

文章编号:1000-582X(2005)09-0005-04

# 变齿厚平面蜗轮传动的弯曲应力分析

祝熙俊,张光辉,林腾蛟

(重庆大学 机械传动国家重点实验室,重庆 400030)

**摘要:**变齿厚平面蜗轮传动的全称为“侧隙可调式变齿厚平面蜗轮包络环面蜗杆传动”,它是介于传统“运动传动”和“动力传动”之间的一种新型精密动力传动.利用啮合原理的知识,笔者推导出变齿厚平面蜗轮传动副的齿面方程.在此基础上,又用 I-DEAS8.0 软件建立了具有精确齿廓形状的变齿厚平面蜗轮传动副的实体模型,并对变齿厚平面蜗轮传动副进行了有限元分析,求解出了该传动副的主应力分布、齿间载荷分配等情况,为这种蜗杆传动的强度和性能分析提供了一定的依据.

**关键词:**变齿厚平面蜗轮传动;啮合分析;I-DEAS 建模;应力分析

**中图分类号:**TH132.44

**文献标识码:**A

侧隙可调式变齿厚平面包络环面蜗杆传动<sup>[1]</sup>是张光辉教授发明的一种新型精密动力蜗杆传动,简称为“变齿厚平面蜗轮传动”.它克服了以往各种类型蜗杆传动“高强度、低精度”或“高精度、低强度”的缺点,集高强度、高精度、高寿命、易精加工等诸多优点于一身.既保留了普通平面一次包络环面蜗杆传动的诸多优点<sup>[2]</sup>,又克服了其几乎不能调整侧隙、补偿蜗轮齿面磨损减薄量的缺点.作为一种新型传动的深入研究,对它进行强度分析,了解该传动副应力变化的情况,对该产品的生产应用具有重要的意义.在研究的方法上,一般的有限元法对齿轮作弯曲应力分析时,由于以单个齿轮作为研究对象,一般将外载人为地处理成集中载荷或分布载荷加在齿顶或齿廓上的某一位置,这样就不能准确反映齿轮传动的啮合状态,将降低计算结果的准确性.接触有限元法的应力分析能较好地模拟实际啮合状态下轮齿的整体位移场、接触应力分布和齿间载荷分配等问题;能较准确的反映出蜗杆传动中诸多因素的影响.

笔者利用 I-deas<sup>[3]</sup> 软件精确地建立了这种新型蜗杆传动副的啮合模型,并设置了合理的边界条件,并且划分了网格,最后进行了有限元计算和应力的分析,得到了该新型蜗杆传动的各种应力分布情况.

## 1 计算模型

### 1.1 蜗轮副的主要几何参数

首先,某变齿厚平面蜗轮传动副的主要几何参数见表 1 中.

表 1 侧隙可调式蜗杆传动副的主要几何参数

蜗杆头数	1
蜗轮齿数	50
中心距	125 mm
蜗轮基准圆直径	75 mm
蜗轮分度圆直径	210 mm
蜗轮齿面倾角 $\beta_1$	3.5°
蜗轮齿面倾角 $\beta_2$	8°
蜗杆包容齿数	5
蜗轮齿顶圆直径	215.88 mm
蜗轮齿根圆直径	202.44 mm
蜗杆齿顶圆弧半径	102.06 mm
蜗杆齿根圆弧半径	108.78 mm
蜗杆轴肩直径	41.3 mm

### 1.2 模型的建立

#### 1.2.1 蜗轮的成型原理

蜗轮相似于一般的平面斜齿轮,但与普通平面斜齿轮不同之处在于形成它的  $\beta$  值不同(这里设为  $\beta_x$  和  $\beta_y$ ,即  $\beta_x \neq \beta_y$ )也就是正圆锥和倒圆锥不对称,该蜗

\* 收稿日期:2005-01-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50075089)

作者简介:祝熙俊(1975-),男,贵州遵义人,重庆大学硕士研究生,主要从事机械设计及理论方向的研究工作.

轮的轮齿在齿宽方向呈楔形。

### 1.2.2 蜗杆的成型原理

主要是求接触线方程,公式推导中,采用活动标架法<sup>[4]</sup>对其有关公式进行推导.首先设定包络蜗杆两侧齿面的母平面倾角分别为 $\beta_1$ 和 $\beta_2$ ( $\beta_1 \neq \beta_2$ ),且将由倾角为 $\beta_1$ 的母面包络出的蜗杆齿面和对应的蜗轮齿面称为第一侧齿面,另一侧则称为第二侧齿面.这里只介绍第一侧蜗杆齿面的接触线方程.

推导蜗杆接触线坐标如图1所示,各坐标的下标“0”代表工具母面(亦即蜗轮齿面),“1”代表包络面(蜗杆齿面).令蜗轮转角为 $\psi_0$ ,相应的蜗杆转角为 $\psi_1$ ,它们的关系为 $\psi_0 = i_{01}\psi_1$ .

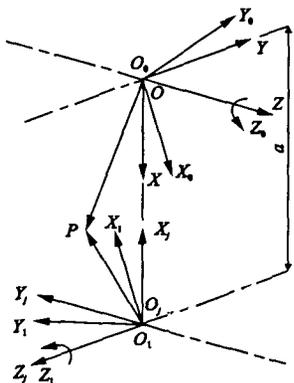


图1 蜗轮蜗杆活动和固定坐标系

#### 1) 啮合方程<sup>[4]</sup>

$$\Phi = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}^{(01)} = 0 \quad (1)$$

此时,在母平面啮合点处设置活动标架 $\sigma_p$ :( $P - e_1, e_2, e_3$ ),以及坐标系 $\sigma_3$ :( $O - X_3, Y_3, Z_3$ ),如图2所示.

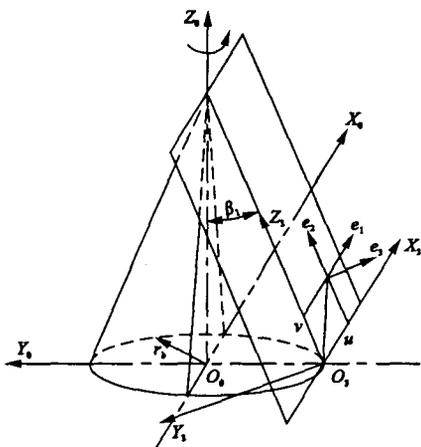


图2 母平面及活动标架图

则母平面在中的方程为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}^{(0)} &= X_0 \mathbf{i}_0 + Y_0 \mathbf{j}_0 + Z_0 \mathbf{k}_0 \\ X_0 &= u \\ Y_0 &= v \sin \beta_1 - r_b \\ Z_0 &= v \cos \beta_1 \end{aligned} \right\} (2)$$

母平面法矢在 $\sigma_p$ 中的表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n} &= n_{x3} \mathbf{e}_1 + n_{y3} \mathbf{e}_2 + n_{z3} \mathbf{e}_3 \\ n_{x3} &= 0 \\ n_{y3} &= 0 \\ n_{z3} &= 1 \end{aligned} \right\} (3)$$

相对速度在活动标架上的投影为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}^{(01)} &= v_1^{(01)} \mathbf{e}_1 + v_2^{(01)} \mathbf{e}_2 + v_3^{(01)} \mathbf{e}_3 \\ v_1^{(01)} &= i_{10} \cos \psi_0 Z_0 - Y_0 \\ v_2^{(01)} &= (X_0 - i_{10} \sin \psi_0 Z_0) \sin \beta_1 + \\ & i_{10} \cos \beta_1 (\sin \psi_0 Y_0 - \cos \psi_0 X_0 + a) \\ v_3^{(01)} &= i_{10} \sin \beta_1 (\sin \psi_0 Y_0 - \cos \psi_0 X_0 + a) - \\ & \cos \beta_1 (X_0 - i_{10} Z_0 \sin \psi_0) \end{aligned} \right\} (4)$$

将式(3)、(4)代入式(1)整理得:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= M_1 \cos \psi_0 - M_2 \sin \psi_0 - M_3 = 0 \\ M_1 &= -i_{10} u \sin \beta_1 \\ M_2 &= i_{10} (r_b \sin \beta_1 - v) \\ M_3 &= u \cos \beta_1 - i_{10} a \sin \beta_1 \end{aligned} \right\} (5)$$

即:

$$v = \frac{u i_{01} \cos \beta_1 + (u \cos \psi_0 + r_b \sin \psi_0 - a) \sin \beta_1}{\sin \psi_0}, \quad (\psi_0 \neq 0) \quad (6)$$

#### 2) 接触线方程

蜗轮蜗杆作共轭运动时,接触线方程在蜗轮标架 $\sigma_0$ 中得表达式为由式(2)、(6)和下式(7)组成的方程组.

$$\psi_0 = \text{const.} \quad (7)$$

在蜗杆标架 $\sigma_1$ 中的表达式为由(2)、(6)和下式(8)组成的方程组.

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= -\cos \psi_0 \cos \psi_1 X_0 + \sin \psi_0 \cos \psi_1 Y_0 - \\ & \sin \psi_1 Z_0 + a \cos \psi_1 \\ X_1 &= \cos \psi_0 \sin \psi_1 X_0 - \sin \psi_0 \sin \psi_1 Y_0 - \\ & \cos \psi_1 Z_0 - a \sin \psi_1 \\ Z_1 &= -\sin \psi_0 X_0 - \cos \psi_0 Y_0 \end{aligned} \right\} (8)$$

接触线方程的建立,为建立精确的蜗杆模型作了准备.计算模型以某一瞬时的5条接触线为基准,建立相应时刻与蜗杆啮合的蜗轮.至此,蜗杆传动副的模型就已经建立成功.由于在加工的过程中存在不完全齿,所以这对蜗杆传动存在4对齿接触的情况,为了分析蜗杆副传动中最危险时的工况,这里只进行4对齿啮合时的有限元分析.

#### 1.5 网格的划分

为了计算的精确性,在实体模型的网格划分中,分别将蜗轮与蜗杆从原始模型中取出包含接触区域的部分模型,并取蜗轮和蜗杆的单元网格长度为3进行网格的划分,于是得到蜗杆单元数为8 733.节点数为

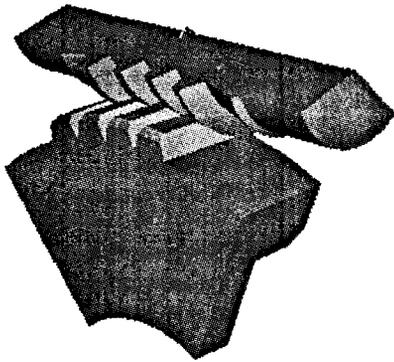


图 3 蜗杆副装配模型

2 252; 蜗轮单元数为 13 133, 节点数为 3 145. 它们的接触单元网格如图 4 所示.

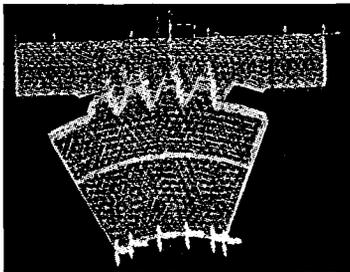


图 4 蜗轮蜗杆接触有限元模型

### 1.4 边界条件的设定

在边界条件的设定中, 主动件是蜗杆, 从动件是蜗轮. 传动副传递的功率最大为 4 Kw; 蜗杆转速  $N = 1\ 500\ \text{r/min}$ ; 作用在蜗杆上的扭矩  $T = 9\ 550 \times P/N = 25.5\ \text{N}\cdot\text{m}$ .

#### 1) 载荷情况

在蜗杆端部施加  $F = 1\ 234.87\ \text{N}$  的载荷, 这样使蜗杆产生  $T = 25.5\ \text{N}\cdot\text{m}$  的扭矩.

#### 2) 约束情况

蜗杆: 设置蜗杆绕其轴心转动.

蜗轮轮毂部: 作固定端处理.

#### 3) 接触情况

在有限元的分析中, 蜗轮蜗杆的接触无疑是至关重要的. 蜗轮的建立是在理论接触线的基础上建立的, 所以蜗轮蜗杆在模型建好后, 就已经处于理论接触区域, 这里只需对之进行正常的装配即可.

## 2 计算结果

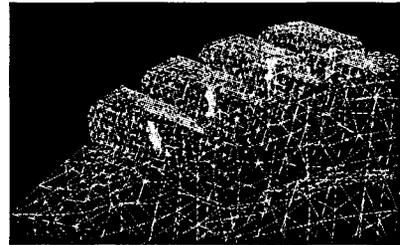
在通过计算后. 在后处理模块中, 可以直观看得到传动副在某一啮合瞬时的应力分布图. 由于传动过程中, 蜗轮总是被破坏的零件, 所以只针对蜗轮进行分析. 下面将进行蜗杆传动正反反转时两个面分析的情况, 分别表示出齿根最大主应力的图及相应的最大主应力表, 蜗轮接触分析图及相应生成的齿间载荷分配表.

### 2.1 母面倾斜角 $\beta_1 = 3.5^\circ$ 时的应力分布

从图 5(a) 中可以看出, 接触位置是处于三向压力状态, 齿根部位受到所受到的正应力即齿根弯曲应力, 其相应的应力值在表 2 中可以得到.



(a)  $\beta_1 = 3.5^\circ$  蜗轮最大主应力图



(b)  $\beta_1 = 3.5^\circ$  蜗轮接触压力图

图 5  $\beta_1 = 3.5^\circ$  蜗轮应力分析

表 2  $\beta_1 = 3.5^\circ$  轮齿从左到右数起的主应力分布值 MPa

齿数	齿根部位最大主应力	接触部位三向压应力
1	140.8	-77.21
2	122.0	-79.53
3	134.4	-56.82
4	52.95	-9.918

从图 5(b) 中得到了接触区域上的接触压力分布<sup>[6]</sup>, 由于轮齿是平面, 可以近似用每个齿上接触区域表面的压力值的和来表示齿间载荷的分配情况, 经过整理得到齿间载荷分布为(图 6)

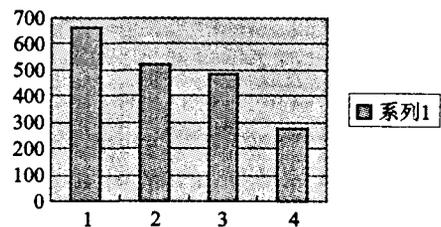


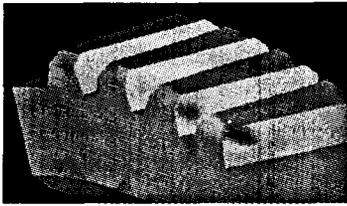
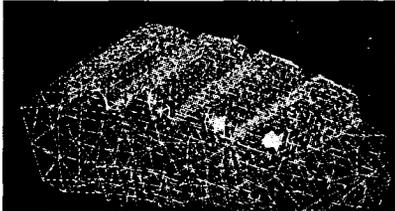
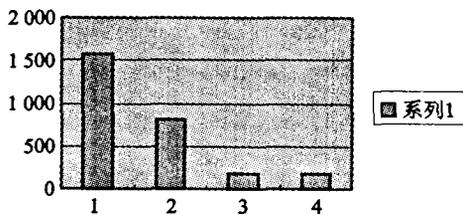
图 6  $\beta_1 = 3.5^\circ$  齿间载荷分配表

### 2.2 母面倾斜角 $\beta_2 = 8^\circ$ 时的应力分布

与第一面相似的分析方式, 可以从下表中得到图 7 图中的应力分布和齿间载荷分配图 8.

表 3  $\beta_1 = 8^\circ$  轮齿从右到左数起的主应力分布值 MPa

齿数	齿根部位最大主应力	接触部位三向压应力
1	220.3	-129.9
2	111.7	-69.5
3	105.9	-84.7
4	98.8	-93.9

(a)  $\beta_2=8^\circ$  蜗轮最大主应力图(b)  $\beta_2=8^\circ$  蜗轮接触压力图图 7  $\beta_2=8^\circ$  蜗轮应力分析图 8  $\beta_2=8^\circ$  齿间载荷分配表

### 3 结 论

1) 蜗杆副正反转所产生的弯曲应力最大值在安全许用范围之内;在啮入区的第一颗齿上,弯曲应力较大,是容易产生疲劳破坏的位置;

2) 蜗杆正转比反转时所产生的弯曲应力小,当然,这是与它所产生的母面倾角有关;

3) 蜗轮正反转时的齿间载荷分配趋势基本一致,在啮入区的载荷较大,啮出区较小。

该新型蜗杆传动在保持其啮合机理的基础上,设计出的蜗杆副经过有限元分析表明其完全能保证安全的使用。

#### 参考文献:

- [1] 张光辉. 侧隙可调式平面包络环面蜗杆传动研究[J]. 中国机械工程, 2000, 28(6): 16-20.
- [2] 齿轮手册编委. 齿轮手册(上册)[M]. 北京:机械工业出版社, 1990.
- [3] 夸克工作室. I-DEAS 进阶[M]. 北京:科学出版社, 2001.
- [4] 吴大任, 骆家舜. 齿轮啮合原理[M]. 北京:科学出版社, 1979.
- [6] 秦东兴. 平面包络环面蜗杆传动弹性啮合分析研究[D]. 重庆:重庆大学, 1999.

## Bending Stress Analysis on Backlash Adjustable Worm Transmission

ZHU Xi-jun, ZHANG Guang-hui, LIN Teng-jiao

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission of Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** The full name of variable tooth thickness plane worm gear transmission is Backlash adjustable plane worm gear with variable tooth thickness enveloping worm transmission, which is a new kind of accurate power transmission that is intervenient between traditional motion transmission and power transmission. Tooth surface equations of the variable tooth thickness plane worm gear transmission are deduced based on the theory of engagement. Basing on the result, the authors create a finite analysis model of backlash adjustable variable tooth thickness plane enveloping worm with perfect tooth shape by using I-DEAS software, and then has done finite element analysis of backlash adjustable variable tooth thickness plane enveloping worm transmission. Finally, the author drew a conclusion about distribution of principal stress and load distribution between teeth, which offer some references for strength and performance analysis of worm transmission.

**Key words:** variable tooth thickness plane worm gear transmission; engagement analysis; modeling with I-DEAS; stress analysis