

文章编号:1000-582X(2006)10-0135-04

# 汽车保险奖惩模型探讨\*

吴永<sup>1,2</sup>, 张林华<sup>1</sup>, 甄少明<sup>2</sup>, 李正良<sup>1</sup>

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400030; 2. 重庆工学院数理学院, 重庆 400050)

**摘要:**在研究汽车保险费率奖惩系统时,参照国际上发达国家认同的做法,提出并考虑了利用历史索赔记录、车辆的类型和驾驶员的年龄等因素分组进行讨论的方法,因此弥补了当前国内汽车保险实务的这方面研究的一些不够完善的地方.当考虑这些因素时,可以把数据按风险同质进行分类,然后分别用分类数据设计汽车保险费率奖惩系统.实验结果表明,考虑了历史索赔记录,车辆类型和驾驶员年龄等情况的汽车保险费率奖惩系统比只考虑索赔次数、或只考虑索赔额情形的系统更加公平、合理.

**关键词:**奖惩系统;风险模型;风险异质

**中图分类号:**F235

**文献标识码:**A

从保险理论及发达国家保险业经营的实践看,车  
险费率应根据车型、使用性质、地域范围、驾驶人员情  
况、保险保障程度、历史索赔记录及保险公司经营成本  
等多种因素来确定.目前中国车险费率的确定一般只  
考虑了索赔记录,因此已无法适应车险业务发展的要  
求,应改革现行的车险费率制度,采用从车加从人费率  
模式,特别是从人费率模式.制定适应中国各保险公司  
目前及未来机动车辆保险业务发展需要的车险费率新  
模式迫在眉睫.

## 1 索赔次数模型

索赔次数的分布模型有泊松模型、二元分布模型、  
负二项分布模型和泊松-逆高斯模型等.下面主要对  
负二项分布模型进行说明和参数估计的推导<sup>[1-3]</sup>.

若的结构函数为连续型分布,可将这个连续型分  
布取为伽玛分布,其密度函数为

$$\pi(\lambda) = \frac{\gamma^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\gamma\lambda}, \lambda > 0 \quad (1)$$

其中  $\gamma > 0, \alpha > 0, \lambda$  是  $\alpha$  伽玛分布的参数.因此,索赔  
次数等于  $k$  的边际分布为

$$P(X = k) = \int_0^\infty \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \frac{\gamma^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\gamma\lambda} d\lambda =$$

$$\frac{\Gamma(k + \alpha)}{\Gamma(\alpha)k!} \left(\frac{\gamma}{\gamma + 1}\right)^\alpha \left(\frac{1}{\gamma + 1}\right)^k, k = 0, 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

是负二项、索赔次数  $X$  的混合分布.令

$$P_k = \frac{\Gamma(k + \alpha)}{\Gamma(\alpha)k!} \left(\frac{\gamma}{\gamma + 1}\right)^\alpha \left(\frac{1}{\gamma + 1}\right)^k, k = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

则有递推迭代公式

$$P_k = P_{k-1} \cdot (k - 1 + \alpha) / (k(\gamma + 1)), k = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

在风险异质且  $\gamma$  的结构函数取为伽玛分布时,如  
果观察数据来自于泊松分布的混合,则负二项分布的  
均值和方差为

$$E(X) = \alpha/\gamma, \text{Var}(X) = (\gamma + 1)\alpha/\gamma^2 = \alpha/\gamma + \alpha/\gamma^2. \quad (5)$$

根据统计矩估计理论,伽玛分布的参数  $\alpha$  和  $\gamma$  的  
矩估计是下述方程组的解:

$$\begin{cases} \alpha/\gamma = \bar{x} \\ \alpha/\gamma + \alpha/\gamma^2 = s^2 \end{cases}, \text{ 所以的矩估计为 } \begin{cases} \hat{\alpha} = \bar{x}^2 / (s^2 - \bar{x}) \\ \hat{\gamma} = \bar{x} / (s^2 - \bar{x}) \end{cases}.$$

用上述各种模型<sup>[3]</sup>,对某保险公司2002年12 299  
辆投保机动车辆车身险进行拟合,得各组和总索赔次  
数的统计结果(表1).

\* 收稿日期:2006-05-25

基金项目:中国博士后科学基金资助项目(2004035521);重庆市自然科学基金资助项目(8651)

作者简介:吴永(1961-),男,四川宜宾人,重庆工学院副教授,在站博士后,主要从事应用数学和计算力学等研究.

表 1 某保险公司 2002 年 1 299 辆汽车统计表

索赔次数	25 + 岁		<25 岁		合计
	家用轿车	高性能车	家用轿车	高性能车	
0	5 019	1 068	2 907	1 232	10 226
1	738	182	592	334	1 846
2	65	27	66	50	208
3	4	4	5	6	19
4 < +	0	0	0	0	0
合计	5 826	1 281	3 570	1 622	12 299

如对数据不分组研究,可得总索赔次数观察值的均值和方差  $\bar{X} = 0.188\ 551\ 914\ 789\ 82, S^2 = 0.196\ 093\ 024\ 603\ 82.$

## 2 各类投保车辆的奖惩系统

结合车辆类型和驾驶员年龄 2 个因素,投保车辆按投保人年龄 (<25 岁和 25 + 岁)及车辆类型(家用轿车和高性能车)分成 4 组.已知上面不分组时总数据的样本均值  $\bar{X}$ ,样本方差值  $s^2$  和总的保单数  $n =$

12 299. 检验水平时  $\alpha = 0.10, 0.05, 0.01$  时,  $s^2 \geq \bar{X} (1 + \sqrt{\frac{2}{n}} U_{1-\alpha})^{[1-5]}$ , 则这些保单放在一起,数据具有异质性  $U_{1-\alpha}$ , 为正态分布  $N(0,1)$  的  $1 - \alpha$  分位点. 易知这 4 组样本均值相差比较大,由此看到分组的必要性. 分别验证各组的样本方差是否比样本均值大得显著,关于  $\bar{X}(1 + \sqrt{\frac{2}{n}} U_{1-\alpha})$  的结果如表 2 ( $n$  为样本容量).

表 2 各类型车辆的风险异质性检验值

样本	25 + 岁		<25 岁	
	家用轿车	高性能车	家用轿车	高性能车
样本容量 $n$	5 826	1 281	3 570	1 622
$\alpha = 0.10$	0.154 629	0.203 391	0.213 274	0.291 193
$\alpha = 0.05$	0.155 637	0.206 144	0.215 038	0.294 716
$\alpha = 0.01$	0.157 568	0.211 423	0.218 419	0.301 468
样本方差 $S^2$	0.154 665	0.217 008	0.209 531	0.284 860

将  $\bar{X}(1 + \sqrt{\frac{2}{n}} U_{1-\alpha})$  的值和样本方差  $s^2$  相比较,

第 2 组的风险异质,而其余 3 组的风险同质. 实际中,可将 25 岁和 25 岁以上驾驶高性能车的投保人,按性别、每年行使的里程数或使用年数等再细分成若干组,使各组内风险同质. 用风险异质模型,可简化这个问题,并从下面模拟结果看,风险异质模型对 1、3、4 组数据的模拟结果要比风险同质模型模拟的结果好,因此

设计奖惩系统考虑车辆类型和驾驶员的年龄是必要的.

### 2.1 25 岁及以上家用轿车的分析

#### 2.1.1 对 25 岁及以上家用轿车索赔次数的拟合

利用上述的 4 种风险模型对 25 岁及以上家用轿车索赔次数得表 3.

表 3 25 岁及以上家用轿车索赔次数观察值和拟合值

索赔次数	家用轿车车辆数	泊松分布	负二项分布	泊松-逆高斯分布	二元
0	5 019	5 009.2	5 018.2	5 018.1	5 019.2
1	738	756.6	740.2	740.4	737.4
2	65	57.2	63.3	63.2	65.9
3	4	2.9	4.1	4.1	3.4
4 +	0	0.1	0.2	0.2	0.1
总计	5 826	5 826	5 826	5 826	5 826

其中均值和方差分别为,  $\bar{X} = 0.151\ 047\ 030\ 552\ 69, S^2 = 0.154\ 665\ 055\ 460\ 63.$

泊松分布中,比较可知拟合效果不理想;负二项分布中,可知拟合效果较好;泊松-逆高斯中,可知拟合效果较好的;二元分布模型中,可知拟合效果是较好

的.

#### 2.1.2 25 岁及以上家用轿车的奖惩系统

由表 3 可知,负二项风险模型、泊松-逆高斯风险模型、二元风险模型的拟合结果都是较好的,下面利用负二项风险模型来设计奖惩系统,得表 4.

表 4 25 岁及以上家用轿车奖惩系统

$t$	$k$						
	0	1	2	3	4	5	6
0	100						
1	97.661	113.15	128.63	144.12	159.61	175.1	190.58
2	95.428	110.56	125.69	140.83	155.96	171.09	186.23
3	93.296	108.09	122.89	137.68	152.47	167.27	182.06
4	91.257	105.73	120.2	134.67	149.14	163.61	178.08
5	89.305	103.47	117.63	131.79	145.95	160.11	174.28
6	87.434	101.3	115.16	129.03	142.89	156.76	170.63
7	85.641	99.221	112.8	126.38	139.96	153.54	167.13
8	83.919	97.227	110.53	123.84	137.15	150.46	163.77
9	82.266	95.311	108.36	121.4	134.45	147.49	160.54
10	80.676	93.469	106.26	119.06	131.85	144.64	157.44

可以看出:时间( $t$ )越小,发生索赔的次数( $k$ )越多,则收取的保费也越高,时间越长,发生索赔的次数越小,则应当收取较小的保费,所以表中,左下脚的数据要小于右上脚的数据.其他风险模型,也可构造出相应的保费调整系统.

### 2.2 25 岁及以上高性能车的分析

#### 2.2.1 25 岁及以上高性能车索赔次数拟合

利用上述的 4 种风险模型<sup>[1,6]</sup>,同样可对 25 岁及以上高性能车索赔次数进行拟合(表略).可知,泊松分布中,比较可知拟合效果不理想;负二项分布中,比较可知拟合效果是好的;泊松-逆高斯中,比较可知拟合效果是好的;二元分布模型中,比较可知拟合效果较好.

#### 2.2.2 25 岁及以上高性能车的奖惩系统

由上可以知道,负二项风险模型、泊松-逆高斯风险模型、二元风险模型的拟合结果都是较好的,同样我们利用负二项风险模型来设计奖惩系统,得到结果(表略):时间越小,发生索赔的次数越多,则收取的保费也越高,时间越长,发生索赔的次数越小,则应当收取较小的保费,所以表中,左下角的数据要小于右上角的数据.其他风险模型,也可地构造保费调整系统.还可看出,高风险投保人和低风险投保人缴纳的保费差别是比较大的,虽然这也是公平的,因为基于统计分析的结果表明,高风险投保人应该缴纳较高的保费,而低风险的投保人应该缴纳较低的保费.但是这种高度的奖惩在商业上未必行得通.针对这种情况,文献[5]采用了 Ferreira(1997)提出的一种效用函数进行调整,而对于第 2 组的系统的实现也是可行的,因为高风险组的保单持有人毕竟是少数,所以适当增加低风险组的保费是可以接受的.表 5 是根据投保人的经验索赔频率所作的模拟结果.从中不难看出,当  $t=2$  时,为使  $k=3$  组的保费减少 60 元, $k=0$  组只需增加不到 1 元.

表 5 第 2 组数据在年内发生次索赔的车辆模拟数

$t$	$k$							
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1 281							
1	1 068	182	27	4				
2	891	303	71	14	2			
3	743	379	121	31	6	1		
4	619	422	170	53	13	3	1	
5	516	440	215	79	23	6	1.6	0.4

对(2.2.1)设计出来的系统不作讨论了,具体调整过程和方法过程参考文献[2].

### 2.3 25 岁以下家用轿车的分析

#### 2.3.1 25 岁以下家用轿车索赔次数的拟合

用上 4 种风险模型<sup>[1,7,8]</sup>,同样可得 25 岁以下家用轿车索赔次数观察值和拟合值(表略).可知,泊松分布中,可知拟合效果不理想;负二项分布中,可知拟合效果是好的;泊松-逆高斯中,可知拟合效果较好的;二元分布模型中,知拟合效果较好.

#### 2.3.2 25 岁以下家用轿车的奖惩系统

由上我们可以知道,负二项风险模型、泊松-逆高斯风险模型、二元风险模型的拟合结果较好,同样我们利用负二项风险模型来设计奖惩系统,得到结果(表略):时间越小,发生索赔的次数越多,则收取的保费也越高,时间越长,发生索赔的次数越小,则应收取较小的保费,所以表中,左下脚的数据要小于右上脚的数据.其他风险模型,也可构造出相应的保费调整系统.

### 2.4 25 岁以下高性能车的分析

#### 2.4.1 25 岁以下高性能车索赔次数的拟合

也可利用上述的 4 种风险模型对 25 岁以下高性能车索赔次数进行拟合,得到结果(表略):泊松分布中,比较可知拟合效果不甚理想;负二项分布中,比较可知拟合效果是好的;泊松-逆高斯中,比较可知拟合效果好的;二元分布模型中,比较可知拟合效果是还算可以.

### 3.4.2 25岁以下高性能车的奖惩系统

综上所述,负二项风险模型、泊松—逆高斯风险模型、二元风险模型的拟合结果都是较好的.利用负二项风险模型来设计奖惩系统,可得如下结果(表略):时间越小,发生索赔的次数越多,则收取的保费也越高,时间越长,发生索赔的次数越小,则应当收取较小的保费,表中左下角的数据要小于右上角的数据.其他风险模型,也可构造出相应的保费调整系统.

## 3 结论

在设计奖惩系统时,我们将索赔记录与车辆类型和驾驶员年龄因素一起考虑,再根据这些因素分出4组,分组后的数据中,第1、3、4组风险是同质的消除了风险异质性,设计出来的系统更加合理,更加公平.而第2组的风险是非同质的,前面已经讨论过,在实际操作时,我们可以将第2组数据进行细分,但由于数据量太少,所以没有进行讨论(这也是我们今后研究的内容),也可用风险模型进行讨论.

## 参考文献

- [1] LEMAIRE J. Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance [M]. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [2] MENG, YUAN. Accounting for Individual over-Dispersion in a Bonus - Malus Automobile Insurance System [J]. *Astin Bulletin*, 1999(29): 327 - 337.
- [3] 孟生旺, 袁卫. 汽车保险的精算模型及其应用 [J]. *数理统计与管理*, 2001, 20(3): 12 - 13.
- [4] 孟生旺, 袁卫. 汽车保险中的 BMS [J]. *应用概率统计*, 1999, 15(1): 48 - 52.
- [5] 王奕渲, 周叔子. 一种基于索赔次数和索赔额的奖惩系统 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2002, 29(6): 31 - 33.
- [6] 孟生旺. 负二项分布的特征及其在风险管理中的应用 [J]. *数理统计与管理*, 1998, 17(2): 9 - 12.
- [7] 李锐. 汽车保险精算模型新探 [J]. *统计与决策*, 2004, 178(10): 34 - 36.
- [8] 史宪巍. 应重新设计车损险的保险金额与费率 [J]. *保险研究·实务*, 2000, (9): 36.

## Design of the BMS in the Automobile Insurance

WU Yong<sup>1,2</sup>, ZHANG Lin-hua<sup>1</sup>, ZENG Shao-ming<sup>2</sup>, LI Zhen-liang<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering, Chongqing Institute of Technology, Chongqing 400030, China;

2. College of Mathematics & Physics, Chongqing Institute of Technology, Chongqing 400050, China)

**Abstract:** During the research on automobile prize and punishment system, a novel method is proposed in terms of grouping by the history to claim the record, the ages of drivers and the types of the vehicle. When the factors are considered, the related data can be classified by homogeneity of risks and applied to design the prize and punishment system. Experimental results show that a more reasonable and fair system is obtained by using the above method.

**Key words:** prize and punishment system; the risk model; risk differences

(编辑 姚 飞)