

文章编号:1000-582X(2004)11-0015-03

# 理论平面过约束分析及无过约束自调结构设计\*

安培文<sup>1</sup>,邵金龙<sup>1</sup>,黄茂林<sup>2</sup>

(1. 宁夏大学 机械学院, 宁夏银川 750021; 2. 重庆大学 机械学院, 重庆 400030)

**摘要:**给出空间平面过约束和理论平面过约束的定义,分析了这两种过约束对机构误差的敏感特性,提出存在理论平面过约束机构的过约束分析方法,得到该类机构存在的过约束的数量和类型,从而为消除或减小该类机构过约束影响指明了方向。在此基础上,提出了该类机构的无过约束自调结构的设计方法。

**关键词:**平面连杆机构;理论平面过约束;空间平面过约束;自调结构

**中图分类号:**TH112

**文献标识码:**A

对于一般的平面连杆机构的过约束分析,已有不少文献对其进行了研究,提出了多种机构过约束的分析方法,得到了一般平面连杆机构中存在的过约束数量和类型<sup>[1-6]</sup>。但是,对具有重复结构的、机构结构参数存在某些特殊几何条件要求的平面连杆机构(如平行四边形机构、椭圆仪机构等)的过约束的分析计算与设计方法以及对其过约束存在的必然性及其对机构工作品质的影响等的研究还甚少,因而造成其无过约束自调结构设计的经验性和盲目性。为此,作者以平行四边形为例,对该类机构的过约束的分析计算进行了分析研究,得到其存在的过约束数量和类型,从而为消除其过约束的措施的采用指明了方向,进而提出该类机构的无过约束自调结构的设计方法。

为方便起见,首先给出空间平面过约束和理论平面过约束的定义。

## 1 空间平面过约束和理论平面过约束的定义

1)空间平面过约束。在如图1所示的平面四杆机构中,若ABCD 4个转动副中的所有运动副元素的轴线都相互平行,并都垂直于运动平面,则称之为理想平面机构。由理论平面机构的结构公式即切贝舍夫公式<sup>[3]</sup>可计算出其过约束为  $q_p = F + 2p_L - 3n = 1 - 3 \times 3 + 2 \times 4 + 0 = 0$ ,即机构不存在过约束。但是,由于不可避免的制造、安装误差及其他因素的影响,平面机构在某种程度上也是空间机构,因此,其过约束数可以按

马雷舍夫公式计算为  $q = 1 - 6 \times 3 + 5 \times 4 = 3$ ,分别为一个移动过约束和两个转动过约束<sup>[1,2]</sup>。由于这3个过约束是将平面机构视为空间机构时获得的,因此将其称为空间平面过约束。显然,这种过约束对机构性能的影响主要与运动副的形位误差有关,也就是说空间平面过约束是对运动副元素的形位误差敏感的。

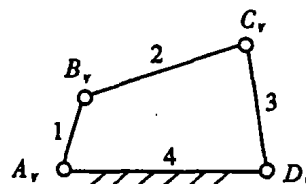


图1 平面四杆机构

2)理论平面过约束。如图2(a)所示的平行四边形机构,为增加其刚度和机构运动的确定性,或为了获得多个等速同向的输出运动而采用了如图所示的机构结构型式。其中,由EF杆所提供原自由度为1的平行四边形机构ABCD的约束,当满足  $EF // AB, BE // AF$  的条件下,是不影响原平行四边形机构的自由度和运动规律的,是人为加上去的,故可知它是一个过约束。它可以通过理论平面机构的结构公式计算出来,即其过约束数为:  $q_p = F + 2p_L - 3n = 1 + 2 \times 6 - 3 \times 4 = 1$ 。由于该过约束是理论上的平面机构中就存在的过多约束,因此将其称为理论平面过约束。它在设计时是基于平面机构的,它的形成是由于采用重复结构的运动链。所谓“重复结构”是指运动副相同,新形成的

\* 收稿日期:2004-07-10

基金项目:国家自然科学基金项目(50075087)

作者简介:安培文(1964-),男,山西平遥人,宁夏大学教师、工学博士,主要从事机械自调结构及机构学的研究。

闭合回路的构件尺寸和特性与原有基本机构相同。图2(a)~(c)即是这种理论平面过约束结构的典型。在原 $ABCD$ 基本机构回路基础上,按照上述要求,加入了构件4和两个 $E$ 、 $F$ 平面低副,形成了形状和尺寸与原基本回路相同的新回路 $ABEF$ 或 $AEFD$ 这样重复结构的运动链。另外,从平面运动链结构的角度,可以更简单认为加入的是一个构件、两个低副,计算其过约束数为: $q_p = 2p_L - 3n = 2 \times 2 - 3 \times 1 = 1$ 。这一分析方法简单,并对如何加入这一个平面过约束时可以方便应用,但却没有能表明这类过约束结构设计的根本特征,也不足以说明这种过约束对尺寸误差敏感的实质及其应该注意控制的尺寸精度的数量。其成为过约束的实质是:例如图2(a),要求原平行四边形机构连杆上 $E$ 点的轨迹(为以 $AB$ 或 $CD$ 为半径的圆),必须精确的全等于以 $F$ 为中心,以 $EF$ 为半径的圆,否则,该机构就真的不能动,成为超静定结构。而这两个轨迹的一致是依靠 $AB = CD = EF$ , $BC = AD$ , $BE = AF$ 这一特殊的结构尺寸要求来实现的,即是要依靠这7个尺寸参数的精度。其中任何一个尺寸不能精确的满足上述条件,理论上均会造成运动障碍或使某些构件产生强制变形,所以这类过约束结构要求高的机构尺寸精度。对图2(b)、(c)的结构同理可找到7个必须精确满足一定要求的尺寸精度。

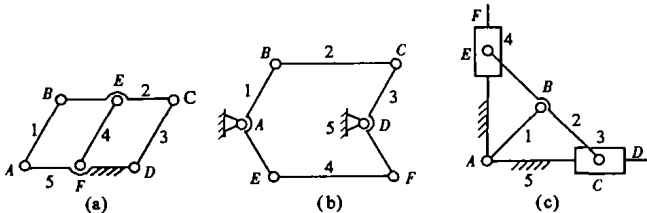


图2 存在理论平面过约束的机构

由上可知,具有重复结构的平面机构中,除了具有对尺寸误差敏感的理论平面过约束外,在整个机构中仍然还存在着对运动副轴线形位误差敏感的空间平面过约束,说明这类机构既对运动副元素轴线的形位误差敏感,同时又对若干尺寸误差敏感。要消除这种机构的过约束的不利影响较一般平面机构更加困难。

## 2 存在理论平面过约束机构的过约束分析

已有的过约束分析方法,都是建立在空间平面过约束这种类型的过约束基础上的,是以满足平面约束条件、对运动副的形位误差敏感为基础的,它无法反映以“尺寸”或“运动规律”的约束为基础的理论平面过约束的特点。因此,用已有的方法来分析如图2所示的存在理论平面过约束机构的所有过约束,并据此来采取消除过约束的措施是不合适的。例如,对图2(a)所示的平行四边形机构,采用前述方法进行过约束分析,即仅仅从运动副类型和封闭回路为依据来进行分

析,则可知其自由度 $F = 1$ ,回路数 $k = 2$ ,运动副数 $p_V = 6$ ,按阿诺尔公式计算其过约束数为<sup>[1,2]</sup> $q = F + 6k - f = 1 + 6 \times 2 - 6 = 7$ ,即有7个过约束;而一般的自由度 $F = 1$ 的双回路机构,其构件数为6,运动副数 $p_V = 7$ ,则 $q = F + 6k - f = 1 + 6 \times 2 - 7 = 6$ ,即过约束数为6。之所以出现这样的差别,其原因为:

1)具有理论平面过约束的机构,若仅从运动链的结构而言,其构件数与运动副数的关系并不是真正意义上的自由度为1的机构,其自由度应为0。在计算时令其自由度为1,主要是建立在特殊尺寸条件的结构基础上的,而马雷舍夫公式和阿诺尔并未反映“尺寸约束”这一特征。

2)产生不影响其自由度的过约束的依据是不同的,前者是由特殊尺寸条件而使运动规律一致性的重复;而后者是与具体尺寸无关的约束类型及性质上的重复。

3)从机构拓扑关系可知,要形成双回路,必须有两个3元素杆。而图2(a)中的双回路的形成不是按自由度为1的6杆(构件)结构公式所确定的有两个3元素杆,而是在一个单回路机构的基础上,按照特殊的尺寸关系,加上一个2元素杆(即具有2个V级副的一个构件)后而产生的两个3元素杆。该机构结构相当于增加一个2元素杆后而形成的、结构自由度为零的双回路运动链。

根据对以上的结构及过约束形成机理的分析可见,存在理论平面过约束的机构中的过约束分析,应分别按两类不同性质的过约束(即理论平面过约束和空间平面过约束)来进行分析,并应采取不同的自调结构来消除其过约束对不同误差的敏感。例如,图2(a)所示机构其过约束应包括:

1)自由度为1的四杆单回路中的过约束,即空间平面过约束。其自由度 $F = 1$ ,回路数 $k = 1$ ,运动副数 $p_V = 4$ ,按阿氏公式计算为 $q_{kp} = F + 6k - f = 1 + 6 \times 1 - 4 = 3$ 。即为前述的空间平面过约束

2)运动规律(一般为点的轨迹)一致的过约束。其运动轨迹的表达一般可用函数表示,可见其独立变量为1个,故其过约束数也应为 $q_p = 1$ 。即为前述的理论平面过约束。

由此可见,这类平面连杆机构由于其形成双回路的机理与一般结构自由度为1的双回路机构不同,它包含了两类不同性质的过约束,即3个空间平面过约束和1个理论平面过约束,因此,其过约束数应为: $q = q_{kp} + q_p = 3 + 1 = 4$ 。

## 3 存在理论平面过约束机构的无过约束自调结构设计

由上述分析可以看出,该类机构的理论平面过约束为一个定长约束。当然也可以反过来描述:杆长 $EF$

要始终保持等于连杆点  $E$  到机架上  $F$  点的距离。当出现杆长误差时,其过约束的消除可以采取如下措施: 1) 可以将  $EF$  杆作成一变杆长; 2) 采用其它可实现自动适应尺寸误差的、具有局部调整自由度的结构,同时仍能保证其实现原有的输出运动要求,这样整个机构实际上变为一个具有局部调整自由度的二自由度系统,然后再按此系统来考虑其过约束的消除措施。以图 3(a) 所示的平行四边形机构为例,其具体方法如下。

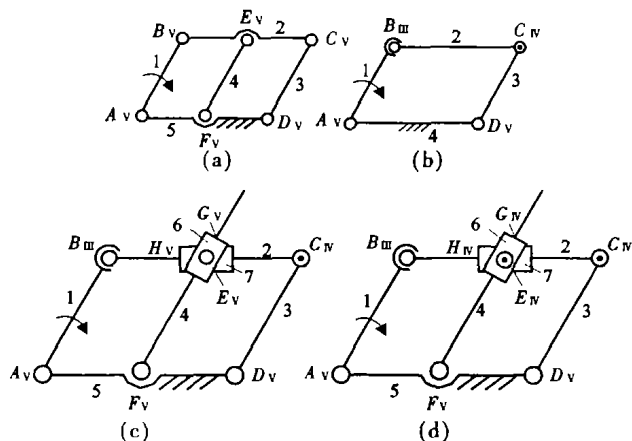


图 3 存在理论平面过约束机构的过约束消除

首先,消除图 3(a) 中基本回路  $ABCD$  中的 3 个空间平面过约束。根据文献[2]提出的无过约束机构的设计原理可知,该基本回路的无过约束自调结构之一如图 3(b) 所示。其次,消除该机构中的理论平面过约束(即对尺寸误差敏感的过约束)。为了消除对尺寸误差敏感的该理论平面过约束、同时保持图 3(a) 所示的原机构具有两个等速同向回转输出的要求,可以在  $E$  处增加  $G, H$  两个 V 级移动副,如图 3(c) 所示。这样原机构的自由度变为:  $F = 3 \times 6 - 2 \times 8 = 2$ , 即成为一个 2 自由度的系统,其中 1 个自由度为局部调整自由度。然后,再消除增

加部分的过约束即可。由图 3(c) 可以看出,由于增加了  $G, H$  两个 V 级移动副,而形成了一个含  $FGEH$  的新的回路。仿照上述消除基本回路  $ABCD$  中过约束的方法,容易得到其结果如图 3(d) 所示。

至此,整个机构中的所有过约束(包括空间平面过约束和理论平面过约束)都得以消除,最终得到的无过约束自调机构如图 3(d) 所示。

上述消除过约束的方法具有一般的指导意义,对于如图 2 中所示的其它存在理论平面过约束的机构均可采用。

## 4 结论

1) 存在理论平面过约束的机构既存在空间平面过约束,又存在理论平面过约束,说明这类机构既对运动副元素轴线的形位误差敏感,同时又对若干尺寸误差敏感,要消除这类机构的过约束的不利影响较一般平面连杆机构更加困难。

2) 消除该类机构的过约束后,机构一般会变为一个具有局部调整自由度的二自由度系统。

## 参考文献:

- [1] РЕЩЕТОВ Л. Н. Самауставляющиеся механизмы [M]. Москва: Машиностроение, 1985.
- [2] 安培文. 平面连杆机构的过约束及自调结构的分析与设计研究[D].: 重庆大学, 2003.
- [3] К В 弗罗洛夫著. 机械原理[M]. 张作毅, 张永安, 金孚文, 等译. 北京: 高等教育出版社, 1997
- [4] 安培文, 黄茂林. 平面连杆机构的自调及其允差的分析研究[J]. 中国机械工程, 2002, 13(23): 2 040 - 2 044.
- [5] 安培文, 黄茂林. 平面机构过约束分析方法的综合应用[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2002, 25(5): 21 - 23.
- [6] 安培文, 黄茂林. 平面闭链机构中过约束分析的研究与应用[J]. 机械设计, 2002, 7: 18 - 22.

## Analysis of Theoretical-plane-overconstraint and Synthesis of Self-adjusting Structures Without Overconstraint

AN Pei-wen<sup>1</sup>, SHAO Jing-long<sup>1</sup>, HUANG Mao-lin<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750021, China;  
2. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** The authors define spacial - plane - overconstraint and theoretical - plane - overconstraint, and analyze sensitivity of the two kinds of overconstraints to errors of mechanisms with theoretical - plane - overconstraint. An analysis method of the overconstraints of the mechanisms is present, and the overconstraint numbers and its characteristic is obtained. The analysis results are useful of designing for self - adjustable mechanisms without overconstraint. With this understanding, a synthesis method of self - adjusting structures without overconstraint is given.

**Key words:** planar mechanisms; spacial-plane-overconstraint; theoretical-plane-overconstraint; self-adjusting structures