。

图(4)中 EEG 信号是美国纽约州立大学健康中心检测的酒精中毒病人 1 000 ms, 256 点的采样数据。分别利用 Daubechies D10 和 D4 对该 EEG 信号进行多分

辨率小波分析, 可以看到, 在两种情况下, D1 中都可以清楚地反映尖波的存在。但是, 利用 Daubechies D10 比用 Daubechies D4 更明显地表明了纺锤波的存在。

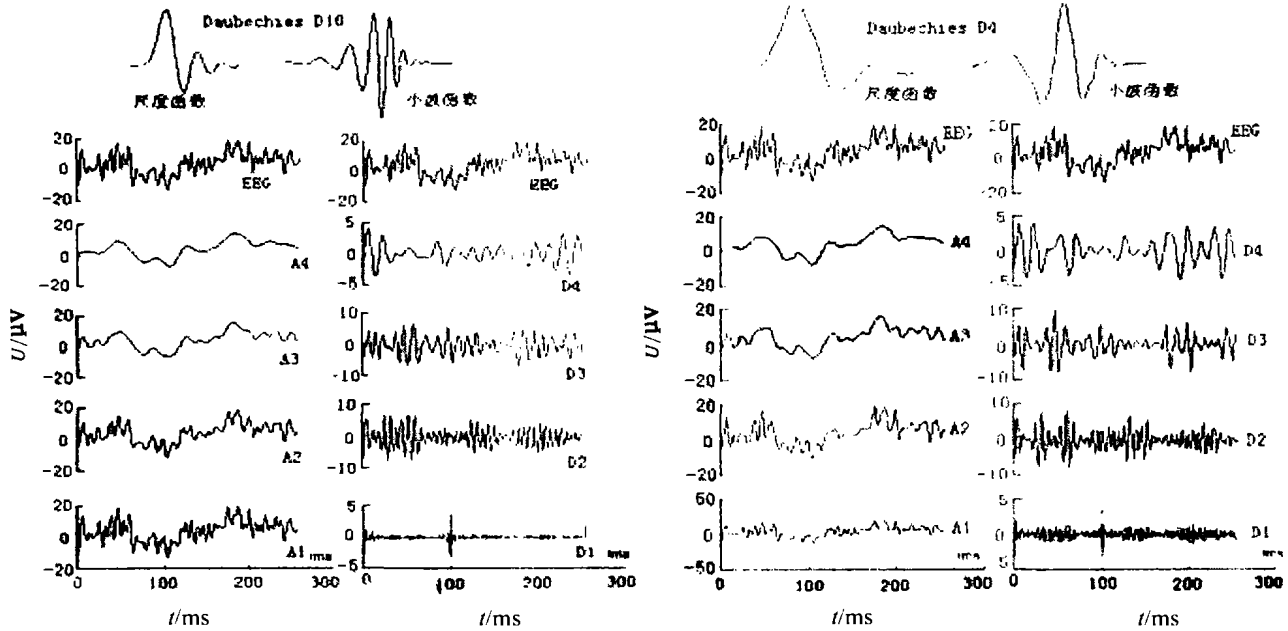


图 4 分别利用 Daubechies D10 和 D4 进行多分辨率分析

3 结束语

从脑电信号进行多分辨率小波变换后的波形可以看出, 各个尺度信号不仅反映信号的频率信息, 即尺度越大, 对应信号的频率越低; 同时也反映了信号的时间信息, 即反映此时的 EEG 状态。从以上的分析中可以看到, 选择合适的小波基, 可以有效地提取 EEG 中的异常节律。而传统的频谱分析只能给出信号的整体频谱, 不能反映时域信息。特别是对像 EEG 这种非平稳信号, 传统的频谱分析更是无能为力。

小波变换已经在脑电图信号检测中获得了一定的应用^[3], 它为提取 EEG 中的各种异常节律以及自动检测波形, 去除脑电检测过程中的背景噪声以及各种伪波等提供了新的有效工具。虽然小波变换在理论及实际应用中还存在许多没有解决的问题, 如选择最佳小波基以使分析结果更能有效地反映脑电信号特征。但是, 可以相信, 随着研究的深入, 小波理论将在脑电信号分析中发挥更重要的作用。

参考文献:

- [1] Y MEYER. Principe d'incertitude, bases hilbertiennes et algebras d' Operateurs[M]. Bourbaki Seminar, 1986.
- [2] STEPHANE G, MALLAT. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition [J]: the Wavelet Representation. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674 - 693.
- [3] OLIVIER BERTRAND. Time - Frequency Digital Filtering Based on an invertible Wavelet Transform: An Application to Evoked Potential [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1994, 41(1): 77 - 88.
- [4] 李建平. 小波分析方法的应用[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2000.
- [5] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [6] 沈凤麟, 陈和晏. 生物医学随机信号处理[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1999.

(下转第 151 页)

参考文献:

- [1] 孙家广, 杨长贵. 计算机图形学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- [2] 苏步青, 刘鼎元. 计算几何[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1981.
- [3] 马利庄, 石教英. 曲线曲面的几何光顺法[J]. 计算机学报, 1996, 10: 53 - 56.
- [4] MORETON H P, SEQUIN C H. Functional Optimization for Fair Surface Design[J]. Computer Graphics, 1992, 26(2): 167 - 175.
- [5] VARADY T, MARTIN R R, COX J. Reverse Engineering of Geometric Model—An Introduction [J]. Computer-Aided Design, 1997, 29(4): 255 - 268.
- [6] LAI J Y, LU C Y. Reverse Engineering of Composite Sculptured Surfaces[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1996, 12(3): 180 - 189.

Feature - based Surface Model Reconstruction Technique

DU Jing, HE Yu - lin

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Surface reconstruction is reproduction process of geometric topology information and feature bases on surface practicality model. The quality of surface reconstruction directly influences performance of production, analysis and manufacture. To improve quality of design and meet requirement of fair, precision, it's researched by the numbers the geometric modeling and constraint of surface reconstruction. Feature - based surface model reconstruction technique is discussed in this article. Combine with 3D model design of motor body covering, an engineering application is given finally.

Key words: feature - based; geometric model; surface; reverse engineer

(责任编辑 张小强)

(上接第 147 页)

Multiresolution Wavelet Transform for Detection of EEG Abnormal Rhythms

Ji Zhong, CAO Yi, QIN Shu - ren

(Test Center, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The signal of brain activity is a non - stationary random signal including lots of physiology and disease information, which is of important action for doctors to judge pathological changes in brain. So the analysis and process of the EEG signals are always attended. In this paper, the authors take account of the time - frequency localization of wavelet transform and use multiresolution wavelet transform to detect EEG abnormal rhythms. The signals of different scales after EEG signals are transformed by multiresolution wavelet transform not only reflect the frequency information of the signals, namely the more great scale is the lower of the frequency of the signals, but also reflect the time information of the signals, namely EEG state at that time. The test results indicate that the abnormal rhythms of the EEG signals can be detected effectively if right wavelet basis is selected.

Key words: EEG; abnormal rhythms; multiresolution wavelet transform; wavelet basis

(责任编辑 张小强)