文章编号:1000 - 582X(2003)02 - 0063 - 05

关于核磁共振系统两类 A - A 相的计算*

孙 世 军[1,3], 彭 承 琳[1], 张 爱 萍[2], 罗　光[2]

(1.重庆大学 生物工程学院,重庆 400044; 2.重庆大学 数理学院,重庆 400044; 3.湛江师范学院 物理系, 广东 湛江 524048)

摘　要:从求解核磁共振系统 Schrödinger 方程的一般解出发,得到核磁共振系统产生 A - A 相的 cyclic 条件和循环初态条件。cyclic 条件要求系统的频率只能取离散的序列而初态可以是任意的;循环初态条件要求对系统的初态作一定的限定而系统的频率可以是任意的。在此基础上计算出系统在满足 cyclic 条件和循环初态条件时产生的 A - A 相, 在 cyclic 条件下,系统产生的 A - A 相是依赖于初态和大于 1 的自然数的离散序列; 在循环初态的条件下,系统产生的 A - A 相仅依赖于频率。证明了在绝热极限下, 从这两类 A - A 相可以严格获得 Berry 几何相。

关键词:A - A 相; 核磁共振系统; 绝热极限; Berry 几何相

中图分类号:O365; O230　　　　**文献标识码**:A

自从 Berry 理论上预言几何相[1]存在以来,人们用核磁共振实验[2]、中子在旋转磁场中的进动实验[3]等从不同角度进行了验证,并在许多领域得到了应用[4]。文献[5]将 Berry 几何相进行推广,指出系统由 non-adiabatic 到 adiabatic-limit 的严格演变后,可以获得 Berry 几何相。文献[6]表明,Berry 几何相是由无限微弱量子跃迁引起的。1987 年,Aharonov Y.和 Anandan J.发现[7]:在非绝热的情况下,量子循环系统也可能存在几何相。考虑一个循环系统 $|\Psi(t)\rangle$,按 Schrödinger 方程演化,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)\rangle = \hat{H}(t)|\Psi(t)\rangle \tag{1}$$

系统在一定的条件下,经历一个周期 T 演变后,回到了初始状态,即:

$$|\Psi(T)\rangle = e^{i\phi(T)}|\Psi(0)\rangle \tag{2}$$

但此时与初始状态相差一个相位 $\phi(T)$。系统演变一周所产生的动力学相位 $\alpha(T)$ 定义为:

$$\alpha(T) = -\frac{1}{\hbar}\int_0^T\langle\Psi(t)|\hat{H}(t)|\Psi(t)\rangle\mathrm{d}t \tag{3}$$

将 A - A 相定义为系统演变一周产生的总相位 $\phi(T)$ 与动力学相位 $\alpha(T)$ 之差:

$$\beta(T) = \phi(T) - \alpha(T) \tag{4}$$

首先求解核磁共振系统满足 Schrödinger 方程式(1) 的状态演变波函数,结合式(2),寻找核共振系统产生 A - A 相的 cyclic 条件和循环初态条件;进而利用式(4) 计算出核磁共振系统的 A - A 相;然后对 A - A 相取绝热极限,所得结果与 Aharonov Y.和 Anandan J.预期的结果一致。

1　核磁共振系统的一般演变波函数

核磁共振系统的 Hamiltonian 为[8]

$$\hat{H}(t) = -\mu\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{B}(t) = -\mu B\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta e^{-i\omega t}\\ \sin\theta e^{i\omega t} & -\cos\theta\end{pmatrix} \tag{5}$$

设系统的一般演变波函数为 $|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix}a(t)\\ b(t)\end{pmatrix}$,满足 Schrödinger 方程

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}a(t)\\ b(t)\end{pmatrix} = -\mu B\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta e^{-i\omega t}\\ \sin\theta e^{i\omega t} & -\cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a(t)\\ b(t)\end{pmatrix} \tag{6}$$

又设系统的初始状态如式(7)

$$|\Psi(0)\rangle = \begin{pmatrix}a(0)\\ b(0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dfrac{a_0}{\sqrt{a_0^2+b_0^2}}e^{i\phi_1}\\ \dfrac{b_0}{\sqrt{a_0^2+b_0^2}}e^{i\phi_2}\end{pmatrix} \tag{7}$$

* 收稿日期:2002 - 09 - 26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10175095,19835040)

作者简介:孙世军(1966 -),男,重庆秀山人,湛江师范学院教师,重庆大学博士研究生,主要从事脑科学量子计算、神经网络研究。

其中 a_0, b_0, ϕ_1, ϕ_2 均为实数。对式(6)作一个变换后，求解得到满足初始条件(7)的 Schrödinger 方程(6)的解为

$$
|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{k\sqrt{a_0^2+b_0^2}} \cdot \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\omega t}{2}}\left[\left(i(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)\sin\frac{kt}{2\hbar}+k\cos\frac{kt}{2\hbar}\right)a_0 e^{i\phi_1} + i2\mu B\sin\theta\sin\frac{kt}{2\hbar}b_0 e^{i\phi_2}\right] \\ e^{\frac{i\omega t}{2}}\left[\left(i(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)\sin\frac{kt}{2\hbar}+k\cos\frac{kt}{2\hbar}\right)b_0 e^{i\phi_2} + i2\mu B\sin\theta\sin\frac{kt}{2\hbar}a_0 e^{i\phi_1}\right] \end{pmatrix} \tag{8}
$$

其中 $k=\sqrt{4\mu^2B^2+4\mu B\hbar\omega\cos\theta+\hbar^2\omega^2}$。

2 产生 A－A 相的 cyclic 条件和循环初态条件

系统演变一个周期($T=2\pi/\omega$)后，状态为

$$
|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} a(T) \\ b(T) \end{pmatrix} = \frac{-1}{k\sqrt{a_0^2+b_0^2}} \cdot \begin{pmatrix} a_0 e^{i\phi_1}\left(k\cos\frac{k\pi}{\hbar\omega}+i(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}\right) + i2\mu B\sin\theta\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}b_0 e^{i\phi_2} \\ b_0 e^{i\phi_2}\left(k\cos\frac{k\pi}{\hbar\omega}-i(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}\right) + i2\mu B\sin\theta\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}a_0 e^{i\phi_1} \end{pmatrix} \tag{9}
$$

按产生 A－A 相的条件，经历一个周期 T 演变后，要求系统在一定的条件下回到初始状态，即：$|\Psi(T)\rangle = e^{i\phi}|\Psi(0)\rangle$。将系统演变一周后的状态式(9)与演变前的初态式(7)比较，由于 $|\Psi(T)\rangle$ 和 $|\Psi(0)\rangle$ 存在复指数因子线性关系，$a(0), b(0), a(T), b(T)$ 必须满足：

$$
\begin{vmatrix} a(0) & b(0) \\ a(T) & b(T) \end{vmatrix} = 0, \text{即}
$$

$$
-\frac{1}{k(a_0^2+b_0^2)}a_0 e^{i\phi_1}\left[b_0 e^{i\phi_2}\left(k\cos\frac{k\pi}{\hbar\omega} - i(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}\right) + i2\mu B\sin\theta\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}a_0 e^{i\phi_1}\right] + \frac{1}{k(a_0^2+b_0^2)}b_0 e^{i\phi_2} \cdot \left[a_0 e^{i\phi_1}\left(k\cos\frac{k\pi}{\hbar\omega}+i(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}\right) + i2\mu B\sin\theta\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}b_0 e^{i\phi_2}\right] = 0
$$

经计算可得：

$$
\frac{2i}{k(a_0^2+b_0^2)}\left(a_0 b_0(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)e^{i(\phi_1+\phi_2)} - \mu B\sin\theta(a_0^2 e^{i2\phi_1} - b_{20}e^{i2\phi_2})\right)\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega} = 0 \tag{10}
$$

由式(10)可知，存在两种可以产生 A－A 相的条件：

1) 当系统满足 $\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}=0$(其中 $k=\sqrt{4\mu^2B^2+4\mu B\hbar\omega\cos\theta+\hbar^2\omega^2}$)时，即

$$
\omega = \frac{2\mu B(\cos\theta+\sqrt{n^2-\sin^2\theta})}{\hbar(n^2-1)} (n=2,3,4\cdots) \tag{11}
$$

系统在循环演变一周后，就可产生 A－A 相。这被称为 cyclic 条件[9]，此时，系统的初末态均恒处于同一能级[5]。

2) 初始状态满足

$$
a_0 b_0(2\mu B\cos\theta+\hbar\omega)e^{i(\phi_1+\phi_2)} - \mu B\sin\theta(a_0^2 e^{i2\phi_1} - b_0^2 e^{i2\phi_2}) = 0 \tag{12}
$$

这样的初始状态被称为循回初态(cyclic initial state)[10]，系统在循环演变一周后，也可以产生 A－A 相。此时，初末态并非恒处于同一能级上[5]。

3 满足 cyclic 条件时 A－A 相的计算

对于系统满足 $\sin\frac{k\pi}{\hbar\omega}=0$，即 $\omega=\frac{2\mu B(\cos\theta+\sqrt{n^2-\sin^2\theta})}{\hbar(n^2-1)}(n=2,3,4\cdots)$，系统演变一个循环周期($T=2\pi/\omega$)后，系统的状态为(见式(9))

$$
|\Psi(T)\rangle = \begin{pmatrix} a(T) \\ b(T) \end{pmatrix} = -\cos\frac{k\pi}{\hbar\omega}\begin{pmatrix} \frac{a_0}{\sqrt{a_0^2+b_0^2}}e^{i\phi_1} \\ \frac{b_0}{\sqrt{a_0^2+b_0^2}}e^{i\phi_2} \end{pmatrix} \tag{13}
$$

与系统的初始状态式(7)比较可以看出，系统演变一周产生的总相位 $\phi(T)$ 为

$$
\phi(T) = \begin{cases} 0 & (n=3,5,7,\cdots) \\ \pi & (n=2,4,6,\cdots) \end{cases} \tag{14}
$$

将系统 Schrödinger 方程的解式(8)代入式(3)，计算出动力学相位

$$
\alpha(T) = -\frac{1}{\hbar}\int_0^T\langle\Psi(t)|\hat{H}(t)|\Psi(t)\rangle dt = \frac{\mu B\pi}{\hbar k^2\omega}[4\mu B\hbar\omega(a_0^2-b_0^2) + (a_0^2-b_0^2)\cdot(k^2+4\mu^2B^2+\hbar^2\omega^2)\cos\theta + a_0 b_0(k^2+4\mu^2B^2-\hbar^2\omega^2)\cdot\sin\theta(e^{i(\phi_1-\phi_2)}+e^{i(\phi_2-\phi_1)})] \tag{15}
$$

根据 A－A 相的定义式(4)，系统的 A－A 相为

$$
\beta(T) = \phi(T) - \alpha(T) =
$$

$$\begin{cases} 0-\dfrac{\mu B\pi}{\hbar k^2\omega}[4\mu B\hbar\omega(a_0^2-b_0^2)+ \\ (a_0^2-b_0^2)(k^2+4\mu^2B^2+\hbar^2\omega^2)\cos\theta+ \\ a_0b_0(k^2+4\mu^2B^2-\hbar^2\omega^2)\sin\theta(e^{i(\phi_1-\phi_2)}+e^{i(\phi_2-\phi_1)})]; \\ (n=3,5,7\cdots) \\ \pi-\dfrac{\mu B\pi}{\hbar k^2\omega}[4\mu B\hbar\omega(a_0^2-b_0^2)+ \\ (a_0^2-b_0^2)(k^2+4\mu^2B^2+\hbar^2\omega^2)\cos\theta+ \\ a_0b_0(k^2+4\mu^2B^2-\hbar^2\omega^2)\sin\theta(e^{i(\phi_1-\phi_2)}+e^{i(\phi_2-\phi_1)}] \\ (n=2,4,6,\cdots) \end{cases} \tag{16}$$

式中 $\omega=\dfrac{2\mu B(\cos\theta+\sqrt{n^2-\sin^2\theta})}{\hbar(n^2-1)}$，$(n=2,3,4\cdots)$；$k=\sqrt{4\mu^2B^2+4\mu B\hbar\omega\cos\theta+\hbar^2\omega^2}$。从式(16)可以看出，在 cyclic 条件下，系统产生的 A－A 相是依赖于初态和大于 1 的自然数 n 的离散序列。

下面考虑系统的初始状态为 $|\Psi(0)\rangle=\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2}e^{i\phi}\\ \sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}\end{pmatrix}$，即系统初始时刻处于能量本征值为 $E_1=-\mu B$ 的本征态上。与系统的初始状态式(7)比较，a_0，b_0，ϕ_1，ϕ_2 分别为 $\cos\frac{\theta}{2}$，$\sin\frac{\theta}{2}$，ϕ，ϕ，代入式(16)中，得到系统的 A－A 相：

$$\beta(T)=\begin{cases}-\dfrac{\pi(n^2-1)(n^2-\sin^2\theta)}{n^2(\cos\theta+\sqrt{n^2-\sin^2\theta)})};(n=3,5,7\cdots)\\ \pi-\dfrac{\pi(n^2-1)(n^2-\sin^2\theta)}{n^2(\cos\theta+\sqrt{n^2-\sin^2\theta)})}(n=2,4,6\cdots)\end{cases} \tag{17}$$

由式(11)可知，当 $n\to\infty$ 时，$\omega\to0$，系统趋于绝热演变——绝热极限。下面，计算式(17)的绝热极限，为此，可先对式(17)按 n 的幂次进行如下展开：

$$\beta(T)=\begin{cases}-n\pi+\pi\cos\theta+\dfrac{3\pi\sin^2\theta}{2n}-\\ \dfrac{\pi\cos\theta\sin^2\theta}{n^2}+o\left(\dfrac{1}{n^3}\right)(n=3,5,7\cdots)\\ -n\pi+\pi(1+\cos\theta)+\dfrac{3\pi\sin^2\theta}{2n}-\\ \dfrac{\pi\cos\theta\sin^2\theta}{n^2}+o\left(\dfrac{1}{n^3}\right)(n=2,4,6\cdots)\end{cases} \tag{18}$$

从式(18)可以看出，为了将 $\beta(T)$ 绝热极限值限定在 $0\to2\pi$ 的范围内，当 $n=3,5,7\cdots$ 时，可对 $\beta(T)$ 加上 $(n+1)\pi$ 再取绝热极限[因 n 为奇数，$(n+1)\pi$ 为 2π 的整数倍]；而当 $n=2,4,6,\cdots$ 时，则又可对 $\beta(T)$ 加上 $n\pi$ 再取绝热极限(因 n 为偶数，$n\pi$ 为 2π 的整数倍)：

$$\lim_{n\to\infty}\beta(T)=\left.\begin{matrix}\lim\limits_{n\to\infty}\left[-\dfrac{\pi(n^2-1)(n^2-\sin^2\theta)}{n^2(\cos\theta+\sqrt{n^2-\sin^2\theta})}+(n+1)\pi\right]\\ (n=3,5,7\cdots)\\ \lim\limits_{n\to\infty}\left[\pi-\dfrac{\pi(n^2-1)(n^2-\sin^2\theta)}{n^2(\cos\theta+\sqrt{n^2-\sin^2\theta})}+n\pi\right]\\ (n=2,4,6\cdots)\end{matrix}\right\}=\pi(1+\cos\theta) \tag{19}$$

若考虑系统的初始状态为 $|\Psi(0)\rangle=\begin{pmatrix}\sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}\\ -\cos\frac{\theta}{2}e^{i\phi}\end{pmatrix}$，即系统初始时刻处于能量本征值为 $E_2=\mu B$ 的本征态上，经过类似的计算，得出

$$\lim_{n\to\infty}\beta(T)=\pi(1-\cos\theta) \tag{19'}$$

从式(19)、式(19′)可以看出：在绝热极限下，系统演变一周产生的 A－A 相为系统演变一周产生的 Berry 几何相[1]。

4　系统仅满足循回初态时 A－A 相的计算

为了找到循回初态，解出式(12)中的 a_0 及 b_0 的关系式：

$$a_0=b_0\frac{e^{i(\phi_2-\phi_1)}(\hbar\omega+2\mu B\cos\theta+k)}{2\mu B\sin\theta}$$

$$或\ a_0=b_0\frac{e^{i(\phi_2-\phi_1)}(\hbar\omega+2\mu B\cos\theta-k)}{2\mu B\sin\theta}$$

因为要求 a_0，b_0，ϕ_1，ϕ_2 均为实数，所以有 $\phi_1=\phi_2=\phi$，可将 a_0 及 b_0 取为

$$\begin{cases}a_0=\hbar\omega+2\mu B\cos\theta+k\\ b_0=2\mu B\sin\theta\end{cases} \tag{20}$$

或

$$\begin{cases}a_0=\hbar\omega+2\mu B\cos\theta-k\\ b_0=2\mu B\sin\theta\end{cases} \tag{20'}$$

主要考虑式(20)，式(20′)的情况类似。将式(20)入式(7)，得到循回初态

$$|\Psi(0)\rangle=\begin{pmatrix}a(0)\\ b(0)\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}\dfrac{\hbar\omega+2\mu B\cos\theta+k}{\sqrt{\hbar\omega+2\mu B\cos\theta+k)^2+(2\mu B\sin\theta)^2}}e^{i\phi}\\ \dfrac{2\mu B\sin\theta}{\sqrt{(\hbar\omega+2\mu B\cos\theta+k)^2+(2\mu B\sin\theta)^2}}e^{i\phi}\end{pmatrix} \tag{21}$$

将式(20)入式(9)，得到系统从循回初态开始，演变一周后的状态波函数

$$|\Psi(T)\rangle = \begin{pmatrix} a(T) \\ b(T) \end{pmatrix} = -e^{i\frac{k\pi}{\hbar\omega}} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\hbar\omega + 2\mu B\cos\theta + k}{\sqrt{(\hbar\omega + 2\mu B\cos\theta + k)^2 + (2\mu B\sin\theta)^2}} e^{i\phi} \\ \dfrac{2\mu B\sin\theta}{\sqrt{(\hbar\omega + 2\mu B\cos\theta + k)^2 + (2\mu B\sin\theta)^2}} e^{i\phi} \end{pmatrix} \tag{22}$$

比较式(21)和式(22),可以看出,系统演变一周后,系统末态与循回初态之间的相位差 $\phi(T)$,

$$\phi(T) = \frac{k\pi}{\hbar\omega} + \pi \tag{23}$$

将式(20)代入式(8),可得系统在任意时刻的波函数,再利用式(3)计算出系统演变一周所产生的动力学相位 $\alpha(T)$,

$$\alpha(T) = \frac{2\mu B\pi(2\mu B + \hbar\omega\cos\theta)}{\hbar\omega k}. \tag{24}$$

由式(23)和式(24),可以得到系统演变一周所产生的 A - A 相 $\beta(T)$,

$$\beta(T) = \phi(T) - \alpha(T) = \frac{k\pi}{\hbar\omega} + \pi - \frac{2\mu B\pi(2\mu B + \hbar\omega\cos\theta)}{\hbar\omega k} \tag{25}$$

其中 $k = \sqrt{4\mu^2B^2 + 4\mu B\hbar\omega\cos\theta + \hbar^2\omega^2}$。从式(25)可以看出,在循环初态的条件下,系统产生的 A - A 相仅依赖于频率 ω。

下面,考虑系统的绝热极限演变,并计算出式(25)的绝热演变;为此,可首先将式(25)按 ω 的幂次作如下的展开:

$$\beta(T) = \pi(1 + \cos\theta) + \frac{\pi\hbar\sin^2\theta}{2\mu B}\omega - \frac{3\pi\hbar^2\cos\theta\sin^2\theta}{8\mu^2B^2}\omega^2 + \frac{\pi\hbar^3\sin^2\theta(2 + 5\cos2\theta)}{32\mu^3B^3}\omega^3 + o[\omega^4] \tag{26}$$

从式(26)可以看出,Berry 几何相是 A - A 相的零阶近似。在绝热极限(即 $\omega \to 0$)时,

$$\lim_{\omega\to0}\beta(T) = \pi(1 + \cos\theta) \tag{27}$$

由此可知,系统的初始状态为循回初态式(21),在绝热极限时,系统演变一周产生的 A - A 相,等于系统初始时刻处于能量本征值为 $E_1 = -\mu B$ 的本征态时绝热极限演变一周的 Berry 几何相。

上述计算推导方法,同样适用于式(20′),并通过类似的计算,得到系统演变一周后,系统末态与循环初态之间的相位差 $\phi(T)$,

$$\phi(T) = -\frac{k\pi}{\hbar\omega} + \pi \tag{28}$$

系统演变一周所产生的动力学相位 $\alpha(T)$,

$$\alpha(T) = -\frac{2\mu B\pi(2\mu B + \hbar\omega\cos\theta)}{\hbar\omega k} \tag{29}$$

系统演变一周所产生的 A - A 相 $\beta(T)$,

$$\beta(T) = \phi(T) - \alpha(T) = -\frac{k\pi}{\hbar\omega} + \pi + \frac{2\mu B\pi(2\mu B + \hbar\omega\cos\theta)}{\hbar\omega k} \tag{30}$$

其中 $k = \sqrt{4\mu^2B^2 + 4\mu B\hbar\omega\cos\theta + \hbar^2\omega^2}$。

对式(29)作关于 ω 的幂次的展开:

$$\beta(T) = \pi(1 - \cos\theta) - \frac{\pi\hbar\sin^2\theta}{2\mu B}\omega + \frac{3\pi\hbar^2\cos\theta\sin^2\theta}{8\mu^2B^2}\omega^2 - \frac{\pi\hbar^3\sin^2\theta(3 + 5\cos2\theta)}{32\mu^3B^3}\omega^3 + o[\omega^4]$$

在绝热极限(即 $\omega \to 0$)的情况下,

$$\lim_{\omega\to0}\beta(T) = \pi(1 - \cos\theta) \tag{31}$$

由式(31)可知,系统的初始状态为循回初态式(21′),在绝热极限时,系统演变一周产生的 A - A 相,等于系统初始时刻处于能量本征值为 $E_2 = \mu B$ 的本征态时绝热极限演变一周的 Berry 几何相。

5 结 语

1987 年, Aharonov 和 Anandan 预言:在绝热极限下,循环系统的 A - A 相趋近于 Berry 几何相。通过对核磁共振系统 Schrődinger 方程进行求解,得到了系统演变的状态波函数,进而得到了核磁共振系统产生 A - A 相的条件:cyclic 条件或循环初态条件,且计算出核磁共振系统对应的两类 A - A 相,在绝热极限下,从这两类 A - A 相都严格获得了 Berry 几何相,从而证实了 Aharonov 和 Anandan 预言。

参考文献:

[1] BERRY M V. Quantal Phase Factor Accompanying Adiabatic Changes[J]. Proc R Soc Lond. 1984, A392:45 - 57.

[2] SUTER D, MUELLER K T, PINES A. Non-adiabatic Geometric Phase Measured by NMR and Optics[J]. Phys Rev Lett, 1988, 60(13):1 218 - 1 220.

[3] BITTER T, dUBBERS D. Manifestation of Berry's Topological Phase in Neutron Spin Rotation[J]. Phys Rev Lett, 1987, 59(3):251 - 254.

[4] NIKAM R S, RING P. Manifestation of Berry's Phase in Diabolic Pair Transfer in Rotating Nuclei[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(10):980 - 983.

[5] 张忠灿,方祯云,胡陈果.关于 Berry 几何位相理论的推广[J].高能物理与核物理, 1999,23(10):980 - 991.

[6] 张忠灿,方祯云,胡陈果. Berry 几何相与量子跃迁[J].高能物理与核物理, 2000,24(12):1 160 - 1 114.

[7] AHARONOV Y, ANANDAN J. Phase Change During a Cyclic Quantum Evolution[J]. hys Rev Lett, 1987, 58(16):1 953 - 1 596.

[8] 曾谨言.量子力学专题分析(下)(理论物理学专题丛书)[M].北京:高等教育出版社,1999.
[9] NI G J, CHEN S Q, SHEN Y L. Geotr5ic Phase in Spin Precession and the Adiabatic Approximation [J]. Phys Lett, 1995, A197:100 - 106.
[10] 李华钟.简单物理系统的整体性——贝里相位及其他[M].上海:上海科学技术出版社,1998.

Calculation on Two Types of A - A Phase in NMR System

SUN Shi-jun[1,3], *PENG Cheng-lin*[1], *ZHANG Ai-ping*[2], *LUO Guang*[2]
(1. College of Bioengineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. College of Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
3. Department of Physics, Zhanjiang Normal College, Zhanjiang Guangdong 524048, China)

Abstract: With solving the general solution of the Schrödinger equation in the nuclear magnetic resonance (NMR) system, two conditions, cyclic condition and cycle initial state condition, are found on which the A - A phase can be produced in NMR system. In this way the A - A phase is worked out with the result that the NMR system' s A - A phase in cyclic condition depends on the initial state and the natural number above one while in cycle initial state condition it only depends on the frequency. It proves that the Berry phase can be strictly obtained through the two types of A - A phase as adiabatic limit.
Key words: A - A phase; nuclear magnetic resonance (NMR) system; adiabatic limit; Berry geometric phase

(责任编辑　张　苹)

(上接第 59 页)

Towns of Chongqing Sustainable Development Objective Appraisement

YE Xiao-su, *WU Shu-xia*, *JANG Xiao-li*
(College of Construction Management and Real Estate Faculty of Civil Engineering,
Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Master towns of Chongqing includes Wanzhou, Fuling, Jiangjin, Huochuan and Yongchuan. According to the stratage of developing Western China and urbanization, this article discusses tendency of sustainable development in towns of Chongqing. Applying ‘evaluation method of arrangement model’ and ‘analyze method of equal difference ’, the authors find the short wming of the quality of urbanization and the sustainable development in five towns. So the article takes center city and towns construction and set up cooperation mechanism between the five cities that will be sure to increase momentum and ability of Chongqing for Sustainable development object.
Key words: Chongqing; towns; sustainable development; evaluation of regional method

(责任编辑　姚　飞)