

文章编号:1000-582X(2004)09-0133-04

基于统一强度理论的太沙基地基极限承载力*

周小平,张永兴
(重庆大学 土木工程学院,重庆 400030)

摘要:基于 Mohr - Coulomb 理论的地基极限承载力公式,没有考虑中间主应力的影响。因而与实际结果有误差。为此,利用统一强度理论考虑中间主应力影响的优点,建立了地基极限承载力的统一解形式。利用此解可以合理地得出不同材料的相应解,并且能充分发挥材料自身的承载能力,对实际工程具有重要意义。通过算例可以知道地基极限承载力随着中间主应力系数 b 的增大而显著增加,说明中间主应力对地基极限承载力有明显影响。

关键词:中间主应力;极限承载力;统一强度理论
中图分类号:TU 753

文献标识码:A

现有的地基极限承载力公式:如朗肯、太沙基、迈耶霍夫等极限承载力公式大都是基于 Tresca 准则或 Mohr - Coulomb 准则推导而得^[1-7]。但是, Tresca 准则, Mohr - Coulomb 准则并没有考虑中间主应力的影响。实验证明:中间主应力对土体的屈服和破坏有影响^[1-7]。由 Mohr - Coulomb 或 Tresca 强度准则推导的地基极限承载力公式并不能完全反映地基实际情况,且所得的结果是偏于保守的,不能充分发挥土体的强度潜能。双剪强度理论虽然考虑了中间主应力的影响,但它只适用于 $\tau_0 = 2\sigma_i\sigma_c / (2\sigma_i + \sigma_c)$ 的材料^[7]。为了寻求适用于更广泛的各种材料的条形基础极限承载力,笔者采用统一强度理论对条形基础地基进行极限承载力分析。

统一强度理论可表示为^[4]:

$$F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_i (\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha})$$
$$F = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_i (\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha}) \quad (1)$$

式中: $\alpha = \frac{\sigma_i}{\sigma_c}$ 为材料的拉压比, b 为统一强度理论中引进的反映中间主剪应力及相应面上的正应力对材料破坏影响程度参数。 σ_i 岩土体抗拉强度, σ_c 岩土体抗压强度, σ_i 、 σ_c 、 b 、 α 由实验确定。

1 地基极限承载力公式的推导

1.1 基本假设

1) 基础底面粗糙。当地基发生整体剪切破坏并形成延伸至基底平面高程处的连续滑动面时,基底以下有一部分土体将随基础一起移动而始终处于弹性状态,该部分土体为弹性楔体。弹性楔体的边界 ab 为滑动边界的一部分,并假设与水平面的夹角为 Ψ ,如图 1。

2) 除弹性楔体外,在滑动区域范围内的所有土体均处于塑性状态,滑动区由径向剪切区 II 和朗肯被动区 III 组成,径向剪切区的边界 bc 由对数螺旋曲线表示:

$$r = r_0 e^{\theta \varphi_i} \quad (2)$$

式中: φ_i 为统一强度理论的内摩擦角, $\varphi_i = \arcsin \frac{(b - bm) + (2 + bm + b) \sin \varphi_0}{2 + b + b \sin \varphi_0}$, r_0 为起始矢径, θ 为任矢径与起始矢径 r_0 的夹角。

朗肯被动区 III 的边界 cd 为直线与水平面成 $45^\circ + \frac{\varphi_i}{2}$ 角,如图 1 所示。

3) 不考虑基底以上基础两侧土体的抗剪强度的

* 收稿日期:2004-03-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59879012)

作者简介:周小平(1970-),男,江西瑞金人,重庆大学副教授,博士,主要从事岩土工程技术与研究工作。

影响,而用相应的均布荷载 $q = rD$ 表示。

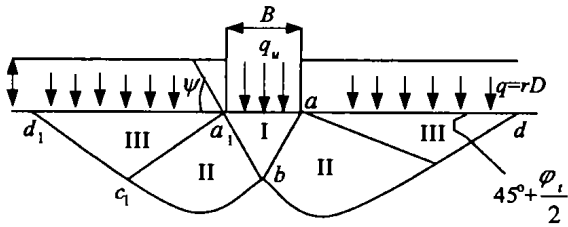


图1 粗糙基底

1.2 地基极限承载力的确定

根据上述基本假定由图2中的弹性楔体 aba_1 的平衡条件可得整体剪切破坏时的极限荷载:

$$Q_u = 2P_p \cos(\Psi - \varphi_i) + C_i B \operatorname{tg} \Psi - \frac{1}{4} \gamma B^2 \operatorname{tg} \Psi \quad (3)$$

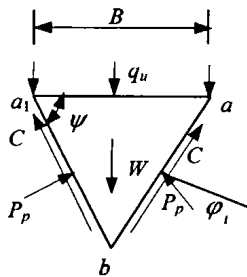


图2 弹性楔体力学模型

式(3)中: $C_i = \frac{2(1+b)C_0 \cos \varphi_0}{2+b+b \sin \varphi_0} \frac{1}{\cos \varphi_i}$, φ_0 为岩土材料的内摩擦角, C_0 为岩土材料的凝聚力, B 为基础宽度, γ 为地基土的容重, P_p 为作用于弹性楔体边界面 ab 上的被动土压力的合力, 即:

$$P_p = P_{pc} + P_{pq} + P_{pr} \quad (4)$$

$$P_p = \frac{B}{2 \cos^2 \varphi_i} \left[C_i k_{pc} + q k_{pq} + \frac{1}{4} \gamma B \operatorname{tg} \varphi_i k_{pr} \right] \quad (5)$$

式中:

$$\begin{cases} k_{pc} = \frac{\cos \varphi_i}{\cos \Psi} \operatorname{ctg} \varphi_i \left[e^{(\frac{3\pi}{2} + \varphi_i - 2\Psi) \varphi_i} (1 + \sin \varphi_i) - 1 \right] \\ k_{pq} = \frac{\cos^2 \varphi_i}{\cos \Psi} e^{(\frac{3\pi}{2} + \varphi_i - 2\Psi) \varphi_i} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_i}{2} \right) \end{cases}$$

k_{pr} 为 γ 项的被动土压力系数, 须通过试算确定。

将式(4)和式(5)代入式(3)可得:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_r \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} N_c &= \operatorname{tg} \Psi + \frac{\cos(\Psi - \varphi_i)}{\cos \Psi \sin \varphi_i} \left[e^{(\frac{3\pi}{2} + \varphi_i - 2\Psi) \varphi_i} (1 + \sin \varphi_i) - 1 \right] \\ N_q &= \frac{\cos(\Psi - \varphi_i)}{\cos \Psi} e^{(\frac{3\pi}{2} + \varphi_i - 2\Psi) \varphi_i} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_i}{2} \right) \\ N_r &= \frac{1}{2} \operatorname{tg} \Psi \left(\frac{k_{pr} \cos(\Psi - \varphi_i)}{\cos \Psi \cos \varphi_i} - 1 \right) \end{aligned} \quad (7)$$

式(6)是在基底粗糙的条件下得到的, 其中弹性楔体

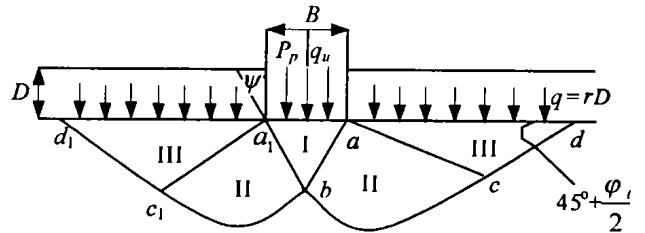
边界 ab 与水平面的夹角 Ψ 为未定值。为此作如下假定:

1) 假定基底完全粗糙(图3)。此时可假定弹性楔体边界 ab 与水平面的夹角为 $\Psi = \varphi_i$ 时, 则式(7)可以写成如下形式:

$$N_c = (N_q - 1) \operatorname{ctg} \varphi_i$$

$$N_q = \frac{e^{(\frac{3\pi}{2} - \varphi_i) \varphi_i}}{2 \cos^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_i}{2} \right)}$$

$$N_r = \frac{1}{2} \left(\frac{k_{pr}}{\cos^2 \varphi_i} - 1 \right) \operatorname{tg} \varphi_i \quad (8)$$



当 $\Psi = \varphi_i$ 时为完全粗糙基底;

当 $\Psi = 45^\circ + \frac{\varphi_i}{2}$ 为完全光滑基底

图3 完全粗糙和光滑基底

从式(8)可知: 承载力系数均与内摩擦角有关, 被动土压力系数 k_{pr} 须试算确定。

为了便于计算, 结合太沙基经验公式, 有

$$N_r = 1.8(N_q - 1) \operatorname{tg} \varphi_i \quad (9)$$

2) 假定基底完全光滑(图3)。此时弹性楔体已不再存在而成为朗肯主动区, 并整个滑动区域已演变为与普朗特完全相同。朗肯主动区的边界与水平面的夹角为 Ψ :

$$\Psi = 45^\circ + \frac{1}{2} \varphi_i \quad (10)$$

将式(10)代入式(7), 则基础完全光滑的承载力系数 N_c, N_q, N_r 可确定。

2 算例

有一宽为 4 m 的条形基础, 埋深为 3 m, 地基为均质粘性土, 容重为 19.5 kN/m^3 , 固结不排水抗剪强度指标为 $C_0 = 20 \text{ kPa}$, $\varphi_0 = 30^\circ$ 。下面分别利用文中公式和太沙基公式求地基极限承载力并加以比较。

1) 利用太沙基公式 ($b = 0, m = 1$)

假设基底完全粗糙, $N_c = 38.8, N_r = 23.26, N_q = 23.4$ 。由此得到基底完全粗糙时的太沙基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_r = 3052.04 \text{ kPa} \quad (11)$$

2) 当 $b = 0.2, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 41.92, N_r = 28.226, N_q = 26.64$ 由此得到基底完全粗糙时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 3547.43 \text{ kPa} \quad (12)$$

3) 当 $b = 0.5, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 48.466, N_r = 37.08, N_q = 32.6$ 由此得到基底完全粗糙时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 4409.3 \text{ kPa} \quad (13)$$

4) 当 $b = 0.8, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 53.3, N_r = 44.38, N_q = 37.24$ 由此得到基底完全粗糙时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 5121.118 \text{ kPa} \quad (14)$$

5) 当 $b = 1, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 57.053, N_r = 49.79, N_q = 40.73$ 由此得到基底完全粗糙时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 5650.61 \text{ kPa} \quad (15)$$

6) 当 $b = 0, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 30.1, N_r = 18.047, N_q = 18.366$ 由此得到基底完全光滑时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 2379.8 \text{ kPa} \quad (17)$$

7) 当 $b = 0.2, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 33.856, N_r = 22.788, N_q = 21.7$ 由此得到基底完全光滑时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 2853.15 \text{ kPa} \quad (18)$$

8) 当 $b = 0.5, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 38.92, N_r = 29.769, N_q = 26.374$ 由此得到基底完全光滑时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 3551.74 \text{ kPa} \quad (19)$$

9) 当 $b = 0.8, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 43, N_r = 35.81, N_q = 30.24$ 由此得到基底完全光滑时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 4143.33 \text{ kPa} \quad (20)$$

10) 当 $b = 1, m = 1$ 时, 利用文中公式可得 $N_c = 45.5, N_r = 39.6, N_q = 32.6$ 由此得到基底完全光滑时的地基极限承载力为:

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = C_i N_c + q N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = 4509.36 \text{ kPa} \quad (21)$$

从上述算例可以知道地基极限承载力随着中间主应力系数 b 的增大而显著增加, 说明中间主应力对地基极限承载力有明显影响。

3 结 论

基于 Mohr - Coulomb 理论的地基极限承载力公式, 没有考虑中间主应力的影响。因而与实际结果有误差。为此, 本文利用统一强度理论建立了地基极限承载力的统一解形式。利用此解可以合理地得出不同材料的相应解, 并且能充分发挥材料自身的承载能力, 对实际工程具有重要意义。通过算例可以知道地基极限承载力随着中间主应力系数 b 的增大而显著增加, 说明中间主应力对地基极限承载力有明显影响。

参考文献:

- [1] 张学言. 岩土塑性力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1993.
- [2] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [3] 许东俊, 耿乃光. 岩石强度随中间主应力变化规律[J]. 固体力学学报, 1985, 1(1): 72-80.
- [4] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1-9.
- [5] 周小平, 王建华. 考虑中间主应力影响时条形基础极限承载力公式[J]. 上海交通大学学报, 2003, 36(4): 552-555.
- [6] 周小平, 黄煜镔, 丁志诚. 考虑中间主应力影响时太沙基地基极限承载力公式[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(10): 1455-1457.
- [7] 周小平, 张永兴. 利用统一强度理论求解条形地基极限承载力[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2003, 26(11): 109-112.

Study on the Terzaghi Ultimate Bearing Capacity of Foundation Based on the Unified Strength Theory

ZHOU Xiao-ping, ZHANG Yong-xing

(College of Civil Engineering Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: The ultimate bearing capacity of foundation based on Mohr – Coulomb strength criterion did not analyze effect of intermediate principal stress on yield and failure of soil so that the disparity between results obtained using Mohr – Coulomb strength criterion and those from experimental data are produced. In the paper, The ultimate bearing capacity of foundation based on unified strength theory is established and a unified solutions are obtained. The corresponding solutions of different materials can be got from it. The unified solution can not only be used to fit the properties of the materials with different tension – pressure strength but also those with equal tension – pressure strength, Results show that ones make full use of the properties of the materials so as to reduce supports, which is of important significance for engineering.

Key words: intermediate principal stress; ultimate bearing capacity; unified strength theory

(编辑 姚 飞)

(上接第 132 页)

Stress and Displacement Numerical Modeling of Bedding Bank Slope Including Weak Interbed

JIN Xiao-guang¹, LI Xiao-hong², LIU Xin-rong¹, GAO Yong¹

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

2. Key Laboratory for the Exploitation of South West Resources & the Environmental

Disaster Control Engineering Under the State Ministry of Education, Chongqing 400030, China)

Abstract: Taking a bedding bank slope including weak interbed in Three Gorges area as an example and through 3D finite element numerical modeling, the influence of weak interbed to bank slope rock mass stress and displacement is studied, is less than as well as displacement characteristics of weak interbed when storage water and storage level 175 m. Numerical modeling results show that: 1) When Three gorges area storage level to 175 m, horizontal displacement will increase 0.097 ~ 0.005 m and vertical displacement will increase by 0.055 ~ 0.025 m of bank slope rock mass. 2) From outside to inside, horizontal displacement of the fourth weak interbed will increase by 0.099 m, 0.097 m, 0.092 m and 0.075 m. Vertical displacement will increase by 0.080 m, 0.079 m, 0.071 m and 0.057 m. 3) Deformation will be concerted of the fourth weak interbed exceptant bank slope rock mass and weak interbed will be potential, the most dangerous failure plane. 4) The most dangerous shear failure level position is about 145 m, 125 m, 101.5 m and 101.5 m when bank slope failure along different weak interbed.

Key words: weak interbed; bedding bank slope; rock mass stress; displacement; numerical modeling

(编辑 姚 飞)