文章编号:1000-582X(2004)06-0030-02

关于计算最佳弹塑性界面半径的探讨*

张于贤[1,2],王 红[1],陈德淑[2]
(1.桂林电子工业学院 管理系,广西 桂林 541004;2.重庆大学 机械工程学院,重庆 400030)

摘 要:为了确定厚壁圆筒容器自增强处理时最佳弹塑性界面半径,基于第4强度理论的观点,推导出了经过自增强处理的压力容器的最佳弹塑性界面半径以及最大允许工作内压的公式,并为工程实际应用提出了自增强厚壁圆筒最大工作压力的控制条件。

关键词:自增强;最佳弹塑性界面半径;厚壁圆筒容器
中图分类号:TH49 **文献标识码**:A

为了提高容器在高压运行下的承载能力和疲劳强度,工程上采用自增强技术使壁内应力均匀化。最佳弹塑性界面半径$(R_c)_{opt}$的计算乃是自增强设计的关键问题之一,它的计算目前有许多方法,如采用试算法、图解法[1-2]和电算法等,但这些方法都较繁琐。笔者根据第4强度理论的观点,通过控制当量应力σ_d,对如何确定最佳弹塑性界面半径$(R_c)_{opt}$以及最大工作压力进行了探讨。

1 最佳弹塑性界面半径$(R_c)_{opt}$的确定

1.1 合成应力的确定

在弹塑性界面上,残余应力为[3]:

$$\begin{cases}\sigma_r^R=\dfrac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left(1-\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\left[\dfrac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\dfrac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\dfrac{R_c}{R_i}\right)\dfrac{1}{K^2-1}\right]\\ \sigma_t^R=\dfrac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left(1+\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\left[\dfrac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\dfrac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\dfrac{R_c}{R_i}\right)\dfrac{1}{K^2-1}\right]\\ \sigma_z^R=\dfrac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left[\dfrac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\dfrac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\dfrac{R_c}{R_i}\right)\dfrac{1}{K^2-1}\right]\end{cases}\tag{1}$$

由操作压力p引起的应力为:

$$\begin{cases}\sigma_r^p=\dfrac{p}{K^2-1}\left(1-\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\\ \sigma_t^p=\dfrac{p}{K^2-1}\left(1+\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\\ \sigma_z^p=\dfrac{p}{K^2-1}\end{cases}\tag{2}$$

以上二式中:

σ_r^R、σ_t^R、σ_z^R分别为径向、环向和轴向残余应力,MPa;R_i、R_c、R_o分别为圆筒的内半径、弹塑性交界面半径和圆筒的外半径,m;K为径比,$K=R_o/R_i$。

σ_r^p、σ_t^p、σ_z^p分别为由操作压力P引起的径向、环向和轴向应力,MPa;σ_s、P为容器材料的屈服极限和操作压力,MPa。

在合成状态(残余应力加操作应力)下有[2]:

$$\begin{Bmatrix}\sum\sigma_{rc}=\sigma_r^R+\sigma_r^p\\ \sum\sigma_{tc}=\sigma_t^R+\sigma_t^p\\ \sum\sigma_{zc}=\sigma_z^R+\sigma_z^p\end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases}\sum\sigma_{rc}=\dfrac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left(1-\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\left[\dfrac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\dfrac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\dfrac{R_c}{R_i}\right)\dfrac{1}{K^2-1}\right]+\dfrac{p}{K^2-1}\left(1-\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\\ \sum\sigma_{tc}=\dfrac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left(1+\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\left[\dfrac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\dfrac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\dfrac{R_c}{R_i}\right)\dfrac{1}{K^2-1}\right]+\dfrac{p}{K^2-1}\left(1-\dfrac{R_o^2}{R_c^2}\right)\\ \sum\sigma_{zc}=\dfrac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left[\dfrac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\dfrac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\dfrac{R_c}{R_i}\right)\dfrac{1}{K^2-1}\right]+\dfrac{p}{K^2-1}\end{cases}\tag{3}$$

1.2 当量应力σ_d的确定

按第4强度理论,当量应力σ_d应为[4]:

$$\sigma_d=\sqrt{\frac{1}{2}[(\sum\sigma_{tc}-\sum\sigma_{rc})^2+(\sum\sigma_{rc}-\sum\sigma_{zc})^2+(\sum\sigma_{zc}-\sum\sigma_{tc})^2]}\tag{4}$$

式(4)中:

* 收稿日期:2004-04-06
作者简介:张于贤(1968-),男,重庆人,桂林电子工业学院讲师,重庆大学博士研究生,主要从事射流理论及其应用方面的研究。

$$(\sum\sigma_{tc}-\sum\sigma_{rc})^2=\frac{4R_o^4}{R_c^4}\left\{\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left[\frac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\frac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\frac{R_c}{R_i}\right)\frac{1}{K^2-1}\right]+\frac{p}{K^2-1}\right\}^2$$

$$(\sum\sigma_{rc}-\sum\sigma_{zc})^2=\frac{R_o^4}{R_c^4}\left\{\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left[\frac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\frac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\frac{R_c}{R_i}\right)\frac{1}{K^2-1}\right]+\frac{p}{K^2-1}\right\}^2$$

$$(\sum\sigma_{zc}-\sum\sigma_{tc})^2=\frac{R_o^4}{R_c^4}\left\{\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\left[\frac{R_c^2}{R_o^2}-\left(1-\frac{R_c^2}{R_o^2}+2\ln\frac{R_c}{R_i}\right)\frac{1}{K^2-1}\right]+\frac{p}{K^2-1}\right\}^2$$

将上述几式代入式(4)得：

$$\sigma_d=\frac{K^2}{K^2-1}\sigma_s+\frac{\sqrt{3}P-\sigma_s}{K^2-1}\frac{R_o^2}{R_c^2}-\frac{2\sigma_s}{K^2-1}\frac{R_o^2}{R_c^2}\ln\frac{R_c}{R_i} \tag{5}$$

1.3　最佳弹塑性界面半径$(R_c)_{opt}$的确定

由式(5)令$\frac{d\sigma_d}{dR_c}=0$得：

$$\frac{d\sigma_d}{dR_c}=\frac{4\sigma_s R_o^2}{(K^2-1)R_c^3}\ln\frac{R_c}{R_i}-\frac{2\sqrt{3}pR_o^2}{(K^2-1)R_c^3}=0 \tag{6}$$

由此解得：

$$R_c=R_i e^{\frac{\sqrt{3}p}{2\sigma_s}}=R_i\exp\left(\frac{\sqrt{3}p}{2\sigma_s}\right) \tag{7}$$

由式(7)解得的 R_c 即是最佳弹塑性界面半径$(R_c)_{opt}$

即
$$\frac{(R_c)_{opt}}{R_i}=\exp\left(\frac{\sqrt{3}p}{2\sigma_s}\right) \tag{8}$$

经数学分析知，在 $R_c=(R_c)_{opt}$处有$\frac{d^2\sigma_d}{dR_c^2}>0$，即当 $R_c=(R_c)_{opt}$时，σ_d 为极小，可见$(R_c)_{opt}$即是最佳弹塑性交界面半径。

利用式(7)或式(8)，不需反复试算，也不必通过电算或图解法就可简便地确定最佳弹塑性交界面半径$(R_c)_{opt}$。

2　实例计算

下面利用笔者求取最佳弹塑性交界面半径$(R_c)_{opt}$的方法(即公式(7))来求解文献[1]中的实例，并与文献[1]及文献[2]的结果进行比较。

例 1　已知 $p=230$ MPa，$R_i=152.5$ mm，$R_o=254$ mm，$\sigma_s=750$ MPa

由式(7)求出$(Rc)_{opt}=198.9$ *mm*，文献[1]为$(R_c)_{opt1}=180.5$ mm，文献[2]为$(R_c)_{opt2}=184.7$ mm。所以，公式(7)的结果与文献[1]及[2]的结果作比较后的相对误差分别为：

$$\varepsilon_1=\frac{198.9-180.5}{180.5}=10.2\%$$

$$\varepsilon_2=\frac{198.9-184.7}{184.7}=7.7\%$$

因此，由公式(7)的计算结果与文献的计算结果比较知，其误差均不超过 10%，这说明公式(7)是满足工程要求的。

3　最大工作压力的确定

将由式(7)求出的$(R_c)_{opt}$代入式(5)并令$\sigma_d\leqslant\frac{\sigma_s}{n_s}$得最大工作压力$[p]$[5]

$$[p]\leqslant\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln\frac{K^2n_s}{K^2n_s-K^2+1} \tag{9}$$

经自增强处理的圆筒，由于其器壁内的应力分布得到优化，因此工程上应以控制$\sigma_d\leqslant\sigma_s$为条件来确定最大允许工作压力$[p]$[6]，即在式(9)中令 $n_s=1$ 得

$$[p]\leqslant\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln K \tag{10}$$

4　结　语

1) 按照第 4 强度理论的观点导出了自增强时最佳弹塑性交界面半径的计算公式(7)；利用该式，不需反复计算即可方便地确定出$(R_c)_{opt}$；且该式较直观地反应了材料的屈服限 σ_s 与操作压力 p 对$(R_c)_{opt}$的影响。

2) 对经过自增强处理的容器，提出了最大允许工作内压的公式(10)，可供工程实际参考。

参考文献：

[1]　傅卫国. 单层厚壁圆筒自增强处理最适宜 R_c 的确定[J]. 化工机械，1987，14(6)：63－66.
[2]　赵修正. 石油化工压力容器设计[M]. 北京：石油工业出版社，1996.
[3]　孔凡森. 用图解法确定厚壁圆筒自增强 R_c 值[J]. 石油化工设备，1986，15(11)：42－45.
[4]　贺匡国. 单层筒体的最适自增强条件[J]. 化工机械，1985，12(6)：54－57.
[5]　朱务学，查子初. 自增强厚壁圆筒的弹塑性应力应变分析[J]. 力学学报，1987，19，增刊：79－81.
[6]　朱瑞林. 厚壁圆筒形压力容器自增强的理论研究[J]. 湘潭大学自然科学学报，1995，30(6)：111－114.

(下转第 40 页)

Paging Strategy Study of Mobile Communication Networks

LIANG Kuai, WANG Ji-feng, TANG Hong, LONG Ke-ping, KUANG Yu-jun

(Special Research Centre for Optical Internet and Wireless Information Network of CQUPT, Chongqing 400065, China)

Abstract: In order to decrease the consumption of the limited bandwidth resource and the electronic power of mobile battery, fixed paging area strategy is adopted in most mobile communication networks currently. Although its application is very simple, it cannot reach the best performance. In allusion to this problem, we introduce four kinds of improved mobile paging strategies, and analyze their concrete implementation methods briefly. Their performances are compared with fixed paging area strategy. Moreover, the benefits, the drawbacks and the range of application of each scheme are pointed out for future study.

Key words: mobile communication; paging improved; network currently

(编辑 吕赛英)

(上接第 31 页)

Calculating the Optimal Radius of the Elastic-Plastic Junction

ZHANG Yu-xian[1,2], *WANG Hong*[1], *CHEN De-shu*[2]

(1. Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China;

2. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: In viewpoint of the fourth strength theory, the authors derive a theoretic formula for calculating the optimal radius of elastic-plastic juncation in auto-ferttaged thick-wall cylindric pressure vessel, then derive a theoretic formula of the allowable maximal operating pressure for the pressure vessel with autoferttaged. In the end, the authors propose a restrictive prerequisite of maximum operating perssure for engineering.

Key words: autoferttaged; the optimal radius of elastic-plastic junction; thick-wall cylindric vessel

(编辑 成孝义)