

文章编号:1000-582X(2004)08-0105-04

利用流管-有限体积法的河流水质二维数值模拟^{*}

赵万星,陈景秋

(重庆大学 工程力学系,重庆 400030)

摘要:河流的流动形态复杂,影响水质的因素较多。对河流污染物迁移扩散机理进行分析,提出将流管划分与有限体积法相结合的方法,利用流管求取河流流场,有限体积法求取污染物的扩散。将其应用到重庆城区段的二维水质模拟,全部计算和可视化都通过 FORTRAN 实现,取得较好效果。该方法简单、准确、高效,具有较好的工程意义。

关键词:河流污染;二维水质模拟;有限体积;流管

中图分类号: O352

文献标识码: A

由于人类活动对自然界的影 响越来越大,水环境的污染问题也越来越突出,其造成的危害和影响越来越受到人们的关注。水体污染物的数值模拟是现代环境水力学的一个重要分支,是环境水质预测和控制的基础。通过对河流的污染物排放状况的研究,可以为河道取水、河流水资源保护和可持续发展提供科学依据。

影响河流水质的因素很多。从污染物种类分,有生活废水、工业废水和农业化肥等。从排放方式又可分为点源和面源。污水排放到水体中,是一种物理、化学和生物的复杂综合过程,各过程都有其本身的特点和规律。建立正确的数学模型是定量描述污染物在水中迁移扩散的前提工作。天然河流大多属于宽浅型,多满足浅水长波的假定条件^[1]。根据污水与河水相互作用的表现形式可以人为划分为三个阶段^[2]:1)污水在离开排放口以后,以射流(维持运动的主要动力是初始动能)或浮射流(动力是污水和受纳河水的密度差及初始动能)的方式和周围水体掺混及扩散,这个阶段又称初始稀释阶段。2)从污水在排放口附近的初始稀释到污水扩散到全河宽的过程,污水仅占据河宽的部分空间,形成所谓的污染带。认为污水很快在垂向充分混合,浓度分布均匀。接着主要是河宽横向紊动扩散。如果污水是动力惰性物质,与周围水体密度相同,紊动扩散主要在河流纵向和横向展开,则此阶段的扩散可视为二维扩散问题。3)污水在横断面

上近似均匀混合后,这时沿纵向的随流分散占主导地位,可作为一维纵向分散问题看待。

对于像长江、嘉陵江重庆城区段这样的河段,根据污染物的排放条件,目前大多作二维的考虑^[3]。提出了一种新的思路,将流体力学中流管的概念与控制体结合,应用到水质数值模拟。流管是按照连续介质理论和稳定流的流量守恒的原理建立,此时,流管的测流可以忽略;在流管划分足够密的情况下,可以概化为一个矩形的有限控制体。通过求解流场的区域参数,得到浓度在单元区域分布的平均指标。该方法既有工程近似,又有数值技术,被应用到重庆嘉陵江地段,这里以示踪剂在水体中的分散为对象,比较试验^①,可以推断出它的合理性。

1 河流流场的计算

水流平面图法^①是求解流场的一种简单可靠的实用方法,绘制水流平面图常采用累积流量坐标法。

1) 将河流分段。根据河流的流动形态划分次级河段,在流形和断面发生变化的地方设置分断点,这是保证流管划分局部统一的前提。

2) 绘制横断面图,得出横向和垂向地形图。

3) 根据水力学公式(如, Manning 公式或 Chezy 公式),计算断面流速;并绘制垂线平均流速沿水面宽度的分布图,如图 1。

* 收稿日期:2004-03-04

作者简介:赵万星(1971-),男,重庆万州人,重庆大学博士研究生,主要从事计算流体力学研究。

^① 重庆市环境科学研究所,重庆建筑工程学院. 长江、嘉陵江重庆段水污染控制规划研究报告,1992.

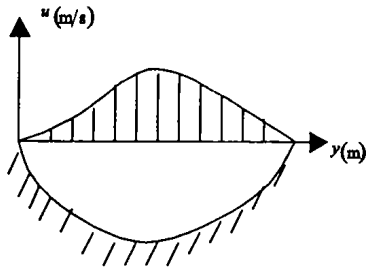


图1 断面的速度分布图

4) 计算两根垂线间形成的流管流量。

5) 计算累积流量 $\sum Q_i$ 作累积流量图,如图2,将每根流管的流量累积相加便得到全断面的累积流量 $\sum Q_i$ 。

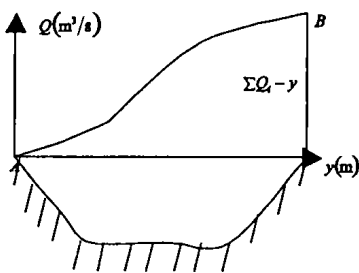


图2 断面累积流量沿河宽的变化图

6) 将 A-B 线段按要求进行分割,分割的数目即为河流划分的流管数。流管数的多少取决于对浓度场要求和分析结果。

7) 按照一定比例分割累积流量曲线,插值取流管单元的在断面的位置,由此得到单元的空间参数。流管的平均流速和平均水深由下式计算;如此在各段面划分。得出整个流场的水力参数。如图3是计算得到的整个流场图,其模拟结果与实际情况相当吻合,这为

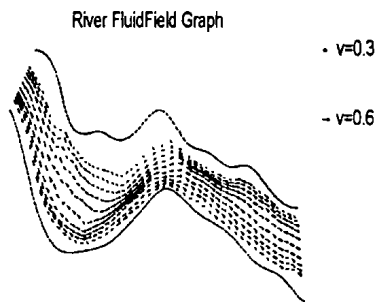


图3 嘉陵江石门段河流流场分布图

下一步浓度场模拟打下好的基础。

$$\bar{u} = \frac{Q_i}{A_i} \quad (1)$$

$$A_i = \bar{h}_i \times B_i \quad (2)$$

$$\bar{h}_i = \frac{(h_{i-1} + h_i)}{2} \quad (3)$$

式中: \bar{u}_i - 流管平均流速(m/s);

Q_i - 流管流量(m³/s);

B_i - 流管的宽度(m);

A_i - 流管截面积(m²);

\bar{h}_i - 平均水深(m³)。

注意:1) 河道变化剧烈的地方,可划分密一些,变化缓一些的地方可已疏一些。2) 流管划分的方法有等流量和不等流量,为精确描述近岸区域的变化情况,采用不等流量方法,近岸地带,流量取较小值。不等流量的划分方法很多,这里采用下式:

$$q_i = Q \times i / (2 \sum_{j=1}^{n/2} j), i = 1, 2, \dots, n/2$$

$$q_i = Q \times (n - i + 1) / (2 \sum_{j=1}^{n/2} j), i = k, k + 1, \dots, n$$

这里, n 为断面流管数, $k = n/2$ 。

3) 在足够密的情况下,可将每一个流管概化为矩形。

4) 特殊形态河段的水流平面图绘制:如果在排污口下游,河道横断面骤宽,这时要定出回流边界,将多余的回流流量划出来。

2 污染物浓度场的求解

2.1 二维水质数学模型的建立及求解

水质的确定性模型是建立在连续性方程、水动力学方程、质量守恒原理及生化反应的基础上。实际河流水面宽度远大于水深,污染物从排污口排出后,在竖向(水深方向)快速混合均匀,因此不考虑竖向的浓度变化情况^[4]。

二维水质模型基本方程^①: (垂向均匀混合的水质变化)

$$\frac{\partial(hc)}{\partial t} + \frac{\partial(huc)}{\partial x} + \frac{\partial(hvc)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(hE_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(hE_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + s \quad (4)$$

式中: h 为水深, c 为污染物浓度。 u, v 为纵向和横向流速。 E_x, E_y 为扩散系数。 S 为源项。

设沿流管的方向定为 i 向,河宽定为 j 向。由于流管在 j 向上忽略流速, $w = 0$ 对式(4)在单元体内进行

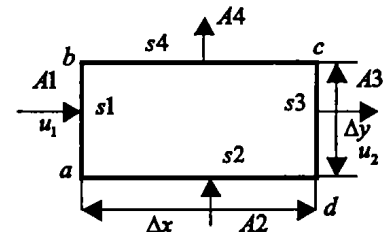


图4 控制体的示意图

积分,如图4,在忽略源和汇的情况下,有:

$$\int_a^b \left(h \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (huc) - hE_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(hE_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) dV = 0 \quad (5)$$

Ω 为单元控制体,于是有

$$\int_{\Omega} \left(h \frac{\partial c}{\partial t} \right) dV + \left(A_{uc} - AE_x \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{s1}^{s3} + \left(AE_y \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{z2}^{z4} = 0 \quad (6)$$

对于式(6)这样的二维对流扩散方程,有多种求解方法,可以采用算子分裂法:

$$\frac{1}{2} V \frac{\partial c}{\partial t} + \left(A_{uc} - AE_x \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{s1}^{s3} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} V \frac{\partial c}{\partial t} + \left(AE_y \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{z2}^{z4} = 0 \quad (8)$$

将一个时间步分别在两个方向进行。

或采用交错方向法(ADI)的P-R格式^[5]:

$$V \frac{\partial c}{\partial t} + \left(A_{uc} - AE_x \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{s3-s1}^{(2n+1)} = \left(AE_y \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{z4-z2}^{(2n)} \quad (9)$$

$$V \frac{\partial c}{\partial t} - \left(AE_y \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{z4-z2}^{(2n)} = - \left(A_{uc} - AE_x \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{s3-s1}^{(2n+1)} \quad (10)$$

它交替平等地处理两个方向,第一个时间纵向取隐式,第二个时间步取另外一个方向。

以上两种方法很难判断优劣,最后都将化为隐式的三对角矩阵。从结果看,ADI的对流项体现更突出。

选择单元体的形心作为节点,控制整个单元体的浓度。在纵向离散方程中,界面的通量有对流通量和扩散通量。当然,由于流管尺寸并不一致,所以这是变网格间距的计算,为解决中心差分受网格雷诺数的限制,采用上风格式(The Upwind Scheme)^[6]。

2.2 初始条件和边界条件的提法

在起始时刻,各流管内的浓度值是已知的,即初始各流管浓度为已知,必须给出,它应该等于河流的背景浓度值。对于定常点源,在上边界,浓度值恒定,在下边界,假定浓度值已经趋于稳定,污染物浓度已经不再随时间改变,即达到均匀混合;我们认为到了两岸,没有扩散。

重庆市环境科学研究所和原重庆建筑工程学院联合于1989年4月、5月和8月,曾先后3次在重庆沙坪坝区瓷器口到石门大桥2公里河段做了罗丹明-B的示踪试验。流量1720 m³/s,水位170 m,示踪剂投放率1.5 g/s。通过对比,做出的结果比较满意。

3 结论

计算和可视化都采用FORTRAN77实现,同时,实现动画演示,可以明确看出,点排放将形成污染核,并逐渐分散,在排放点近区,扩散还没有来得及在横向展开;随着污染物的横向扩散,污染物浓度在横断面上分

布趋于均匀;流速大的地方,污染物分散越快,同时,越往下游,污染物浓度分布趋于稳定。数学上,在我们采用先流场后浓度场的分布计算后,输运方程(4)是线性二维对流-扩散方程,方程形式是抛物型,提出的是“推进问题”;对于河流,雷诺数 $Re \gg 1$,对流的贡献较大,横向扩散和纵向弥散是由浓度梯度造成,相比要小的多。如下图(5,6,7,8,9,10。图5,7,9-采用算子分裂法的结果,图6,8,10-采用ADI法求取的结果)。

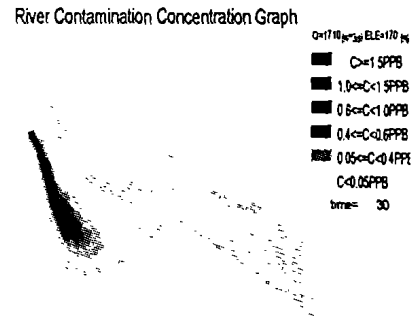


图5 30 min后浓度场分布情况

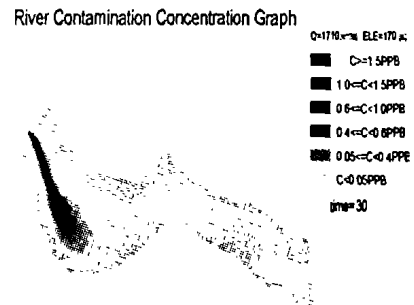


图6 30 min后浓度场分布情况

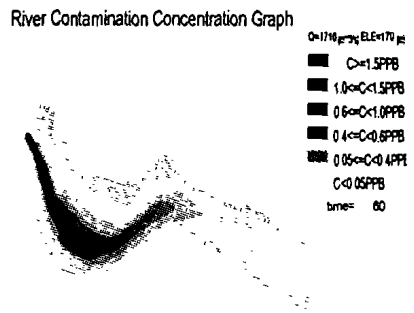


图7 1 h后浓度场分布情况

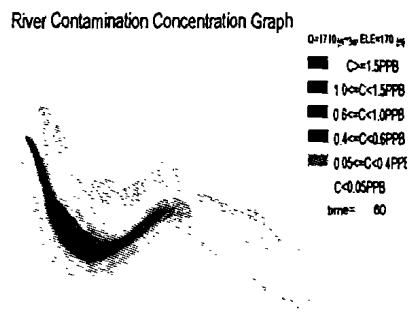


图8 1 h后浓度场分布情况

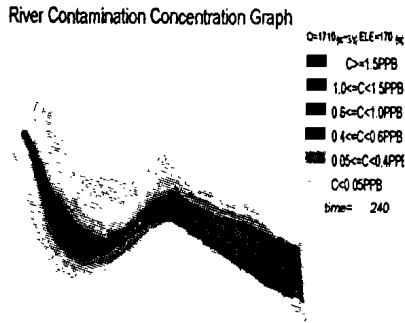


图9 4 h后浓度场分布情况

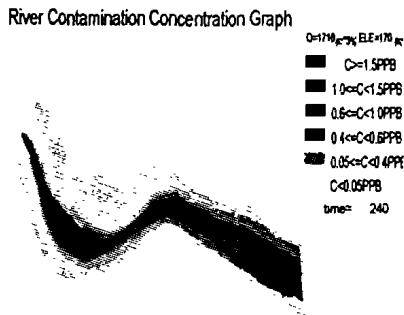


图10 4 h后浓度场分布情况

参考文献:

- [1] JI Z-G, MORTON M R, HAMRICK J M. Wetting and drying simulation of estuarine processes[J]. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 2001, 53:683 - 700.
- [2] 徐孝平. 环境水力学[M]. 武汉:武汉水利电力学院出版社,1991.
- [3] 杨玲. 河流流场和浓度场的二维数值模拟[D],重庆:重庆大学硕士学位论文,2001.
- [4] JI Z-G, HAMRICK J H, PAGENKOPF J. Sediment and metals modeling in shallow river[J]. Journal of Environmental Engineering, 2002, 128:105 - 119.
- [5] 陈景秋,王宗笠. 多维双曲波问题的双特征方法[M]. 重庆:重庆大学出版社,2001.
- [6] 金忠青. N-S方程的数值解和紊流模型[M]. 南京:河海大学出版社,1989.

2-D water quality numerical simulation of the river by using stream tube-FVM

ZHAO Wan-xing, CHEN Jing-qiu

(Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: The contamination transport-diffuse mechanism in shallow river is analysed. FVM is applied to the stream tubes, according to mass conservation principle and established the 2-D finite volume model in the contamination concentration field (CCF). This method is applied to simulate water quality of some section of Yangtze River and Jialing River around Chongqing city, which is simple and effective.

Key words: pollution in rivers; 2-D water quality simulation; FVM; stream tube

(编辑 张小强)