

文章编号:1000-582X(2003)06-0121-04

用广义相对论加挠率来诠释银河旋转*

段绍光

(重庆大学 数理学院, 重庆 400044)

摘要:意大利国际著名物理学家 Venzo de Sabbata 教授关于广义相对论在天体物理学领域里的应用的研究是开创性和举世瞩目的,成就辉煌,笔者将着重介绍他在这方面的一些工作,特别是对他的一篇题为“是否有必要用暗物质来解释银河涡旋曲线?”一文予以重点介绍。为了能与天文观测值取得一致, Milgrom 采用了一个新的基本加速度 a_0 对 Newton 动力学进行修正(MOND),而 Sabbata 却另辟蹊径,在广义相对论中引入与粒子的内禀自旋有内在联系的挠率,精辟地指出,不需用暗物质解释,由挠率所引起的量子效应就可导出基本加速度 a_{\max} 和 a_{\min} ,它们是 Einstein - Cartan 广义相对论中有关方程的精确解所推出的十分完美的结果。

关键词:广义相对论;挠率;自旋;银河系;暗物质;天体物理学

中图分类号: O412.1; O413.1; O411

文献标识码: A

J. Bernstein 在《爱因斯坦与物理学的边疆》^[1]一书中指出:“约 150 亿年前,宇宙被压缩成密度极高、温度极热的状态。后来这种状态发生爆炸,即大爆炸,宇宙开始膨胀冷却,由爆炸产生的物质也随之冷却。在大爆炸 30 万年后,形成黑体,温度约 1 万度,又冷却了约 150 亿年,才达到目前的温度。”

宇宙中绝大部分未知物质是由某些恒星、行星以及天文学家们称之为“大质量致密晕族天体”等其它天体组成。银河系是宇宙中为数众多的星系之一,太阳系又是银河系的一个极小组成部分,位于银河系的边缘与中心之间。

银河系直径约十万光年,其中伴随垂直银道面的古老星团运动,古老星团从银道面一侧进入,另一侧逸出,要撕裂可能要几十亿年。

暗物质是天文学家们对宇宙中大部分看不见的物质的称谓。这部分物质不发光,其成分也不清楚。

天文学家对星系分布的分析已使 2DF (Two - degree Field) 研究小组断定,宇宙中只有 30% 的是阻止其不断膨胀、最终崩溃所需的物质,而 5% 左右的物质是以重子形式存在的,剩下的 65% 是以一种未知暗物质存在,这意味着宇宙将永远膨胀。因为物质的质量太小,无法产生足够的万有引力。

最有可能的暗物质成分是中微子 (neutrino) 或其

它两种粒子: neutralino 和 axion (轴子),但这仅是物理学的理论推测,并未探测到。据悉,这三种粒子都不带电,因此无法吸收或反射光,但其性质稳定,所以从创世大爆炸后的最初阶段幸存下来。

目前天文学家正在努力描述宇宙膨胀的形状和速度,特纳和很多同事都希望对暗物质的研究能促进此项研究。如果暗物质真是在宇宙诞生时产生的,那就为时间诞生时有哪些力存在提供一些线索。暗物质的性质和分布会有助于解释星系从相对平滑的初始物质产生后再变成团的星系这一不寻常的现象。而暗物质的密度也许可用来解释宇宙是否在继续扩张,以及扩张的速度有多大。不管怎样,暗物质对人们深刻理解宇宙的起源、演化和最终的命运都会有很大的帮助。

意大利国际著名物理学家 Venzo de Sabbata 十分巧妙地回避暗物质,另辟蹊径,创造性地运用 Einstein - Cartan 的引力理论,即广义相对论加挠率,引入了与挠率有内在联系的内禀自旋,有说服力地解释了银河涡旋曲线问题,笔者在文献 [2] 的基础上继续介绍 Sabbata 的一些创新观点和科学论证。

1 天体物理背景

由天文学知,在绝大多数银河系中的群星主要位于一个薄的盘内,而且围绕银河中心近似园周轨道旋

* 收稿日期:2003-01-08

作者简介:段绍光(1963-),男,湖南保靖人,重庆大学讲师,从事非线性光学、电磁场、天体物理学和宇宙演化的研究。

转,在一已知半径处的园周速率可由整个星光的谱线的 Doppler 红移来确定,或由围绕这些群星旋转的星际间的气体所产生谱线的 Doppler 红移来确定。如果一个人将观测的向心加速度与由发光质量^[3]产生的计算的重力加速度对比,就会发现,在观测曲线与计算曲线之间有显著差别,例如人们对盘状银河系 NCG3198 中观测到的旋转曲线:在盘的表面亮度与表面密度成正比,以及在那里没有暗物质的假设下,导出的园周速率比在最外面测量点处的观测速率大 3 倍,这甚至是在盘的质量与光质量之比尽可能大的假设下^[4],旋转曲线的形状提示:暗物质是分布在可视星周围的扩展晕圈内的。

当人们分析银河系中的星系的速度色散关系时,也会产生同样的问题,例如在凸镜上的慧发星系的速度色散曲线表明:在慧发星系中心的 1.3MPC (1 PC = 1 s 差距 = 3.26 光年 = 3.09×10^{16} m, 1 光年 = 9.24×10^{15} m) 内含有的质量大约是 8.10^{14} 个太阳质量,而导出的质量却是它的 30 倍,远大于所期望的。在星系银河所看到的星系的混合体系的质量,这样所观测到的星系质量仅占慧发星系总质量的很小一部分。同样天文学家估计到气体质量的存在(考虑到慧发星系中气体在温度大约达到 10^8 K 时由于热韧致辐射而产生的 X 射线的存在),这种附加气体质量的贡献不超过 1.3MPC 范围内总质量的 20%。

2 对问题的精辟分析

当人们考虑与密度参数 Ω 有联系的问题时,在宇宙标度(大宇宙)的范围内这个问题也会发生。由观测到的平均亮度导出的平均密度计算出 $\Omega < 1$,而许多宇宙学家却相信 Ω 大约等于 1。为了能包容膨胀假设并解决许多与标准 Friedmann - Robertson - Walker 宇宙学有关的一些问题,有暗物质存在的假设似乎是必要的。

另一方面,正如 Mitgrom 所做的那样^[5],有可能由于传统的引力定律的不完善,出现暗物质的表现迹象,事实上 Newton 引力在远大于 0.1PC 的尺度(太阳系慧星云的尺度)内不一定是正确的。

例如有一些人考虑在 Newton 万有引力表达式的基础上增加一个修正的引力加速度 GM/R_0R ,其中 R_0 为某一新的基本长度。在这种情况下,绕一距离 $R \gg R_0$ 处的质量 M 旋转的园周速率将会是 $(GM/R_0)^{1/2}$,这与盘状银河系的扁平旋转曲线一致。然而,在这种情况下,园周速率的标度应为 $L^{1/2}$ (其中 L 是银河系的总

亮度),而观测给出 $L^{1/4}$,于是引力定律的这种修正不能令人满意。

3 对 Newton 动力学的修正(MOND)

Mitgrom^[5]给出 Newton 动力学的一个十分有意义的修正(MOND):他引入一个新的基本加速度 a_0 ,使得质量为 M 的点的加速度为

$$a_0 = \begin{cases} GM/R^2, & \text{当 } a \gg a_0 \text{ 时;} \\ \sqrt{GMa_0}/R, & \text{当 } a \ll a_0 \text{ 时} \end{cases} \quad (1)$$

在这种情况下在距离 R 处的园周速率为 $(MGa_0)^{1/4}$,与观测到的园周速率的标度 $L^{1/4}$ 一致。有意义的事情是^[6-10]:差异趋势出现在低加速度而不是出现在大距离处,这就是 MOND 不用暗物质来解释银河系的扁平涡旋曲线,其成功不仅限于 MOND 蕴涵假设扁平涡旋曲线:它由观测到的星系和气体的分布预测一个特定的银河系的涡旋曲线的正确形式要比参数暗晕圈模型^[3]更好,特别关键的是,MOND 引入了基本加速度 a_0 ,不管现象学的成功如何,^[10]中指出,基本加速度 $a_0 \approx 10^{-8}$ 与 cH_0 相等,表明这个理论有深刻的宇宙学背景。

4 引入自旋

关于一个基本加速度 $a_0 = cH_0$ 的存在,引导 Sabbata 有一个理论基础:Sabbata 在广义相对论中引入挠率,找到某些极大值和极小值^[11],某些情况下也出现一极小加速度 $a_{\min} = cH_0$

由于每一粒子不仅有质量,而且也有自旋,正如质量与时空曲率有联系,自旋与时空另一几何性质——挠率,也有联系。

由四元量代数知,四元量变换所描述的挠率图象规范场在 $SL(2, C)$ 规范群下(在四元量的局域 Lorentz 旋转下)是不变的。Hubble 望远镜最近发现四星系碰撞,或许与挠率有关。

Sabbata 在文^[12]中指出:自旋 S 和挠率 Q 之间的自旋 - 挠率相互作用能量 E 为

$$E = -S \cdot Q$$

这一表达式在形式上类似于—恒定磁场 H 中的磁偶极子 μ 与 H 的相互作用能,即 $\mu \cdot H$,这表明自旋在具有挠率空间中的状态,就象一个偶极子在磁场中一样,主要是指向挠率的方向,故可引入磁场

$$B = (8\pi/3c)(2\alpha G)^{1/2}\sigma \quad (3)$$

其中 α 为精细结构常数,而 σ 为自旋密度。

从能量流守恒就会导致场具有膨胀时间为 t 、温度

为 T 的状态： $Bt = BT^{-2} = \text{恒量}$ ，这样一个磁场在早期宇宙中就会加速带电粒子。对一个带电荷 e 的粒子，相对论的 Larmor 频率由 $\omega_L = (ecB/\hbar)^{\frac{1}{2}}$ 给出，蕴涵有磁能 $\hbar\omega \sim (e\hbar cB)^{\frac{1}{2}}$ 。由电动力学知：当 $(e\hbar cB)^{\frac{1}{2}}$ 等于该粒子的静止质量时，或者说当回转半径 r/G 变得小于 Compton 长度时，会蕴涵有一临界磁场，将这样的量子考虑加之于一场强为 $B_c = m^2 c^3 / e\hbar$ 的临界磁场。在 Planck 年代，当 $m = m_{pl} = (\hbar c/G)^{\frac{1}{2}}$ ，蕴涵 c^4/eG 的 $B_{\max} \approx 10^{58} \text{G}$ ；现在，当 $\omega_L = (ecB/\hbar)^{\frac{1}{2}}$ 时，在具有 $a \equiv \omega_L^2 r_c$ 的带电粒子的磁场中，有 $a \sim (ecB/\hbar) r_c$ 。如果代入 Planck 年代的 $B_{\max} \approx c^4/eG$ 和相应的 $r_c = (\hbar G/c^3)^{\frac{1}{2}}$ ，就得到极大加速度为

$$a_{\max} = c^{\frac{7}{2}} / (\hbar G)^{\frac{1}{2}} = m_{pl} c^3 / \hbar = 5 \cdot 10^{53} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \quad (4)$$

所以关于极大加速度的这一表达式是由挠率引起的量子效应，而人们也可以注意到：一带电粒子的极大加速度的这个表达式中，电荷并未包括在内。这里是用与自旋有关联的 Planck 常数来代替。

也可以考虑时空中的一条具有挠率的路径的非闭合性来得到极小长度，即

$$l^a = \oint Q_{\mu\nu}^a \alpha A^{\mu\nu} \neq 0 \quad (5)$$

(其中 $dA^{\mu\nu} = dx^\mu \wedge dx^\nu$ 是由回路所围成的面积微元) 在一条闭合的无穷小路径上的线积分不等于零；这种非闭合性可以认为是时空中有缺陷(物质)，类似于晶体中有位错(杂质)的几何描述，这样可构筑一条通往引力量子化的途径，事实上，挠率与内禀的自旋有关，并且，如果将挠率与内禀自旋的基本长度单位 \hbar 联系起来，就会发现时空拓扑的缺陷应在 Planck 长度的倍数处出现，因此可以将此规律写成 $\oint Q dA = n(\hbar G/c^5)^{\frac{1}{2}}$ ，当 $n=1$ 时，它给出了时间的一个极小单位 $\neq 0$ ，因此极小长度和极小时间都由挠率所确定。

今指出如何确定 a_{\min} ：从 Einstein - Cartan 理论的一个精确解得到由挠率引起的加速度公式

$$\ddot{R} = G^2 S^2 / c^4 R^5 \quad (6)$$

利用这一关系式(微分方程)可以同时得到 a_{\max} 和 a_{\min} ，对于 a_{\max} ，利用 $S \approx \hbar$ 和 $R_{\min} \approx (\hbar G/c^3)^{\frac{1}{2}}$ ，将 $R_{\min} \approx (\hbar G/c^3)^{\frac{1}{2}}$ 代入(6)式，就得到

$$(\ddot{R})_{\max} \doteq a_{\max} \doteq G^2 \hbar^2 / c^4 (\hbar G/c^3)^{\frac{5}{2}} = c^{\frac{7}{2}} / (\hbar G)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

这与前面的表述是一致的。

在上述方程中关于 a_{\min} ，Sabbata 援引了一些宇宙学常数。关于 S, Sabbata 在其早期文献[13] - [14] 中已指出，宇宙的总自旋系由含有挠率的一个宇宙解给

出，为

$$S_u = 10 \cdot 0^{120} \hbar \quad (8)$$

这与在 Gödel 宇宙中所发现的是一致的，并且蕴涵宇宙的旋转，是介于背景辐射的各向同性的限制之间。对于极大半径 R ，即 $R = R_H$ ，Hubble 半径，由(6)，(7)式有

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= Q_{\min} = G^2 S_u^2 / c^4 R_H^5 = \\ &[c^{\frac{7}{2}} / (\hbar G)^{\frac{1}{2}}] (S_u / \hbar)^2 (L_{pl} / R_H)^5 = \\ &a_{\max} (S_u / \hbar)^2 (L_{pl} / R_H)^5 \approx 10^{-8} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \quad (9) \end{aligned}$$

这与 MOND 所假设的是一致的。

由此可见， a_{\max} 和 a_{\min} 都是基于挠率的 Einstein - Cartan 理论的一个精确解所推出的结果^[15]。

为了看出(9)式与 $a_{\min} = cH_0$ 恒等，只须对与 a_{\max} 和 a_{\min} 有关的极大温度和极小温度进行估计，首先注意到，极小运行可确定的温度为

$$T_{\min} = \hbar G / k_B R_H \quad (10)$$

其中极大背景尺度 R_H 为 Hubble 半径。

值得指出：这个极小温度是与极小加速度 a_{\min} 有联系的，这是挠率效应的结果。

事实上另外一个熟悉的结果是在匀加速 a 状态中，一个观测者发现他自己在洗温度为

$$T = \hbar a / \hbar_B c \quad (11)$$

的热洗澡。这样一来如将 a_{\min} 代入(11)式，就会得到极小温度为

$$T_{\min} = \hbar a_{\min} / k_B c \quad (12)$$

将关于 a_{\min} 的方程(9)代入方程(12)

$$\begin{aligned} T_{\min} &= \hbar a_{\min} / k_B c = \hbar c a_{\min} / k_B c^2 = \\ &(\hbar c / k_B) (a_{\min} / c^2) = \hbar c / k_B R_H \quad (13) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } R_H = c^2 / a_{\min} = \frac{c^2}{G^2 S_u^2 / c^4 R_H^5} = \frac{c^6 R_H^4}{G^2 S_u^2} R_H = R_H$$

$$c^6 R_H^4 = G^2 S_u^2$$

$$G^2 S_u^2 = G^2 (10^{120} \hbar)^2 = G^2 10^{240} \hbar^2,$$

$$c^6 R_H^4 = (3 \cdot 10^5)^6 R_H^4 = 3^6 \cdot 10^{30} R_H^4,$$

$$3^6 \cdot 10^{30} R_H^4 = G^2 10^{240} \hbar^2, 3^6 R_H^4 = G^2 10^{210} \hbar^2,$$

$$3^3 R_H^2 = G \hbar \cdot 10^{105},$$

$$R_H = \frac{1}{\sqrt{27}} 10^{52.5} G^{\frac{1}{2}} \hbar^{\frac{1}{2}}$$

方程(13)与方程(10)一样，由方程(11)有

$$a = k_B c T / \hbar$$

从而可将 a_{\min} 表示为

$$a_{\min} = k_B T_{\min} c / \hbar \quad (14)$$

因此将方程(14)右端的 T_{\min} 用方程(13)右端进行替换，并利用 $R_H = c/H_0$ ，于是就得到

$$a_{\min} = k_B T_{\min} c / \hbar =$$

$$k_B (\hbar c / k_B) R_u \cdot c / \hbar = c^2 / R_H = c^2 \frac{H_0}{c} = c H_0$$

即 $a_{\min} = c H_0$

这正是 MOND 所要求的公式。

这样 Sabbata 创造性运用推广了的 Einstein - Cartan 广义相对论, 十分巧妙地引入了与挠率有内在联系的内禀自旋, 不涉及暗物质而殊途同归地得到 MOND 所要求的结果。

参考文献:

- [1] (美) 杰勒密·伯恩斯坦著. 爱因斯坦与物理学的边疆 [M]. 任东升译, 天津: 百花文艺出版社, 2001, 200.
- [2] 段绍光. 广义相对论在实时空中的引力量子化的新进展 [J]. 重庆大学学报 (自然科学版), 2002, 25 (1): 109 - 112.
- [3] BEKENSTEIN J D, MILGROM M, SANDERS R H. Comment on "the Bright Side of Dark Matter" [J]. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 1 346.
- [4] MILGROM M. The virial theorem for action - governed theories [J]. Phys. Lett., 1994, A190, 17 - 21.
- [5] MILGROM M. Dynamics with a non-standard inertia-acceleration relation: an alternative to dark matter [J]. Ann Phys. 1994, 229: 384 - 415.
- [6] SANDERS R H. Cosmology with Modified Newtonian Dynamics (MOND) [J]. Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 1998, 296: 1 009 - 1 018.
- [7] BOTTEMA R, JOSE L G, ROTHBERG B, SANDERS R H.

- MOND rotation curves for spiral galaxies with Cepheid-based distances [J]. Astron. Astrophys, 2002, 393: 453 - 460.
- [8] SANDERS R H. A Stratified framework for scalar-tensor theories of Modified Dynamics [J]. Astrophys. J., 1997, 480: 492 - 502.
- [9] BEKENSTEIN J D, SANDERS R H. Gravitational Lenses and Unconventional Gravity Theories [J]. Astrophys. J., 1998, 490: 539 - 583.
- [10] ELIZONDO D, YEPES G. Can Conformal Weyl Gravity be considered a Viable Cosmological Theory? [J]. Astrophys. J., 1994, 428: 17 - 20.
- [11] SABBATA V, RONCHETTI L. A Hamiltonian Formulation of Gravitational Theory that Allows One to Consider Curvature and Torsion as Conjugate Variables [J]. Found. of Phys., 1999, 29 (7): 1 099 - 1 117.
- [12] SABBATA V, GASPERINI M. Introduction to Gravitation [M]. (World Scientific, Singapore), 1985, 286 - 289.
- [13] SABBATA V. Gravitational Measurements. Fundamental (Metrology and Constants) [M]. SABBATA V. and MELNIKOVA V. N., eds. (Kluwer Academic, Dordrecht) 1980, NATO ASI Series, 230, 115.
- [14] SABBATA V. Is it dark matter necessary to explain galaxy rotation curves? [A]. Proceedings of the first International Symposium on Cosmic Rays Physics in Tibet (ISCRP - I) [C]. Lhasa, China, 1994, 472 - 478.
- [15] ALEKSEEV G A, GRIFFITHS J B. Infinite Hierarchies of Exact Solutions of Einstein and Einstein-Maxwell Equations from Interacting waves and Inhomogeneous Cosmologies [J]. Phys. Rev. Lett. 2000, 84 (23): 5 247 - 5 250.

Explanation for Galaxy Rotation Using General Relativity Theory Plus Torsion

DUAN Shao-guang

(College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Professor Venzo de Sabbata is a famous Italian physicist in the world. He is engaged with a series of creating research works about the general relativity theory applying to astrophysics, and achieves glorious successes. The author pays attention to his works in this field, especially his paper titled "Is it dark matter necessary to explain galaxy rotation curves?" In order to coincide with the astrophysical observations, Milgrom adopted a new fundamental acceleration a_0 to modify the Newtonian Dynamics (MOND). Meanwhile Sabbata explored another approach wisely by introducing the innate related torsion with intrinsic spin of the particle into the general relativity theory, and showed penetratively that without use of dark matter for explanation, the fundamental accelerations a_{\max} and a_{\min} will be derived from the quantum effect yielded by the torsion. They are the nice results which can be derived from an accurate solution of the related equations in the Einstein-Cartan general relativity theory.

Key words: general relativity theory; torsion; spin; galaxy; dark matter; astrophysics

(编辑 吕赛英)