

文章编号:1000-582X(2007)02-0061-04

自适应 DBF 中采样快拍数对系统输出 SINR 影响*

刘玲, 曾浩, 曾孝平
(重庆大学通信工程学院, 重庆 400030)

摘要:在自适应数字波束合成(DBF)中,快拍数直接影响了协方差矩阵估计的效果,从而影响系统的输出信干噪比(SINR).文中分析了最大似然协方差矩阵估计和空间平滑协方差矩阵估计时,不同类型DBF系统采用快拍数大小同输出SINR关系.分析结论对于系统设计中快拍数确定具有重要意义.

关键词:协方差矩阵;波束合成;快拍数;信干噪比
中图分类号:TN911

文献标识码:A

自适应 DBF 技术通过对阵列天线各个阵元接收信号进行复数加权,利用软件方法使阵列主波束对准期望信号,零陷对准干扰信号,从而大大提高系统接收性能.阵列通常采用均匀阵列,阵元间距为接收信号半波长^[1].图1为系统框图.虽然自适应 DBF 方法很多,但通常都需要对接收信号协方差矩阵进行估计^[2-3].估计时使用的采样快拍数决定了估计误差大小,从而影响系统的输出 SINR 比.采样快拍数越大,估计误差越小,输出 SINR 越大,但运算量也随着增加,从而影响系统实时性.通过分析采样快拍数对系统输出 SINR 影响,对于系统实现时选择合适的采样快拍数具有重要意义.

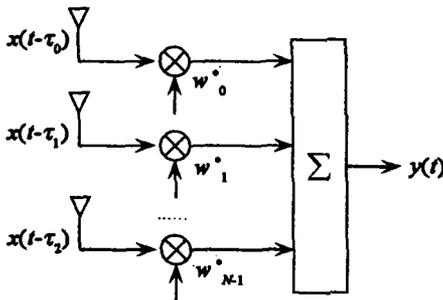


图1 DBF 系统框图

1 协方差矩阵估计方法

1.1 系统模型

根据图1所示,空间存在一个期望信号 $f(t)$,其波

数矢量为 k_r ,方差 σ_f^2 ,同时具有 J 个独立干扰信号 $s_1(t), \dots, s_J(t)$,其波数分别是 k_1, \dots, k_J ,方差 $\sigma_1^2, \dots, \sigma_J^2$,高斯白噪声干扰为 $n(t)$,方差 σ_n^2 .则在 N 个阵元构成的均匀阵列中,接收信号为:

$$x(t) = [x_1(t) \dots x_N(t)]^T. \quad (1)$$

其中,矢量各个元素代表对应阵元接收信号,显然

$$x(t) = f(t)v_k(k_r) + \sum_{j=1}^J s_j(t)v_k(k_j) + n(t) = f(t) + \sum_{j=1}^J s_j(t) + n(t) = f(t) + i(t). \quad (2)$$

其中 v_k 为对应接收信号的方向矢量,它通过阵元位置、信号频率和来波方向确定,各个矢量均为 $1 \times N$ 结构.由于通常信号满足0均值的条件,所以,阵列接收信号的协方差矩阵:

$$R_x = E[x(t)x^H(t)] = R_f + R_i + R_n = R_f + R_i. \quad (3)$$

1.2 最优权矢量表达

在不同的准则下,自适应 DBF 的最优权矢量具有不同的表达.这些准则包括均方误差最小准则(MMSE),最大似然准则(LM),干扰和噪声方差最小准则(MV),最小功率准则(MP),最大信干噪比准则(MSIR).虽然具有不同的表达式,但他们均统一为系统维纳解,相互间具有等效关系^[4].MP和MV是最具代表性的2种.

* 收稿日期:2006-08-17

基金项目:重庆市自然科学基金资助项目(2005BB2195)

作者简介:刘玲(1978-),女,讲师,重庆大学博士研究生,主要从事无线通信中的阵列信号处理技术研究.曾孝平,男,教授,博士生导师,E-mail: xpzhen@cqu.edu.cn.

$$w_{MV} = \mu R_i^{-1} v_k(k_T), \quad (4)$$

$$w_{MP} = k R_x^{-1} x_k(k_T), \quad (5)$$

其中, 2 个系数

$$\mu = \frac{1}{v_k^H(k_T) R_i^{-1} v_k(k_T)}, \quad (6)$$

$$k = \frac{1}{v_k^H(k_T) R_x^{-1} v_k(k_T)}. \quad (7)$$

从二者表达式中可以看出, MV 准则需要得到干扰和噪声信号的协方差矩阵, 而 MP 准则需要得到期望、干扰和噪声信号的协方差矩阵. 所以 MV 准则适合雷达系统, 而 MP 准则适合移动、卫星等通信系统.

1.3 协方差矩阵估计

对于自适应 DBF, 很多情况都需要对协方差矩阵进行估计, 如直接矩阵求逆 (DMI) 方法^[5]和特征分解方法中^[6]. 不论是对 R_x 还是对 R_i 的估计, 方法都是一样的. 下文以 R_x 为例介绍估计方法. 假设估计通过连续的 K 个快拍实现, 即 x_1, \dots, x_k , 则协方差矩阵的最大似然估计为抽样相关矩阵 C_x .

$$\hat{R}_x = C_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k x_k^H = \hat{X} \hat{X}^H, \quad (8)$$

$$\hat{X} = \frac{1}{\sqrt{K}} [x_1 \dots x_k]. \quad (9)$$

抽样相关矩阵是一个赫密特矩阵, 需要满足 $K > N$, 从而保证其是正定的. 由于各个采样是相同的零均值高斯分布, 则正定采样相关矩阵是复 Wishart 分布^[7]. 定义:

$$C_k = K C_x. \quad (10)$$

则其概率密度函数表达为:

$$p(C_k) = \frac{|CK|^{K-N}}{\Gamma_N(K) |R_x|^{K-N}} \exp[-R_x^{-1} C_k]. \quad (11)$$

其中,

$$\text{etr}[A] = \exp[\text{tr}(A)], \quad (12)$$

$$\Gamma_N(K) = \pi^{N(N-1)/2} \prod_{j=0}^{N-1} \Gamma(K-j), \quad (13)$$

$$\Gamma(K) = (K-1)! \quad (14)$$

在某些情况下, 可以对抽样相关矩阵进行平滑处理. 一个 $N \times N$ 的正方矩阵 A , 如果满足 $A = A^H$, 则其为赫密特矩阵, 而如果该赫密特矩阵的元素满足 $a_{ij} = a_{N-i+1, N-j+1}^*$, 则其为中央赫密特矩阵. 所以, 中央赫密特矩阵元素关于主对角线共轭对称, 关于次对角线对称. 而对于对称的均匀阵列, 只要阵元座标矢量满足 $p_i = -p_j$, 则其方向矢量 $v_k(k)$ 也是共轭对称的, 进而可以知道, 阵列协方差矩阵就是一个中央赫密特矩阵 R_x . 在情况之下, 协方差矩阵可以用前后向平滑矩阵代替.

$$\hat{R}_x = \hat{R}_{x,\beta} = C_{x,\beta} \quad (15)$$

其中, $C_{x,\beta} = \frac{1}{2} (C_x + J C_x^* J) =$

$$\frac{1}{2K} \sum_{k=1}^K (x_k x_k^H + J x_k^* x_k^T J) \quad (16)$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

而且, J 是一个次对角线为 1, 其他元素为 0 的方阵, 他的维数需要满足计算要求. 采用前后向平滑矩阵意义有 3 点: 一是可以通过实数计算来得到 $\hat{R}_{x,\beta}$, 而这样的计算可以使运算量减少 75%; 二是在 $K < N$ 时, 估计出的矩阵可以克服秩亏损情况; 三是可以提高系统增益.

2 快拍数同系统输出 SINR 关系

2.1 MV 准则条件分析

根据(4)和(6)式, 阵列在无误差时的输出 SINR 可以表示为

$$\text{SINR}_{\text{OMV}} = \frac{\sigma_f^2 |w^H v_k(k_T)|^2}{w^H R_i w} = \frac{\sigma_f^2}{\mu}. \quad (18)$$

在通过估计求解协方差矩阵时, 最优权矢量表达式和阵列输出 SINR 为:

$$\hat{w}_{\text{MV}} = \hat{w} = \hat{\mu} \hat{R}_i^{-1} v_k(k_T), \quad (19)$$

$$\text{SINR}_{\text{OMV}} = \frac{\sigma_f^2 |\hat{w}^H v_k(k_T)|^2}{\hat{w}^H \hat{R}_i \hat{w}} = \frac{\sigma_f^2}{\hat{\mu}}. \quad (20)$$

通过定义一个归一化参数 ρ 来考察取样快拍数 K 对系统影响, 即

$$\rho = \frac{\text{SINR}_{\text{OMV}}}{\hat{\text{SINR}}_{\text{OMV}}}, \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (21)$$

把(18)和(20)式代入(21)式, 则可以化为

$$\rho = \frac{\hat{\mu}}{\mu} = \frac{v_k^H(k_T) \hat{R}_i^{-1} v_k(k_T)}{\mu}. \quad (22)$$

在模型确定情况下, 上式只有 \hat{R}_i^{-1} 是变量, 根据(8)和(11)式, 以及逆阵同 Wishart 分布关系可以知道^[8], 在 $K > D$ 时, 上述参数的概率密度函数为:

$$p(\rho) = \frac{K!}{(N-2)!(K+1-N)! \cdot (1-\rho)^{N-2} \rho^{K+1-N}}. \quad (23)$$

图 2 描绘了在 10 个阵元时, 不同 K 值下 ρ 的概率密度曲线. 根据均值和方差的定义:

$$E[\rho] = \int_0^1 \rho \cdot p(\rho) d\rho = \frac{K+2-N}{K+1}. \quad (24)$$

2.2 MP 准则条件分析

在 MP 准则下, 分析方法同 MV 准则下是相同的. 此时, 需要对协方差矩阵 R_x 进行估计. 根据式(5)和(7), MP 准则时估计的最优权矢量为:

$$\hat{w}_{\text{MP}} = \hat{w} = k \hat{R}_i^{-1} v_k(k_T). \quad (25)$$

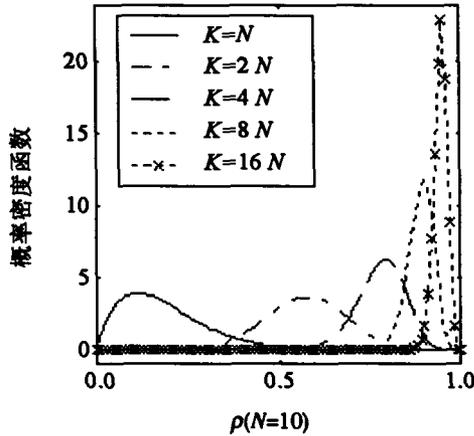


图2 ρ 的概率密度函数

而同样采用(18)和(20)式的定义,则此时考察参数为

$$\eta = \frac{\text{SINR}_{\text{OMV}}}{\text{SINR}_{\text{OMP}}} = \frac{\rho}{\text{SINR}_{\text{OMP}}(1-\rho) + 1} \quad (26)$$

其中, ρ 即为(22)式. 由此可以推得 η 的均值表达式

$$E[\eta] = \frac{a}{a+b} \cdot \left\{ \frac{1}{1 + \text{SINR}_{\text{OMP}} \cdot \frac{b}{a+b+1}} \right\} \quad (27)$$

其中,

$$\begin{aligned} a &= K - N + 2, \\ b &= N - 1. \end{aligned} \quad (28)$$

3 仿真结果

在MV准则下,仿真条件是假设10个阵元的均匀线阵, $d = \lambda/2$,如图3所示,原点在线阵中心,则估计协方差是一个中央赫密特矩阵. 对于线阵,水平角 ϕ 不考虑. 而假设期望信号来向 $\theta_r = 90^\circ$, 存在一个干扰信号来向 $\theta_1 = 80^\circ$, 且干扰噪声比 $\text{INR} = 10 \text{ dB}$.

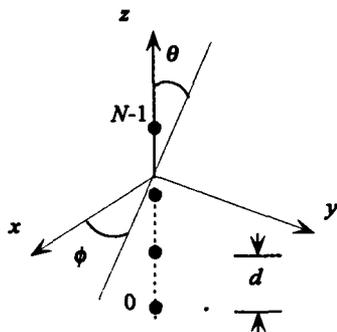


图3 仿真阵列图

图4中有3根曲线,其一是根据式(24)直接得到,其余2根则是利用式(8)和(16)作估计,进行蒙特卡罗仿真,对200次实验得到的 ρ 的平均值. 从图形可以看出,随着 K 增大,阵列输出 SINR 更接近理论最优值;同时,采用抽样矩阵估计协方差矩阵时的蒙特卡罗仿真结果同式(24)结果相同;另外,采用前后向平滑估计比直接的抽样矩阵估计输出 SINR 更大.

在MP准则下,由于(26)式中含有 SINR_{OMP} , 所

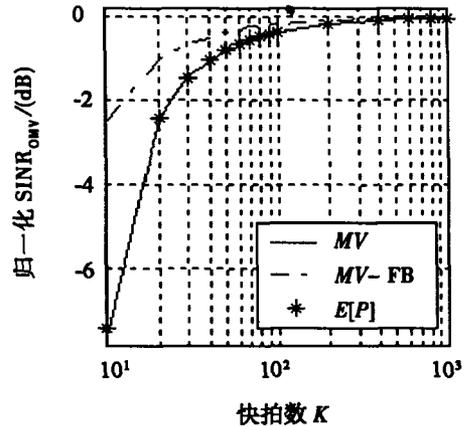


图4 MV 准则仿真

以, η 同输入信噪比 SNR 有关. 仿真采用相同阵列,而期望信号来向还是 $\theta_r = 90^\circ$, 空间2个独立等功率干扰信号 $\theta_1 = 80^\circ$ 和 $\theta_2 = 70^\circ$, $\text{INR} = 20 \text{ dB}$. 曲线中,同样包括式(27)的理论分析结果和采用不同估计时的蒙特卡罗仿真结果,实验次数还是200. 图5和图6分别是 $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$ 和 $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$ 时的情况. 从单个图形中可以得到与MV准则下相同的结论,而从两个图形比较中可以看出,随着信噪比 SNR 增加,系统输出 SINR 是减小的.

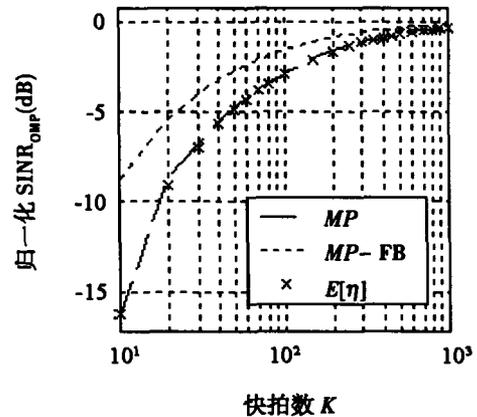


图5 MP 准则仿真结果

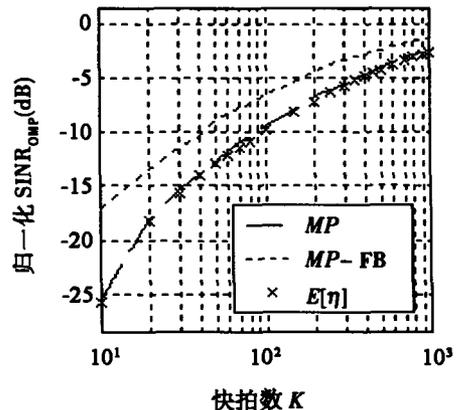


图6 MP 准则仿真结果

4 结 论

在自适应 DBF 中对协方差矩阵的估计会由于快拍数的有限量而产生误差,从而导致阵列输出 SINR 达不到理想情况.文中通过理论分析和仿真给出了 K 同系统输出 SINR 的关系.系统实现时,首先确定 ρ 或者 η 参数的指标,从而根据式(24)和式(27)得到满足要求的最小的 K 值.

参考文献:

- [1] HAMID KRIM. Two decades of array signal processing research[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4):67-94.
- [2] HARRT L, VAN TREES. Optimum Array Processing[M]. New York: John Wiley & Sons Inc,2002:710-752.
- [3] SCHUBERT M. Iterative Multiuser Uplink and Downlink Beamforming Under SINR Constraints[J]. IEEE Transactions On Signal Processing,2005,47(1):19-34.
- [4] VAN VEEN B D. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering[J]. IEEE ASSP Magazine, 1988,5(2):4-24.
- [5] 沈福民. 自适应信号处理[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2001.
- [6] 张贤达,保铮. 通信信号处理[M]. 北京:国防工业出版社,2002.
- [7] MAIWALD D, KRAUS D. Calculation of moments of complex Wishart and complex inverse Wishart distributed matrices, Radar, Sonar and Navigation [J]. IEE Proceedings, 2000,147(4):162-168.
- [8] CHIANI M, WIN M Z, ZANELLA A. The distribution of eigenvalues for correlated Wishart matrices applied to optimum combining with unequal power interferers and noise[C]//Information Theory Workshop, IEEE Proceedings. Paris, France,2003,203-205.

Effect of the number of snapshots on the SINR of adaptive DBF system

LIU Ling, ZENG Hao, ZENG Xiao-ping

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: In the most algorithms of adaptive DBF, the number of the snapshots used to estimate the covariance matrix decides the estimation error directly, and it also effects the SINR of the system. The relationship between the number of snapshots and SINR are present here with maximum likelihood estimation and spatial smoothing estimation algorithms, which is important for the system designer to take the right number of snapshots.

Key words: covariance matrix; beam forming; the number of snapshots; signal-to-interference and noise ratio

(编辑 陈移峰)