

文章编号:1000-582X(2004)11-0077-03

塑性耗散功的强化描述及其应用*

皮文丽, 彭向和

(重庆大学 资源及环境科学学院, 重庆 400030)

摘要: 变形材料内部存在各种微缺陷及其残余微应力场, 贮存于这些微应力场中的能量对后续塑性变形有着重要的影响。注意到在非比例循环过程中不同应变路径下的塑性耗散能量间存在明显的差别, 提出了基于塑性耗散能量的非比例度及强化函数, 将其嵌入所得到的非经典本构理论, 得到了描述金属材料非比例循环塑性的一种非经典本构模型, 发展相应的算法和程序, 对奥氏体 304 不锈钢的非比例循环塑性进行了分析, 得到了与实验较为一致的结果。

关键词: 非经典塑性理论; 强化; 非比例循环塑性

中图分类号: TG142.71 O733.9

文献标识码: A

自 70 年代以来, 非比例循环塑性的研究一直是固体力学的研究热点之一, 这对经历恶劣载荷条件的结构和部件的应力分析和寿命预测具有重要意义^[1-3]。为描述材料在非比例循环加载下的响应特性, Benallal 和 Marquis 在实验分析的基础上提出了用应力速率和塑性应变率间的夹角来描述非比例度, 即 $A = ds \cdot de^p / ||ds|| ||de^p||$, 较好地描述了非比例强化^[4]。但该描述为基于对试验结果分析的唯象描述, 其物理背景有待于进一步深入研究。分析表明, 在非比例循环过程中不同应变路径下的塑性耗散能量间存在明显的差别, 即塑性耗散能量对应变路径具有明显的依赖性。本文提出了基于塑性耗散能量的非比例度及强化函数, 并将其嵌入非经典塑性本构模型, 发展相应的算法和程序。对 304 不锈钢在典型非比例路径下的响应进行了系统的分析, 与实验结果^[5,6] 的比较表明了良好的一致性。

1 本构模型

采用如图 1 所示的由塑性滑块和弹簧组成的简单机械模型(如图 1)^[3], 其中第 r 种滑移耗散机制用由塑性阻尼器 b_r (其塑性阻尼系数为 b_r) 和弹簧 E_r (其弹簧系数为 E_r) 组成的第 r 条支路来描述, 贮存于弹簧 E_r 中的能量对应于贮存于材料内部残余微应力场中的能量, 而阻尼器的任何运动满足耗散不等式 $Q^{(r)}: dp^{(r)} \geq 0$ 。对于初始各向同性和塑性不可压缩材料,

在等温和小变形条件下, 由图 1 可得:

$$Q^{(r)} = E_r(e^p - p^{(r)}) \quad (1)$$

$$e^p = e - e^e = e - s/2\mu \quad (2)$$

式中 e, e^e 和 e^p 分别为偏应变及其弹性和塑性部分, s

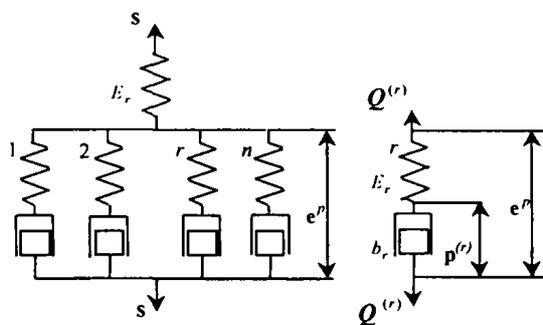


图 1 滑移系本构关系的简单机械模型

为偏应力, $p^{(r)}$ 为第 r 个内变量, $Q^{(r)}$ 为与第 r 个内变量 $p^{(r)}$ 对应的广义力, μ 为剪切弹性模量。 $Q^{(r)}$ 可进一步表示为^[7]:

$$Q^{(r)} = b_r \frac{dp^{(r)}}{d\zeta} = b_r^0 f \frac{dp^{(r)}}{d\zeta} \quad (3)$$

其中 f 为强化函数, 与材料特性及塑性变形历史相关, 为广义时间, 由下式决定

$$d\zeta = ||de^p|| \quad (4)$$

联立式(1)与式(3)可得^[7]

$$\Delta Q^{(r)} = k_r (E_r \Delta e^p - \alpha_r Q^{(r)} \Delta \zeta) \quad (5)$$

* 收稿日期: 2004-07-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(10272119), 教育部“跨世纪优秀人才基金”项目

作者简介: 皮文丽(1979-), 女, 人, 重庆大学博士研究生, 主要从事固体力学方面的研究工作。

式中:
$$dz = d\zeta/f, k_r = \frac{1 - e^{-\alpha_r \Delta z}}{\alpha_r \Delta z} \quad (6)$$

由 $ds = \sum dQ^{(r)}$ (见图1), 可得本构方程的如下增量形式^[7]

$$\Delta s = A \Delta e^p - Q \Delta z \quad (7)$$

式中: $A = \sum_{r=1}^n k_r E_r, Q = - \sum_{r=1}^n k_r \alpha_r Q^{(r)}, \alpha_r = \frac{E_r}{b_0}$

2 强化函数

2.1 强化函数的演化

非比例循环塑性中, 材料强化表示为^[8]:

$$f = f_1 f_2 \quad (8)$$

f_1 和 f_2 分别对应与塑性应变幅值相关的附加强化和与加载方向改变相关的交错强化。

由于材料的宏观强化行为主要依赖于材料的微观组织结构及其变化, f_i 的演化应与当前的强化状态 f_i 和材料在给定加载条件下的饱和强化相联系, 本文采用如下简单形式^[8]:

$$df_i/dz = \beta_i (d_i - f_i) \quad (9)$$

其中: d_i 是 f_i 的饱和值, β_i 表示 f_i 趋近于 d_i 的速率。 d_1 与非强化区域的大小有关^[8]。在比例循环加载条件下, $f_2 = 1$, 对式(9)积分得:

$$f = f_1 = d_1 - (d_1 - 1)e^{-\beta_1 z} \quad (10)$$

这正是饱和形强化函数表达式^[9]。

2.2 强化函数 f_2

计算表明, 非比例循环加载过程中的耗散与比例循环加载有明显区别, 这可归因于非比例循环加载过程卷入了较强的与材料微结构如位错的缠结与割阶等相关的残余微应力场。为此引入如下定义的非比例度

$$A = \frac{\int \sigma \cdot dep}{C \cdot \zeta} \quad (11)$$

其中分子为累积塑性功, 是与比例加载条件下的应力幅值相关的材料常数。

采用如下定义的 d_2 可将式(10)定义的非比例度引进强化因子 f_2 (见式(8))

$$d_2 = 1 + c_2 (A - 1)^{\gamma_2} \quad (12)$$

其中 c_2, γ_2 和为材料参数。

2.3 计算与验证

在对塑性应变控制加载过程的数值分析中, 通常使用式(5)的如下递推形式^[10]

$$Q_{\dot{y}}^{(r)}(z) = Q_{\dot{y}}^{(r)}(z_n) e^{-\alpha_r \Delta z_n} + \frac{E_r}{\alpha_r} \frac{\Delta e_{\dot{y}}^p}{\Delta z_n} (1 - e^{-\alpha_r \Delta z_n}) \quad (13)$$

求应力响应。

拟利用上述模型及相应算法对 304 不锈钢在二维

典型塑性应变路径下的响应进行分析。根据 Tanka^[5,6] 等的实验结果, 确定了相关的材料参数(见表1)。

表1 材料常数

$E_{1,2,3}/\text{MPa}$	$1.2 \times 10^6, 5.16 \times 10^4, 1.0 \times 10^4$
$\alpha_{1,2,3}$	$9.8 \times 10^3, 6.74 \times 10^2, 8.87 \times 10 c_{1,2} 1.10, 0.60$
$c_{1,2}$	1.10, 0.60
$\beta_{1,2}$	20, 100
d_1	1.10
μ, ν	7000, 0.3

图2(a)为材料在不同塑性应变幅值的对称拉压循环中应力响应的计算结果, 它较好的描述了实验现象^[5,6]。

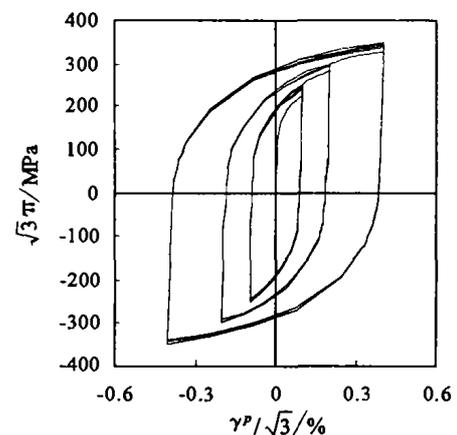
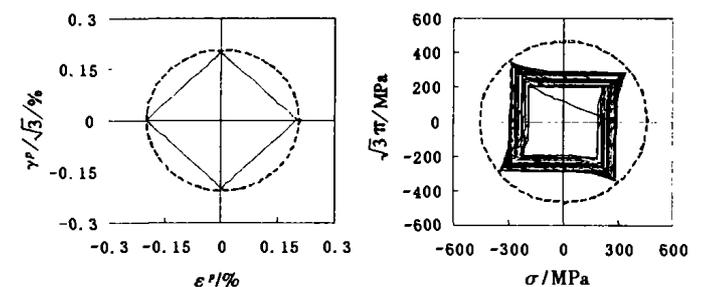


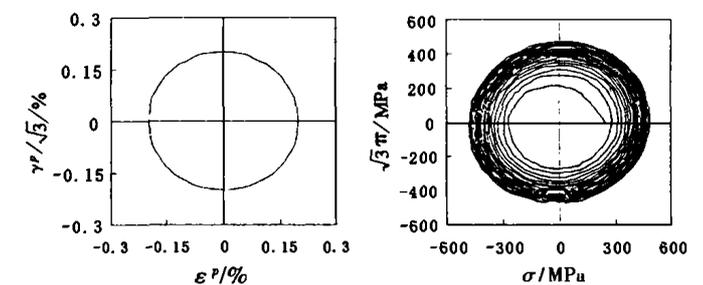
图2 塑性应变控制循环拉压下的响应

在二维复杂循环塑性应变路径下, 通常将应变路径的最小外接圆半径定义为循塑性环应变幅值 ϵ_a^p 。



(a) $\epsilon^p - \gamma^p/\sqrt{3}$ 平面上的应变路径 (b) $\sigma - \sqrt{3}\tau$ 平面上的应力路径

图3 沿 $\epsilon^p - \gamma^p/\sqrt{3}$ 平面上方形路径循环时的应力响应



(a) $\epsilon^p - \gamma^p/\sqrt{3}$ 平面上的应变路径 (b) $\sigma - \sqrt{3}\tau$ 平面上的应力路径

图4 $\epsilon^p - \gamma^p/\sqrt{3}$ 平面上圆形路径循环时的应力响应

图3和图4分别描述了在 $\epsilon^p - \gamma^p/\sqrt{3}$ 平面上的方形和

圆形路径下的应力响应,其中图3(a)和图4(a)分别

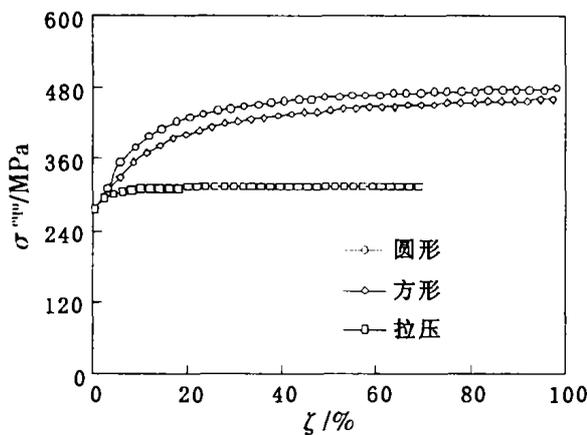


图5 不同循环塑性应变路径下材料的等效应力幅值 σ_{equ} 随累积塑性应变 ζ 的变化

为计算采用的塑性应变路径,图3(b)和图4(b)分别为计算得到的应力轨迹。计算结果与实验结果在定性和定量上都吻合得很好。图5为 $\varepsilon_a^p = 0.2\%$ 时在以上三种典型塑性应变路径下的等效应力 σ_{equ} 随累积塑性应变 ζ 变化,它与试验结果^[5,6] 符合的很好。

3 结论

非比例循环过程中不同应变路径下金属材料的塑性耗散能量间存在明显的差别,据此提出了基于塑性耗散能量的非比例度及相应的强化因子,将其嵌入所得到的非经典本构模型,得到了金属材料非比例循环塑性的本构描述。对304不锈钢的非比例循环塑性进行了分析,得到了与实验较为一致的结果。

参考文献:

- [1] KREMPL E. The Influence of State of Stress on Low - Cycle Fatigue of Structural Materials[J]. ASTM STP, 1974;549.
- [2] BROWN MW, MILLER K J. Two Decades of Progress in The Assessment Of Multiaxial Low - cycle Fatigue Life, Low Cycle Fatigue and Life Prediction [J]. ASTM STP770, 1982:482 - 499.
- [3] FASH JW. Fatigue Life Estimates for a Simple Notched Component under Biaxial Loading [J]. ASTM STP, 1985;853.
- [4] BENALLEL A, MARQUIS D. Constitutive Equation for Nonproportional Cyclic Elastoplastic Viscoplasticity [J]. J Engng Mat Tech, 1987; 326 - 336.
- [5] TANAKA E. Effects of Straining Path Shapes on Nonproportional Cyclic Plasticity[J]. J Mech Phys Solids, 1985, 33(6): 559 - 575.
- [6] TANAKA E. Effects of Straining Amplitude on Nonproportional Cyclic Plasticity[J]. Acta Mech, 1985, 57; 167 - 182.
- [7] PENG X, FAN J. A Numerical Approach for Nonclassical Plasticity[J]. Computers & Structures, 1993, 47(2): 313 - 320.
- [8] FAN JINGHONG, PENG XIANGHE. A physically based constitutive description for nonproportional cycle plasticity [J]. I Engng Mat Tech, 1991, 113; 254 - 262.
- [9] WU H C, YANG R J. Application of the Improved Endochronic Theory of Plasticity to Loading with Multiaxial Strain Path[J]. Int J Nonlinear Mech, 1983, 18; 395 - 408.
- [10] VALANIS K C, FAN J. A Numerical Algorithm of Endochronic Plasticity with Experimental Verification, Computers and Structures, 1984, 19(5/6): 717 - 724.

Dissipative Energy Based Description for Hardening and Its Application to Non-proportional Cyclic Plasticity

PI Wen-li, PENG Xiang-he, LI Wei-guo

(College of Resource and Environmental Science, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: The heterogeneous nature of metallic materials result in residual microstress fields during plastic deformation. The energy stored in the residual microstress fields affects the subsequent plastic deformation. Based on this concept, a nonclassical constitutive model is developed. On the other hand, it is found that there exists difference of dissipative plastic energy between different plastic strain paths. A dissipative plastic energy based hardening parameter is proposed and introduced into the hardening function, which is then embedded in the non-classical constitutive model. The stress responses of 304 stainless steel subjected to biaxial non - proportional loading are analyzed and the results coincide well with the experimental results.

Key words: non-classical theory of plasticity; hardening; non-proportional cyclic plasticity