

文章编号:1000-582X(2005)08-0001-03

频率细化分析方法及其在虚拟仪器中的应用*

周传德,秦树人,汤宝平,尹爱军
(重庆大学机械工程学院,重庆 400030)

摘要:频率细化分析是一种重要的频谱分析工具,是信号处理和虚拟仪器的主要功能之一.介绍了几种典型的频率细化分析方法,包括连续DFT和复调制方法等,并研究了它们的优缺点,提出了一种结合子带分解DFT和复调制方法的新频率细化方法,它继承了复调制细化的优点,且无需设计特定的滤波器,减少了运算量,适用于实时细化分析,最后以虚拟仪器中的应用实例展示了几种频率细化的算法和效果.

关键词:频率细化;虚拟仪器;子带分解DFT
中图分类号:TH115

文献标识码:A

频率细化分析是20世纪70年代发展起来的一种重要的频谱分析手段,也是目前虚拟仪器中FFT分析必备的一项功能,进行频率细化分析的主要目的在于提高频谱的分辨力,得到比一般FFT分析更加详尽频率成分信息,或者更为准确的频率、幅值和相位信息.

1 FFT误差分析

FFT是对式(1)的快速算法,在式(1)中 n 标识时间系列, k 标识频率系列,且 n, k 皆为 $n, k(0, N-1)$ 内的整数.这就会产生如下2个问题:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} \quad (1)$$

1) 频率分辨力.当多频信号中的2个频率 f_1, f_2 之差 $|f_1 - f_2| < \Delta f$ 时,信号FFT幅值谱线在 f_1 和 f_2 之间不可能有谷点,所以分辨不出2个频率.特别对于窄带信号,这一现象表现得尤为明显.FFT变换中与频率相关的变量 K 的步长最小为1,存在频率分辨率不高的问题.

2) 栅栏效应.当信号频率对不准某一条谱线时,通常用邻近的一条谱线来近似.这会对幅值和相位造成很大误差,特别是相位误差可达 90° .栅栏效应主要受频率分辨率和窗函数的影响.

克服栅栏效应的措施主要包括加窗处理和校正,文献[1-2]研究了频率-幅值-相位的校正办法;提高频率分辨力的理论途径主要有2种:降低采样频率 f_s 和增大采样点数 N ,常见的信号处理方法为频率细化分析,其中复调制细化和相位补偿细化是2种目前

普遍应用的频率细化技术.

2 连续DFT频率细化

对式(1), $X(k)$ 是对连续傅里叶变换频域采样的结果.如果对 k 取“连续”变化,则 $X(k)$ 也该是“连续”变化,即实现细化,比如 $\Delta k = 0.1$,输出 $X(k)$ 系列则是DFT直接算法的基础上细化10倍.根据傅里叶级数的概念也易得到相同的结果^[3].

连续DFT频率细化的物理意义明确,对采样数据长度没有严格要求,可以进行任意倍数的细化.但细化倍数太大或者采样点数太少,受加窗的影响严重,效果较差.因此适用于数据样本适中,细化倍数不大的离线或在线测试.

3 复调制FFT频率细化

复调制细化是根据傅里叶变换的频移性质,将采样时间序列通过特定的带通滤波器后,与复指数 $e^{-j2\pi n f_c / f_s}$ 相乘,将中心频率 f_c 的频段信息移到相应频谱的原点处,再经 M 倍下采样并作 $\frac{N}{M}$ 点FFT,实现 M 倍频率细化.算法流程如图1.

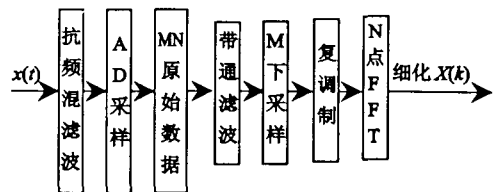


图1 ZOOM-FFT频率细化处理流程

* 收稿日期:2005-04-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50405009)

作者简介:周传德(1978-),男,湖北宜昌人,重庆大学博士研究生,研究方向信号处理与智能测试.

复调制法 ZFFT 利用带通滤波加频移获得任何感兴趣频段的细化谱思路,是先进和实用的,但此法要求事先设计带通滤波器,且一旦设计好以后,其参数不好随时变更,滤波器也会使相位和幅值发生改变,计算量也较大.可以通过特定滤波器(零相位滤波器)和幅值/相位校正改善复调制 FFT 细化算法的性能^[4],它适用于离线信号处理.若数据较长或感兴趣频段很窄,即感兴趣频率线数 $K \ll MN$,可以通过子带分解 DFT (SD-DFT) 实现频率细化.

4 子带分解 SD-FFT 及其改进

SD-DFT 最大特点是可以单独计算出不同带宽的子带谱,而无需设计滤波器^[5-7].其基本思想如下:对长度为 N 的时间序列 $x(n)$ 按式(2)、(3)分解得到子系列 $g_l(n)$ 、 $g_h(n)$ 及其 DFT 变换 $G_l(k)$ 、 $G_h(k)$.

$$\begin{cases} g_l(n) = \frac{1}{2}(x(2n) + x(2n+1)), \\ g_h(n) = \frac{1}{2}(x(2n) - x(2n+1)), \end{cases} \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1). \quad (2)$$

$$\begin{cases} G_l(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} g_l(n) W_{N/2}^{nk}, \\ G_h(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} g_h(n) W_{N/2}^{nk}, \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1). \quad (3)$$

时间序列 $x(n)$ 的 DFT 变换 $X(k)$ 可以通过 $g_l(n)$ 、 $g_h(n)$ 系列得到,即

$$\begin{aligned} X(K) &= \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) W_N^{2nK} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) W_N^{(2n+1)K} = \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} (g_l(n) + g_h(n)) W_N^{2nK} + \sum_{n=0}^{N/2-1} (g_l(n) - g_h(n)) W_N^{(2n+1)K} = \\ &= (1 + W_N^K) \sum_{n=0}^{N/2-1} g_l(n) W_{N/2}^{nk} + (1 - W_N^K) \sum_{n=0}^{N/2-1} g_h(n) W_{N/2}^{nk}, \end{aligned} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1). \quad (4a)$$

若只针对正频率,则式(4a)可以转化为标准的 FFT,即

$$X(K) = (1 + W_N^K) G_l(K) + (1 - W_N^K) G_h(K), \quad (k = 0, 1, \dots, N/2 - 1). \quad (4b)$$

这就是 SD-DFT 的一次分解表达形式,式(4)中前后两项分别代表着低通滤波器和高通滤波器的输出,分界频率为 $f_s/4$,即

$$X(K) \cong (1 + W_N^K) G_l(K), \quad (k = 0, 1, \dots, N/4 - 1).$$

可以直观得到上述结论,因为:

1) 当 k 很小时 $G_h(K) \ll G_l(K)$, 因为 $g_h(k)$ 是原样本通过高通滤波器的输出;

2) 当 $k \ll N$ 时, $(1 - W_N^K) \ll (1 + W_N^K)$.

若对 $g_l(n)$ 再次分解 p 次,便可得到 2^p 次细化频谱(低频部分):

$$X(k) \cong \sum_{n=0}^{N/2^p-1} q(r) W_N^{rk+2^p} \prod_{i=1}^p (1 + W_N^{k+2^{i-1}}). \quad (5)$$

其中: $K=0, 1, 2, \dots, N/2-1$.

$$q(r) = 1/p.$$

按式(5)可以计算信号的低频成分,算法适用于数据样本很大,或者实时细化.对于其它各频段也可以逐级分解得到不同子带信号,但递推关系复杂,所以很少利用.通过复调制改进 SD-DFT,以较小的计算量获得不同频段的频谱信息,算法流程如图2所示.

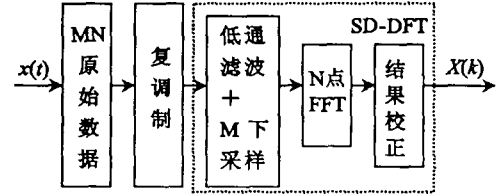
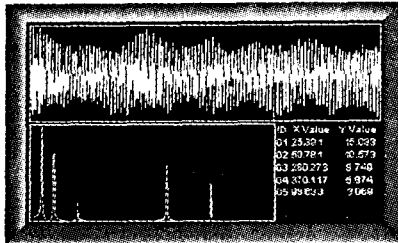


图2 改进 SD-DFT 算法流程

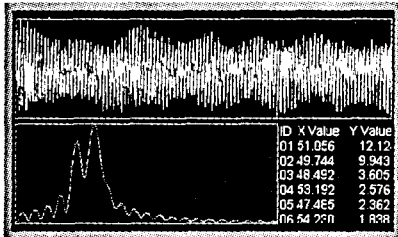
5 虚拟仪器中的应用

为了方便比较,虚拟仪器采用以下 VC 程序代码生成多频率成分的信号,并分别采用不同算法实现频谱分析.图3(a)是对原始信号直接 FFT 变换的幅频谱,频谱报告中 50 Hz 附近只有 50.78 Hz 惟一的频率成分;图3(b)是以 48.0 Hz 为始频率,细化倍数为 20 的连续 DFT 算法结果,可以看到在 50 Hz 附近有 49.7 和 51.0 等 2 个以上的频率成分,但由于矩形窗的频谱旁瓣掩盖,无法得到其它成分;图3(c)是以 48.0 Hz 为中心,32 倍下采样复调制 FFT 频谱,在此图中可以清晰辨出在 50 Hz 附近有 4 组不同频率成分的信号;图3(d)是结合子带分解 DFT 和复调制算法,不经特别设计的滤波器,以更少点数做 FFT 的结果,与图3(c)基本相同,只是经过了不同的滤波器和窗函数,在幅值上存在差别,需要根据滤波器和加窗类型校正获取更准确的频率和幅值信息.

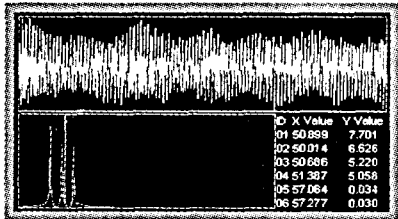
```
int i;
float fs = 1000.0;
for(i=0; i < 1024 * 32; i++)
{
    x[i] = 1.0 * i/fs;
    y[i] = 20.0 * sin(2 * 3.14159 * 25.8 * i/fs + 0.2) +
        10.0 * sin(2 * 3.14159 * 50 * i/fs) +
        7.8 * sin(2 * 3.14159 * 50.7 * i/fs) +
        7.8 * sin(2 * 3.14159 * 50.9 * i/fs + 0.2) +
        7.0 * sin(2 * 3.14159 * 51.4 * i/fs + 0.2) +
        4.0 * sin(2 * 3.14159 * 99 * i/fs + 0.2) +
        6.0 * sin(2 * 3.14159 * 370 * i/fs + 0.2) +
        10.0 * sin(2 * 3.14159 * 280 * i/fs + 0.2);
}
```



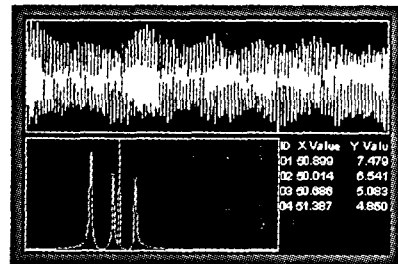
(a) FFT快速算法的幅频谱



(b) 连续DFT算法的幅频谱



(c) 复调制ZoomFFT算法的幅频谱



(d) 结合SD_DFT和复调制算法的幅频谱

图3 几种频谱细化的比较

6 结论

通过理论推导和实验证明综合子带分解和复调制的频率细化分析方法是很有用的信号分析方法,适用于实时分析和窄带频率分析。

参考文献:

- [1] 何岭松,熊鹰. 用双窗法减小FFT谱分析估算误差[J]. 振动与冲击,2001,20(2):49-53.
- [2] 丁康,钟舜聪. 用的离散频谱相位差校正方法[J]. 电子学报,2003,31(1):142-145.
- [3] 刘进明,应怀樵. FFT谱连续细化分析的傅里叶变换法[J]. 振动工程学报,1995,8(2):162-166.
- [4] 郭瑜,汤宝平,纪跃波. 基于解析信号和带通滤波的频率细化分析[J]. 重庆大学学报(自然科学版),2001,24(4):17-22.
- [5] PAPOULIS E V, STATHALD T. A DFT Algorithm Based on Filter Banks: the Extended Subband DFT[Z]. Image Processing IEEE, Barcelona Spain, 2003.
- [6] SHENTOV O V, HOSEN A N, MITRA S K, et al. Subband DFT-interpretation, Accuracy and Computational Complexity[Z]. Signals, Systems and Computers IEEE, Pacific Grove, 1991.
- [7] HOSEN A N, HEUTE U. Fully Adaptive Evaluation of Subband DFT[Z]. Circuits and Systems ISCAS, Chicago Illinois USA, 1993.

Frequency Refining Analysis and Its Applications in the VIs

ZHOU Chuan-de, QIN Shu-ren, TANG Bao-ping, YIN Ai-jun

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Frequency refining is an important spectrum analyzing tool, and is one of the main function of signal processing and the virtual instrument. This paper introduces several typical frequency refining analysis methods including DFT and multiple modulation and so on. It also probes into their advantages and disadvantages, and proposes a new frequency refining method combining subband decomposing DFT and multiple modulation, which inherits the advantages of multiple modulation, needs not to design a specific filter, reduces the amount of calculation, and is fit for real-time refining analysis. At last, it exhibits several frequency refining algorithm and their effects with applications in virtual instruments.

Key words: frequency refining; virtual instrument; subband decomposing analysis DFT