2005 年 3 月　　重庆大学学报(自然科学版)　　Mar. 2005
第 28 卷第 3 期　　Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)　　Vol.28　No.3

文章编号:1000-582X(2005)03-0155-04

有能力约束的单机经济批量计划问题优化模型*

赵泉午,熊中楷,杨秀苔
(重庆大学 经济与工商管理学院,重庆 400030)

摘　要:有能力约束的单机经济批量计划问题是企业管理中的一重要问题,在企业信息化软件开发中具有重要的实际应用意义。在国内外研究的基础上,建立了求解有能力约束的单机经济批量计划问题的数学模型。由于上述问题为 NP 难问题,根据模型解的特征,采用遗传算法的原理,设计了求解上述模型的遗传算子和流程,利用 dephi 编程得出了计算结果。结果表明,算法效果优于唐立新(1999)的结果;且在有能力约束的情况下,算法得出的结果接近无能力约束的情形,充分说明了该算法的有效性。

关键词:经济批量计划问题;遗传算法;NP 难问题
中图分类号:F406.2　　**文献标识码**:A

离散制造业中的经济批量计划问题(ELSP: Economic Lot Size Scheduling Problem)是一个理论和算法上的研究难点,也是实际生产中产生重大经济效益的问题之一。许多批量计划问题都能表示成离散最优化问题,其中很多问题是 NP 完全问题或 NP 难问题,遗传算法(Genetic algorithm)是解决此类问题的一种有效算法。笔者采用遗传算法原理,设计了求解此类问题的算法,结果表明算法结果优于文献[1]。

ELSP 解决的是这样一个问题:多个不同的工件在同一台设备上重复加工,同一时刻仅允许一个工件在设备上加工,每个工件加工前都有设备调整时间和调整费用,市场对每一工件的需求在整个批量生产周期中是一定的;并且不允许缺货。ELSP 的求解是一个非常复杂的问题,要求在受资源约束的情况下,为了消除资源冲突,需要对项目(工件或半产品)、时间、数量共三维变量同时进行调整,在调整的过程中,使生产费用、调整费用和库存保管费用的增量总和最小。

自 20 世纪 50 年代起,许多学者对 ELSP 进行了研究。但都基于两种最基本的分析方法来保证求解结果的可行性,如保证不超过设备可用工作时间等[2]。1)在求解问题前,加上几个约束条件;2)各种启发式算法,但启发式算法对避免非可行解和检验解的有效性方面效果较差。此后, Dobson (1987)[3]、Roundy (1989)[4]、Gallego(1990)[5]、Zipkin(1991)[6]、Gallego 和 Roundy(1992)[7]、Glass(1992)[8]、Gallego 和 Moon (1995)[9]、Moutaz(1998)[10]对 ELSP 进行了更详细地研究;提出了该问题的各种变种,以更接近生产实际。如 Darrow et al. (1989)[11]考虑到工件和工件组的调整时间依赖于顺序,给出了成组 ELSP 问题(又称 GTLS)的零件-周期平衡方法。笔者在前人的基础上,给出了有能力约束单机经济批量问题的数学模型,并用遗传算法分别对其进行求解。

1　假设条件及数学模型

1.1　假设条件

为描述问题方便,做如下的假设:

1) 工件在单台设备上的生产时间一定;

2) 各工件的需求量在整个计划周期内为常数,并且工件的需求是分时间段的(如把一个计划周期分为 4 段,每段各有一个确定的需求量);

3) 不允许缺货(制定计划时考虑的是业务外包、外购件和外协件后的情况);

4) 在制品库存费用与在制品数量成正比;

5) 由于成组生产线要求工件之间的相似性很高,组内工件之间的设备调整费用和时间相对于组间的调整时间和费用而言很小,组间和组内工件的调整费用

* **收稿日期**:2004-10-25
基金项目:国家青年社科基金(02CJY027)
作者简介:赵泉午(1976-),男,河南方城人,重庆大学博士研究生,主要研究方向为生产运作管理、供应链及物流管理等。

和时间与工件顺序无关;

6) 设备的理想利用率一定,但实际利用率可以不同于理想利用率;

7) 一个工件只能属于一个工件组。

1.2 参数定义及数学模型

模型中各个参数定义如下:

J_{ij}为 G_i 组内第 i 个工件($i=1,2,\cdots,N;j=1,2,\cdots,N_i$);$T$ 为计划范围长度;t 为计划范围内的 t 时段;X_{ijt}为工件在时段的产量;D_{ijt}为工件 J_{ij}在 t 时段的外部需求;I_{ijt}为工件 J_{ij}在 t 时段末的库存量;H_{ij}为工件 J_{ij}的库存费用(元/单位时间);S_{ij}为工件 J_{ij}的每次调整费用(元/次);S_i 为工件组 G_i 的每次调整费用(元/次);A_{ij}为工件 J_{ij}的单位生产费用(元/个);M_{ijt}为工件 J_{ij}在 t 时段的生产调整变量(0 或 1);N_{it}为工件组 G_i 在 t 时段的生产调整变量(0 或 1);G 为足够大的正数;P_t 为设备在 t 时段的可用工时,与设备利用率有关;W_{ij}为工件 J_{ij}加工前的准备工时;B_{ij}为工件 J_{ij}的加工工时;F_i 为工件组 G_i 加工前的准备工时。

计划范围内花费的总费用为:

$$\mathrm{TC}=\sum_{i=1}^{N}\{\sum_{t=1}^{T}[\sum_{j=1}^{N_i}[I_{ijt}*H_{ij}+X_{ijt}*A_{ij}+M_{ijt}*S_{ij}]+N_{it}*S_i]\} \tag{1}$$

数学模型为:

$$\text{Minimize TC}$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N_i}(X_{ijt}*B_{ij}+M_{ijt}*W_{ij})+\sum_{i=1}^{N}N_{it}*F_i\leqslant P_t \tag{2}$$

$$I_{ij,t-1}+X_{ijt}-I_{ijt}=D_{ijt} \tag{3}$$

$$X_{ijt}\geqslant 0 \tag{4}$$

$$X_{ijt}\leqslant G*M_{ijt} \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{N_i}X_{ijt}\leqslant G*N_{it} \tag{6}$$

$$M_{ijt}=0\text{ 或 }1 \tag{7}$$

$$N_{it}=0\text{ 或 }1 \tag{8}$$

$$I_{ijt}\geqslant 0 \tag{9}$$

$$I_{ij0}=I_{ijT}=0 \tag{10}$$

其中 $t=1,2,\cdots,T;i=1,2,\cdots,N;j=1,2,\cdots,N_i$

上述模型中目标函数表示整个计划期内的所有费用(生产费用、库存费用、组间和组内设备调整费用)最小。公式(2)表示 t 时段加工工件所需工时不能超过设备的可用工时;公式(3)表示满足需求的物流平衡方程;公式(4)表示工件数量非负,且为整数;公式(5)表示只有工件的生产数量大于零时才发生工件的调整费用;公式(6)表示组内只有一个工件的生产数量大于零时才能发生组的调整费用;公式(7)和(8)表示2个 0 - 1 变量;公式(9)表示不允许缺货;公式(10)表示计划范围的期初和期末的库存量为零。

2 算法设计

2.1 染色体的构造及转化计算

根据有约束条件的染色体构造方法,仅对 M_{ijt}进行编码,生成基因,构成染色体。在此同样采用矩阵结构表示染色体,只是矩阵的行表示各个工件,列表示各个工件在不同周期上的 M_{ijt}值。具体表示如下:

用 $\boldsymbol{A}$ 表示 $P*T$ 维染色体结构矩阵,对于 $\boldsymbol{A}$ 有如下规定:

1) $P=\sum_{i=1}^{N}N_i$

2) 构成 $\boldsymbol{A}$ 的元素 a_{kt},其中 $k=1,2,\cdots,P;t=1,2,\cdots,T;\lambda_{ij}=\min_{t=1,2,\cdots,T}\{t|D_{ijt}>0\}$

$R(0,1)$为随机产生 0 或 1 的发生器,则可以得出如下的关系式:

a) 当 $t<\lambda_{ij}$时,$a_{kt}=R(0,1)$;

b) 当 $t=\lambda_{ij}$时,如果 $\sum_{t=1}^{\lambda_{ij}-1}a_{kt}=0$,$a_{kt}=1$,否则 $a_{kt}=R(0,1)$;

c) 当 $t>\lambda_{ij}$时,$a_{kt}=R(0,1)$;

至此可以构造出矩阵 $\boldsymbol{A}$,进而可以得出初始种群。

下面利用各个整数变量的关系,进行转化计算(保证解的可行性)

对于 $X_{ijt},I_{ijt},M_{ijt},N_{it}$,有如下的关系式:

1) 当 $M_{ijt}=0$ 时,$X_{ijt}=0$

2) 当 $M_{ijt}=1$ 时,令 $M_{ij,T+1}=1,L=\min_{k=t+1,\cdots,T+1}\{k|M_{ijk}=1\}$,则 $X_{ijt}=\sum_{k=t}^{L-1}D_{ijk}$

3) $I_{ijt}=\sum_{k=1}^{t}X_{ijt}-\sum_{k=1}^{t}D_{ijt}$

当$\sum_{j=1}^{Ni}X_{ijt}=0$ 时,$N_{it}=0$;否则 $N_{it}=1$。

4) 特殊处理

当 $M_{ijt}=1$ 时,有时出现 $X_{ijt}=0$,这时计算目标函数时应作如下处理:

当 $X_{ijt}=0$,则 $M_{ijt}=0$;否则 $M_{ijt}=1$。

2.2 算法的实现原理

文献[1]中,根据用遗传算法求解有约束条件的最优化问题的原理,可以在假定 M_{ijt}一定(由上述方法可以确定)的条件下,将上述模型转化为标准的线性规划问题;然后求解线性规划问题。实际上,这里面有这样一个问题:上述线性规划为整数规划问题(工件

个数当然为整数)，因此利用标准线性规划求解(引入松弛变量)，得到的最优结果很可能不全部是整数，甚至都不是整数，这也就意味着每次迭代后，很少能得到可行解，如果对线性规划的求解结果进行处理(比如取整)，也不能保证处理后的结果要优于其他结果。实际上，对上述有约束的最优化问题而言，其可行解构成的集合是无约束的最优化问题的可行集的一个真子集。因此可以按照无约束最优化问题求解方法，只是每次迭代完毕之后，将解代入约束条件进行检验，并将不合格的解剔除，重新随机生成构造新的染色体，构成新的种群，以进行下一步的迭代，也即通常所说的拒绝策略。

2.3 参数选择与适应性函数

群体规模取为 Psize = 20，交叉概率为 $0.90 \leqslant P_c \leqslant 0.95$，变异概率为 $0.80 \leqslant P_m \leqslant 0.10$，最大迭代代数为 $M_{gen} = 100$。选择 $f = C - \mathrm{TC}$ 作为适应函数，其中 TC 等同于上述模型中 TC，C 为一大于 TC 的正数，具体值为每一代中 TC 的最大值。

2.4 遗传算法流程

Step1：初始化，输入模型参数 Pt、F_i、B_{ij}、W_{ij}、H_{ij}、A_{ij}、S_{ij}；结构参数 N、T、Ni；算法参数 Psize、Pc、Pm、M_{gen}、ϕ。

Step2：产生初始染色体(通过约束条件保证其可行性，同时建立一个已测试的不可解集 U)。

Step3：计算染色体的适应值，具体过程为：$i = 1$

1) 染色体求出各个整数变量的值，然后将他们代入适应性函数，求出其适应值；

2) 保留适应值最大的染色体；

3) 对种群进行遗传算子操作，迭代至下一代，$I = I + 1$；操作过程中，保证染色体的可行性(若连续 20 次由父代产生子代都为不可行解，直接复制父代到子代中)；迭代过程中将不可行的解归入集合 U；

4) 判断是否满足终止条件；若满足转至 Step5，否则转至 1)。

Step4：终止条件

1) 代数大于最大迭代次数；

2) 连续 10 代解的改进量之和小于 ϕ(取为 60)。

Step5：计算出适应值最大的染色体，作为计算结果。

3 实例计算及分析

考虑 4 个周期、6 个工件、3 个工件一组，共 2 组($T = 4, N = 2, N_1 = 3, N_2 = 3$)的生产批量计划问题。问题的参数如表 1 所示，用 Delphi 实现上述算法，求解上述有约束成组单元经济批量问题，问题的约束条件以及计算结果如表 1 - 4 所示。

表 1　模型的原始数据

工件号	需求(定单的交货期情况)				费用系数			组费用	
	周期 1	周期 2	周期 3	周期 4	生产费用	库存费用	项目调整费用	组号	组间调整费用
1	53	8	72	68	10.00	5.19	100.00	1	
2	25	88	35	85	10.00	4.19	140.00	1	
3	0	198	34	0	10.00	3.28	60.00	1	1 690
4	12	138	108	101	10.00	3.76	120.00	2	
5	4	88	39	42	10.00	4.14	180.00	2	
6	2	46	83	10	10.00	3.41	250.00	2	2 480

表 2　工时系数和周期可用能力

加工工时	工件准备工时	组准备工时	周期可用能力			
1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2	1	2	3	4
2 1 3 1 3 2	2 2 1 3 1 1	50 48	1 665	1 600	1 550	1 480

表 3　不考虑能力约束时实例的计算结果

项目号	笔者的计算结果				TC	文献[2]的计算结果				TC
	周期 1	周期 2	周期 3	周期 4		周期 1	周期 2	周期 3	周期 4	
1	53	8	140	0		133	0	0	68	
2	25	88	120	0		148	0	0	85	
3	0	232	0	0		232	0	0	0	
4	359	0	0	0		12	138	209	0	
5	173	0	0	0		4	88	81	0	
6	161	0	0	0	26 882.27	161	0	0	0	29 802.243

表4 2种情况下计算结果对比

项目号	无能力约束的计算结果 周期1	周期2	周期3	周期4	TC	有能力约束的计算结果 周期1	周期2	周期3	周期4	TC
1	53	8	140	0		53	80	0	68	
2	25	88	120	0		25	123	0	85	
3	0	232	0	0		0	232	0	0	
4	349	0	0	0		150	0	209	0	
5	173	0	0	0		92	0	81	0	
6	161	0	0	0	26 882.27	68	0	93	0	27 759.65

由表3可知,在无能力约束的情况下,从计算结果来看,笔者算法优于文献[1];表4说明在有能力约束的情况下,笔者算法得出的结论接近无能力约束的结果,充分说明了笔者算法的有效性和实用性。

4 结束语

有能力约束的单机经济批量计划问题是企业管理中的一个重要问题,在企业信息化软件工程开发中具有重要的实际应用意义,是常见的企业信息化软件MRPⅡ、ERP的核心之一。笔者采用遗传算法原理,根据模型的特点设计的算法,是对唐立新算法的改进,具有一定的理论指导和较强实际操作意义。

参考文献:

[1] 唐立新. CIMS下生产批量计划理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,1999.

[2] MOUTAZ KHOUJA, ZBIGNIEW MICHALEWICZ, MICHAEL WILMOT. The Use of Genetic Algorithms to Solve the Economic Lot Size-scheduling Problem[J]. European Journal of Operational Research, 1998,110:509-524.

[3] DOBSON G. The Economic Lot Scheduling Problem: Achieving Feasibility Using Time Varying Lot Size[J]. Operations Research, 1987,35:764-771.

[4] ROUNDY R. Rounding off to Powers of Two in Continuous Relaxation of Capacitated Lot Sizing Problems[J]. Management Science, 1989,35:1 433-1 442.

[5] GALLEGO G. Scheduling the Production of Several Items with Random Demands in a Single Facility[J]. Management Science, 1990,36:1579-1592.

[6] ZIPKIN P. Computing Optimal Lot Size in the Economic Lot Scheduling Problem[J]. Operations Research, 1991,39:56-63.

[7] GALLEGO G, ROUNDY R. The Extended Economic Lot-scheduling Problem[J]. Naval Research Logistics, 1992, 39: 729-829.

[8] GLASS C A. Feasibility of Scheduling Lot Sizes of Three Products on One Machine[J]. Management Science, 1992, 38:1 482-1 494.

[9] GALLEGO G, MOON I. The Effect of Externalizing Setups in the Economic Lot Scheduling Problem[J]. Operations Reasearch, 1992,40:614-619.

[10] DARROW W P, GUPTA N D. Integrating Group Technology and MRP Systems Through Lot-sizing and Scheduling[J]. Computers Industrial Engineering, 1989,16:287-296.

Optimization Study of Single-machine ELSP Under Capability Constraints

ZHAO Quan-wu, XIONG Zhong-kai, YANG Xiu-tai

(College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Based on the outcomes of scientific research on ELSP, the authors put forward a mathematic model to solve Single-machine Economic Lot sizes Scheduling Problem under capability contraints. For ELSP is a NP hardness, we solve the problem with GA (Genetic algorithm) according to the charictistics of the model and achieve the numerical results by phi. The results indicate that our results are better than literature. At the same time our results approach the results under no capability contraints that sufficiently prove the validity of our algorithm.

Key words: ELSP; genetic algorithm; NP hardness

(编辑 刘道芬)