

文章编号:1000-582X(2004)01-0066-03

# 高耸结构非 Gauss 风载响应分析\*

王仲刚<sup>1,2</sup>,程 华<sup>1</sup>,邓洪洲<sup>2</sup>

(1. 后勤工程学院土木系,重庆 400041;2. 同济大学建工系,上海 200092)

**摘 要:**考虑风载中脉动风速平方项的影响,推导了非 Gauss 风载的前四阶矩函数;基于 Fourier 变换由风载谱密度求得结构风振响应的四阶中心矩,通过 Gram-Charlier 渐进展式来确定结构响应的一维概率密度分布;利用时域分析的相关函数检验了位移和速度响应相互独立性假设的合理性,进而构造出响应的联合概论密度,给出了一种非 Gauss 风载下分析高耸结构风振响应的方法;对 Gauss 和非 Gauss 风载模型下高耸结构风振响应及其动力可靠性受阻尼、地貌类别的影响进行了参数研究。

**关键词:**动力响应;高耸结构;非 Gauss;风载模型

**中图分类号:**TU311.2;TU311.3;TU312+.1

**文献标识码:**A

对于烟囱、通讯塔等高耸结构,风振响应在结构总的反应中占有相当的比重,研究这类结构风振响应的分析方法无疑十分重要。目前,高耸结构的风振响应分析一般基于 Gauss 风载模型<sup>[1-2]</sup>,即忽略风载中脉动风速平方项的影响。虽然采用 Gauss 风载易于进行结构响应分析,但却可能导致计算结果产生较大误差<sup>[3]</sup>。Mazelsky<sup>[4]</sup>最先拓展了功率谱方法,将其应用于求解线性系统的非 Gauss 响应;Grigoriu<sup>[5]</sup>、V. Gusella<sup>[6]</sup>基于欧洲规范 Eurocaod I 研究了非 Gauss 风载下线性系统的风振响应。

笔者基于功率谱方法,推导了非 Gauss 风载的四阶谱密度函数;利用结构的风振响应矩,通过 Gram-Charlier 渐进展式确定响应的一维非 Gauss 概率密度分布;基于位移和速度响应相互独立性假设,研究了 Gauss 和非 Gauss 风载下参数条件对高耸结构风振响应分析的影响。

## 1 非 Gauss 风载模型

不考虑结构与风之间的耦合作用以及旋涡的影响,节点  $i$  处作用的风载<sup>[2]</sup>,

$$F_i = \frac{1}{2} \gamma_0 \mu_s A_i V_i^2 = c_i V_i^2 = c_i \bar{V}_i^2 + 2c_i \bar{V}_i v_i + c_i v_i^2 \quad (1)$$

式(1)中  $V_i$ 、 $\bar{V}_i$  是高度  $z_i$  处的瞬时和平均风速;脉动风速  $v_i$  为零均值平稳 Gauss 过程; $A_i$  是节点  $i$  处迎风面积, $\mu_s$  是结构风压体型系数。

当考虑了式(1)中  $c_i v_i^2$  项的影响后,风载不再是 Gauss 过程,需要通过  $F_i$  的各阶统计矩才能确定其概率结构。风载均值、脉动风载分别为,

$$\begin{aligned} \bar{F}_i &= E[F_i] = c_i \bar{V}_i^2 + c_i E[v_i^2] = c_i \bar{V}_i^2 + c_i \sigma_v^2 \\ f_i &= F_i - \bar{F}_i = 2c_i \bar{V}_i v_i + c_i (v_i^2 - \sigma_v^2) \end{aligned} \quad (2)$$

为和荷载规范 GB50009-2001 保持一致,采用了 Davenport 风速谱,脉动风速在竖向的相关性取 Davenport 建议的指数形式<sup>[11]</sup>。基于零均值 Gauss 过程有关矩的性质,推得  $f_i$  的相关函数为,

$$\begin{aligned} R_{f_i f_j}(\tau_1) &= 4c_i c_j \bar{V}_i \bar{V}_j R_{v_i v_j}(\tau_1) + 2c_i c_j R_{v_i^2 v_j^2}(\tau_1) \\ R_{f_i f_j f_k}(\tau_1, \tau_2) &= 8c_i c_j c_k \left\{ \sum_{m_1, m_2, m_3} \bar{V}_{m_2} \bar{V}_{m_3} R_{v_{m_1} v_{m_2}}(t_{m_2} + t_{m_1}) \cdot \right. \\ &\quad \left. R_{v_{m_1} v_{m_3}}(t_{m_3} - t_{m_1}) + R_{v_{m_2} v_{m_3}}(\tau_1) R_{v_{m_1} v_{m_2}}(\tau_2) R_{v_{m_1} v_{m_3}}(\tau_2, \tau_1, \tau_{11}) \right\} \\ R_{f_i f_j f_k f_l}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= 4c_i c_j c_k c_l \left\{ 4 \bar{V}_i \bar{V}_j \bar{V}_k \bar{V}_l \sum_{m_2, m_3, m_4} \cdot \right. \\ &\quad \left. R_{v_{m_2} v_{m_3}}(t_{m_2} - t_i) R_{v_{m_3} v_{m_4}}(t_{m_4} - t_{m_3}) + 4 \sum_{m_1, m_2, m_3, m_4} \bar{V}_{m_1} \bar{V}_{m_2} \cdot \right. \\ &\quad \left. R_{v_{m_3} v_{m_4}}(t_{m_4} - t_{m_3}) \cdot [R_{v_{m_1} v_{m_3}}(t_{m_3} - t_{m_1}) R_{v_{m_2} v_{m_4}}(t_{m_4} - t_{m_2}) + \right. \\ &\quad \left. R_{v_{m_1} v_{m_4}}(t_{m_4} - t_{m_1}) R_{v_{m_2} v_{m_3}}(t_{m_3} - t_{m_2})] + 2 \sum_{m_1, m_2, m_3, m_4} \bar{V}_{m_1} \bar{V}_{m_2} \cdot \right. \end{aligned}$$

\* 收稿日期:2003-10-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50178052);重庆市科委基金资助项目(7422)

作者简介:王仲刚(1965-),男,江西波阳人,博士研究生,主要从事风工程、高耸结构风振及控制研究。

$$R_{v_{m_1 v_{m_2}}}(t_{m_2} - t_{m_1}) R_{v_{m_3 v_{m_4}}}(t_{m_4} - t_{m_3}) + 4 \sum_{m_2, m_3, m_4} R_{v_{m_2}}(t_{m_2} - t_i) \cdot R_{v_{m_3}}(t_{m_3} - t_i) R_{v_{m_2 v_{m_4}}}(t_{m_4} - t_{m_2}) R_{v_{m_3 v_{m_4}}}(t_{m_4} - t_{m_3}) + \sum_{m_2, m_3, m_4} R_{v_{m_2}}^2(t_{m_2} - t_i) R_{v_{m_3 v_{m_4}}}(t_{m_4} - t_{m_3}) \quad (3)$$

其中  $t_j = t_i + \tau_1, t_k = t_i + \tau_2, t_l = t_i + \tau_3$ ; 求和  $\sum_{m_1, m_2, m_3}$ 、 $\sum_{m_2, m_3, m_4}$  和  $\sum_{m_1, m_2, m_3, m_4}$  分别代表下标变量遍取  $(i j k)$ 、 $(j k l)$  和  $(i j k l)$ , 求和项数分别为  $C_3^2, C_3^2$  和  $C_4^2$ 。

利用 Fourier 变换, 忽略式(3)中次要项的影响,  $f_i$  的功率谱密度函数为,

$$S_{f_i}(\omega_1) \approx 4c_i c_j \bar{V}_i \bar{V}_j S_{v_{p_j}}(\omega_1) \\ S_{f_{j k}}(\omega_1, \omega_2) \approx 8c_i c_j c_k \{ \bar{V}_j \bar{V}_k S_{v_{p_j}}(\omega_1) S_{v_{p_k}}(\omega_2) + \bar{V}_i [ \bar{V}_k S_{v_{p_j}}(\omega_1 + \omega_2) + \bar{V}_j S_{v_{p_k}}(\omega_1 + \omega_2) ] S_{v_{p_k}}(\omega_2) \} \\ S_{f_{j k l}}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} R_{f_{j k l}}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \cdot e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \omega_3 \tau_3)} \cdot d\tau_1 \cdot d\tau_2 \cdot d\tau_3 \quad (4)$$

### 2 结构响应

高耸结构风振方程的可以表述为,

$$[M] \{\ddot{X}_i\} + [C] \{\dot{X}_i\} + [K] \{X_i\} = \{\bar{F}_i\} + \{f_i\} \quad (5)$$

记  $H_{ip}(\omega), H_{iq}^*(\omega)$  为(5)式频响函数矩阵  $[H(\omega)]$  及其复共轭矩阵  $[H^*(\omega)]$  的分量。

位移响应  $X(t)$  的均值、脉动位移  $\{x_i(t)\}$  的二、三和四阶中心矩分别为,

$$\bar{X}_i = H_{ip}(0) \cdot \bar{F}_p \\ \sigma_{x_i}^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} H_{ip}^*(\omega_1) H_{iq}(\omega_1) S_{f_{p q}}(\omega_1) \cdot d\omega_1 \\ \mu_{x_i}^{(3)} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} H_{ip}^*(\omega_1 + \omega_2) H_{iq}(\omega_1) \cdot H_{ir}(\omega_2) S_{f_{p q r}}(\omega_1, \omega_2) \cdot d\omega_1 \cdot d\omega_2 \\ \mu_{x_i}^{(4)} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} H_{ip}^*(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) H_{iq}(\omega_1) H_{ir}(\omega_2) \cdot H_{is}(\omega_3) S_{f_{p q r s}}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \cdot d\omega_1 \cdot d\omega_2 \cdot d\omega_3 \quad (6)$$

式中, 相同下标  $p, q, r$  和  $s$  表示求和。

由 Gram - Charlier 渐进展式<sup>[4]</sup> 可以确定脉动位移  $x_i(t)$  的一维概率密度函数,

$$p(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_i}} \cdot \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\sigma_{x_i}^2}\right) \cdot \left\{ 1 + \frac{\mu_{x_i}^{(3)}}{6\sigma_{x_i}^3} \left(\frac{x_i^3}{\sigma_{x_i}^3} - \frac{3x_i}{\sigma_{x_i}}\right) + \frac{1}{24} \left(\frac{\mu_{x_i}^{(4)}}{\sigma_{x_i}^4} - 3\right) \cdot \left(\frac{x_i^4}{\sigma_{x_i}^4} - 6\frac{x_i^2}{\sigma_{x_i}^2} + 3\right) \right\} \quad (7)$$

速度响应  $\dot{x}_i(t)$  可认为近似服从零均值 Gauss 分布<sup>[7]</sup>,

$$\sigma_{\dot{x}_i}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 H_{ip}^*(\omega_1) H_{iq}(\omega_1) S_{f_{p q}}(\omega_1) \cdot d\omega_1$$

$$p(\dot{x}_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{x}_i}} \exp\left(-\frac{\dot{x}_i^2}{2\sigma_{\dot{x}_i}^2}\right) \quad (8)$$

### 3 动力可靠性

风洞试验研究<sup>[9]</sup> 和理论分析<sup>[2]</sup> 表明, 自立式高耸结构的稳态位移风振响应以一阶振型为主<sup>[1]</sup>。记  $v(u_p, t)$  为响应  $X(t)$  对界限  $u_p$  的平均正穿越率 (mean up-crossing rate),  $X(t)$  在时间  $(0, T]$  内不超越单侧界限  $X = u_p$  的概率为,

$$P(u_p) = \exp\left(-\int_0^T v(u_p, t) \cdot dt\right) \quad (9)$$

$v(u_p, t)$  对稳态过程为常数, 由 Rice 公式确定,

$$v(u_p) = \int_0^{\infty} \dot{X} \cdot p_{X\dot{X}}(u_p, \dot{X}) \cdot d\dot{X} \quad (10)$$

对于 Gauss 风载,  $X(t)$  是 Gauss 过程,  $v(u_p)$  有精确解<sup>[2]</sup>,

$$v(u_p) = \frac{\sigma_{\dot{X}}}{2\pi\sigma_X} \exp\left(-\frac{(u_p - \bar{X})^2}{2\sigma_X^2}\right) \quad (11)$$

对于非 Gauss 风载, 由于无法求得  $v(u_p)$  的解析解, 本文引入  $X(t)$  与  $\dot{X}(t)$  相互独立假设, 即  $p(X, \dot{X}) = p(X) \cdot p(\dot{X})$ , 其合理性将通过本文算例的时域数值模拟加以验证<sup>[8]</sup>。

$$v(u_p) \approx \frac{\sigma_{\dot{X}}}{\sqrt{2\pi}} \cdot p(u_p) \quad (12)$$

### 4 计算实例

青浦电视塔如图 1 所示, 结构总高度 168 m, 塔架主体为正五边形空间桁架结构, 基本自振周期  $T_1 = 1.94$  s。风载分别采用 Gauss 和非 Gauss 模型, 参数分析包括地貌类别、结构阻尼比 (范围 0.008 ~ 0.024, 间隔 0.04), 10 m 高度处标准风速取  $\bar{V}_{10} = 30$  m/s。

首先验证位移和速度响应独立假设的合理性。图 2 是 D 类地貌、结构阻尼比 0.016 时塔楼处位移和速度响应  $X, \dot{X}$  的模拟时程曲线, 其协方差  $R_{X\dot{X}}(0) = 8.711 \times 10^{-5}$ , 表明该假设在中等阻尼比条件下是可以接受的; 速度响应的四阶矩  $E[X^4] = 2.99212 \times 10^{-4}$ , 说明其近似服从 Gauss 分布。其它位置模拟计算的结果也与此相类似。

表 1 给出了塔楼处脉动位移响应超过 2.2 倍标准偏差的概率, 2 种不同风载模型下概率计算结果之间

表 1  $P(X > \bar{X} + 2.2\sigma_X)$  (D 类地貌)

阻尼比 $\zeta$	Gauss 概率	非 Gauss 概率	误差 / %
0.008	1.39	1.413	1.65
0.012	1.39	1.472	5.90
0.160	1.39	1.536	10.50
0.020	1.39	1.599	15.04
0.024	1.39	1.659	19.35

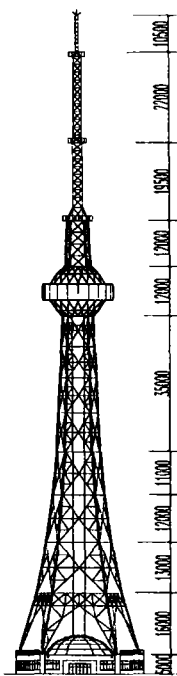
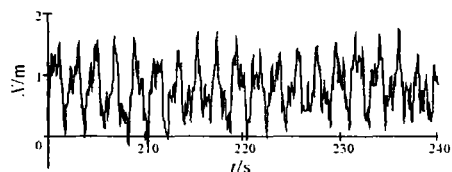


图 1 青浦塔



(a) 位移 X 的模拟时程曲线



(b) 速度 X 的模拟时程曲线

图 2 位移 X 和速度 X 的模拟时程曲线

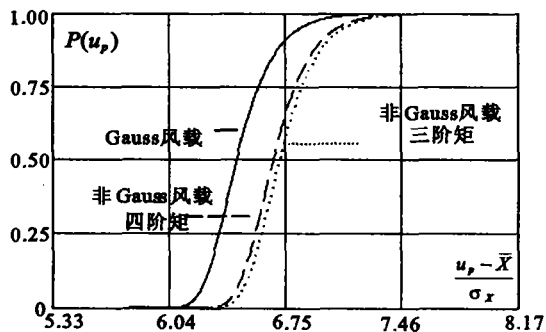


图 3 D 类地貌、阻尼比 0.020 时的  $P(u_p)$

的误差最大达到 19.35% (当阻尼比  $\zeta = 0.024$  时), 且随  $\zeta$  而减小。图 3 是 50 年设计基准期内塔楼位移响应不超越界限  $u_p$  的概率  $P(u_p)$ 。明显地, 脉动风速平方项引起  $P(u_p)$  曲线向右偏移, 导致超越界限  $u_p$  的概率增加; 而通过高阶矩来描述这一影响时, 采用三阶矩与四

阶矩相比是偏于保守的。图 4 是不同地貌条件下  $P(u_p)$  与结构阻尼比的关系曲线。可以看出, 在非 Gauss 风载模型中  $P(u_p)$  与阻尼比和地貌类别有关, 而在 Gauss 风载模型中却与这 2 个因素基本无关。

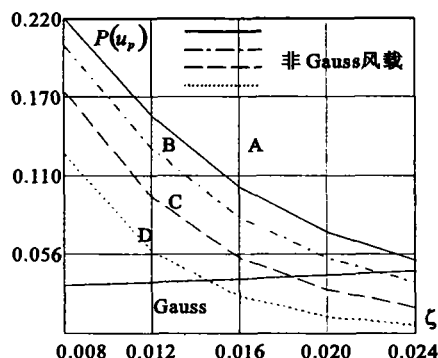


图 4  $P(u_p)$  与  $\zeta$  和地貌的关系曲线

### 5 结 论

算例分析表明: 1) 对于阻尼较大的高耸结构, 其风振响应分析应采用非 Gauss 风载模型, 如仍采用 Gauss 模型, 则需引入修正因子; 2) 当考虑非 Gauss 模型中脉动风速平方项的影响时, 采用三阶矩与四阶矩相比是偏于保守的; 3) 在非 Gauss 风载下结构风振响应简化模型时, 应考虑引入结构阻尼和地貌参数, 或者对不同参数条件采用多个响应模型。

### 参考文献:

- [1] 王肇民. 桅杆结构[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [2] 李桂青. 结构动力可靠性理论及其应用[M]. 北京: 地震出版社, 1995.
- [3] VAICAITIS R, SIMIU E. Nonlinear pressure terms and along-wind response[J]. J. Struct. Div., ASCE 1977; 103 (ST4): 903 - 906.
- [4] MAZELSKY B. Extension of power spectral methods of generalized harmonic analysis to determine non - Gaussian probability functions of random input disturbances and output responses linear systems[J]. J. Aeron Sciences, 1954, (3): 145 - 153.
- [5] GRIGORIU M. Response of linear systems to quadratic Gaussian excitations[J]. J. Eng. Mech., ASCE 1986, 112(6): 523 - 535.
- [6] GUSELLA V, MATERAZZI A L. Non - Gaussian along - wind response analysis in time and frequency domains[J]. Eng. Structure, 2000, 1: 49 - 57.
- [7] 王仲刚, 邓洪洲. 桅杆风振试验研究[J]. 工程力学, 2003, 20(5): 42 - 47.
- [8] 顾文政, 孙炳楠. 风荷载作用下结构随机响应的有限元分析[M]. 上海: 同济大学出版社, 1993. (下转第 72 页)