

文章编号:1000-582X(2007)06-0121-04

# 瓦斯涌出量灰色预测法

陶云奇, 许江, 李树春

(重庆大学西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400030)

**摘要:**通过对回采工作面瓦斯涌出量原始数据取自然对数为基础, 建立改进的GM(1,1)模型。然后将其与马尔柯夫模型相结合, 建立了改进的灰色马尔柯夫模型。利用现场实测数据比较改进的GM(1,1)、灰色马尔柯夫和改进的灰色马尔柯夫模型各自的拟合精度, 结果表明, 改进的灰色马尔柯夫模型是3个模型中预测精度最好的模型, 结果正确可靠, 有一定的普遍适用性。

**关键词:**瓦斯涌出量; GM(1,1)模型; 灰色马尔柯夫

**中图分类号:**TD712.5

**文献标志码:**A

瓦斯涌出量的大小是关系矿井能否正常安全生产的关键所在, 是矿井安全隐患的重大因素。而采煤工作面瓦斯涌出量更是重中之重, 关系着工作面空间瓦斯浓度是否超限、矿井产量能否确保等。目前, 采煤工作面瓦斯涌出量预测方法多种多样, 应用较普遍的有灰色预测和马尔柯夫预测。GM(1,1)灰色预测主要用于时间短、数据资料少、波动不大的预测问题, 尤其对短期预测具有较高的精度, 但对随机波动性较大的数据列拟合较差, 预测精度较低。马尔柯夫预测适合于随机波动性较大的预测问题, 不但要求预测对象具有马氏链特点, 而且要求具有平稳过程等均值的特点<sup>[1]</sup>。灰色马尔柯夫预测法就是将灰色GM(1,1)预测与马氏链预测进行优势互补, 把两种方法结合起来, 充分利用灰色预测和马尔柯夫转移概率矩阵预测的优点, 取长补短, 创造的一种应用范围更广泛、精度更高的预测方法<sup>[2]</sup>。但究其何种预测方法预测精度更高还有待进一步探讨。

## 1 改进的灰色预测模型

回采工作面瓦斯涌出量灰色模型是基于GM(1,1)模型而建立的, GM(1,1)模型代表1个白化形式的线性微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b, \quad (1)$$

式中的 $a$ 和 $b$ 为需要通过建模所求得参数; $x^{(1)}$ 为灰色建模所需基础数据 $x^{(0)}$ 的一次累加生成值。为使 $x^{(0)}$ 更光滑, 首先利用自然对数变换对 $Q^{(0)}$ 处理, 提高原始数据列的光滑度, 然后再按累加生成进一步光滑处理建模所需的基础数据, 进而提高预测模型的精度<sup>[3]</sup>, 即

$$x^{(0)} = \ln Q^{(0)}(t) \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

式中 $Q^{(0)}$ 为回采工作面瓦斯涌出量原始数据序列; $x^{(0)}$ 为 $Q^{(0)}$ 的自然对数变换值。

利用最小二乘法解得上述微分方程为<sup>[4]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}^{(0)}(1) &= x^{(0)}(1) \\ \hat{x}^{(0)}(k+1) &= \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)(1 - e^a)e^{-ak} \end{aligned} \right\} \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

对 $\hat{x}^{(0)}$ 作指数变换还原, 得到改进的回采工作面瓦斯涌出量灰色GM(1,1)预测模型

$$\left. \begin{aligned} Q^{(0)}(t) &= e^{\hat{x}^{(0)}(k)}; \\ k &= 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中的 $Q^{(0)}(t)$ 为按照改进的GM(1,1)模型得到的 $t$ 时刻的瓦斯涌出量预测值(趋势值)。

## 2 改进的灰色马尔柯夫预测模型

### 2.1 回采工作面瓦斯涌出量的状态划分

对于随时间呈某变化趋势的非平稳随机过程, 状

收稿日期:2007-01-16。

基金项目:国家自然科学基金重点项目(50534080);国家自然科学基金面上项目(50574108)。

作者简介:陶云奇(1979-),男,重庆大学博士研究生,主要从事岩石力学与工程、安全技术工程方向的研究。许江(联系人),男,教授,博士生导师(E-mail)jiangxu@edu.cn。

态的边界和内涵是变化的,为此应考虑一个“水涨船高”的动态划分准则,这个准则应与预测对象的基本时序变化趋势一致。因此对于一个符合  $n$  阶马尔柯夫非平稳随机序列  $Q^{(0)}(t)$ , 其状态划分准则应以相对值为好<sup>[1-2]</sup>。

$$E_i \in [\otimes_{1i}, \otimes_{2i}], \quad (5)$$

式中的灰元  $\otimes_{1i}$ 、 $\otimes_{2i}$  为状态边界,其中  $\otimes_{1i} = \beta_{1i} \cdot Q(t)$ ,  $\otimes_{2i} = \beta_{2i} \cdot Q(t)$ 。 $\beta_{1i}$ 、 $\beta_{2i}$  为划分状态的相对值。相对值的计算方法是:以实际值除以预测值(趋势值)即得。

由于  $Q^{(0)}(t)$  是反映预测对象时序变化趋势的时间函数,因而灰元  $\otimes_{1i}$ 、 $\otimes_{2i}$  亦随时间变化,状态准则  $E_i$  也随时间变化,即状态  $E_i$  具有动态性(见图 1)。

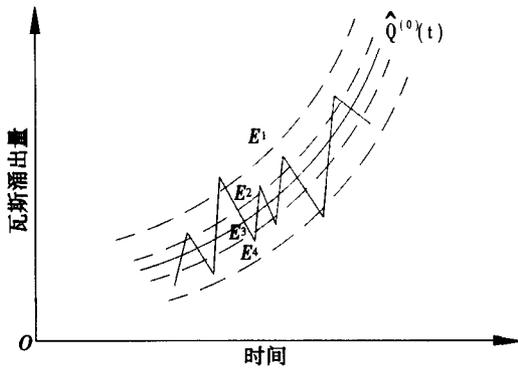


图 1 状态划分曲线图

回采工作面瓦斯涌出量状态的划分是以回采工作面瓦斯涌出量灰色预测曲线  $Q^{(0)}(t)$  为基准,对回采工作面瓦斯涌出量原始数据列划分成与  $Q^{(0)}(t)$  曲线相平行的若干个条形区域,每一条形区域构成一个状态。从图 1 可以看出:准则  $E_i$  所划分的状态是平行于趋势曲线  $Q^{(0)}(t)$  的若干条形区域,与基本时序变化曲线一致。至于状态  $E_i$  的含义、状态划分的数目和灰元  $\otimes_{1i}$ 、 $\otimes_{2i}$  的确定及状态的区间范围,可以根据研究对象不同而赋予不同的内涵。一般历史数据较少时,状态数目宜少些,以便能比较客观地反映各状态之间的转移规律;历史数据较多时,状态数目不妨多些,以便从有限的资料中挖掘出更多的信息,预测的精度也会更高。

### 2.2 计算方法

主要是计算回采工作面瓦斯涌出量状态转移概率并构成相应的状态转移概率矩阵回采工作面瓦斯涌出量数据序列的变化从某一状态  $t_1$  时间开始,只能推演在未来  $t_n$  时间处于该状态的概率。将数据序列分为若干种状态,记为  $E_1, E_2, \dots, E_j$ , 将可能发生转移的时间记为  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , 数据序列由状态  $E_i$  经过  $m$  步

转移到状态  $E_j$  的概率  $P_{ij}(m)$  为

$$P_{ij}(m) = \frac{M_{ij}(m)}{M_i} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (6)$$

式中的  $M_{ij}(m)$  为工作面瓦斯涌出量由状态  $E_i$  经过  $m$  步转移到状态  $E_j$  的次数;  $M_i$  为处于状态  $E_i$  出现次数,由于数据序列最后的状态转向不确定,故记数  $M_i$  时要去掉数据序列中最末的  $m$  个时刻。

通过计算工作面瓦斯涌出量状态转移概率,可建立瓦斯涌出量状态转移概率矩阵  $R(m)$

$$R(m) = \begin{pmatrix} P_{11}(m) & P_{12}(m) & \dots & P_{1n}(m) \\ P_{21}(m) & P_{22}(m) & \dots & P_{2n}(m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n1}(m) & P_{n2}(m) & \dots & P_{nn}(m) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

采用上述方法得到的采煤工作面瓦斯涌出量状态转移概率矩阵  $R(m)$  反映了工作面瓦斯涌出量各状态之间转移的规律。这是马尔柯夫概率转移矩阵预测的重要基础,由该转移概率矩阵的概率值可预测采煤工作面瓦斯涌出量变化状态的将来转向。

### 2.3 编制回采工作面瓦斯涌出量预测表

系统各种状态转移的统计规律在状态转移概率矩阵  $R(m)$  中得到了反映,通过考察状态转移概率矩阵  $R(m)$ , 则可预测系统未来的发展变化。预测时需先列出预测表。表的编制方法是:选取离预测年最近的  $S$  个年份,按离预测年的远近,转移步数分别定为  $1, 2, \dots, S$ , 在转移步数所对应的转移矩阵中,取起始状态所对应的行向量,从而组成新的概率矩阵。对新的概率矩阵将其列向量求和,其和最大的转移步数所对应的状态即为系统的将来转向状态。

### 2.4 确定回采工作面瓦斯涌出量预测值

通过考察转移概率矩阵,确定回采工作面瓦斯涌出量状态的将来转向,也就相应确定了  $\otimes_{1i}$ 、 $\otimes_{2i}$ , 即确定了回采工作面瓦斯涌出量预测值的变动区间  $[\otimes_{1i}, \otimes_{2i}]$ 。则最可能的预测值可认为是该灰区间的中点,即  $\frac{Q'(t)}{Q(t)} = \frac{1}{2}(\otimes_{1i} + \otimes_{2i})$ 。用其值作为系统未来时刻预测值的相对值,则最可能的回采工作面瓦斯涌出量预测值  $Q(t)$  为

$$Q'(t) = \frac{1}{2}(\otimes_{1i} + \otimes_{2i})Q(t) = \frac{1}{2}(\beta_{1i} + \beta_{2i})Q(t), \quad (8)$$

预测值的变动范围在  $\beta_{1i}Q(t) \sim \beta_{2i}Q(t)$  之间。式(8)为改进的灰色马尔柯夫预测模型,若将未改进的灰色 GM(1,1) 模型与马尔柯夫模型相结合即可得未改进的灰色马尔柯夫预测模型。

### 3 模型的精度检验

无论是灰色模型还是马尔柯夫模型,只有通过检验的模型才能用来预测。笔者利用残差大小检验法<sup>[5]</sup>对所建立的模型进行精度检验。残差检验是一种逐点检验方法。根据原始数据和预测模型计算出的模拟数据来计算出残差数据,以  $q(k)$  记,即

$$x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k) = q(k), k = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

式中的  $\hat{x}^{(0)}$  为模型计算出的还原值。 $x^{(0)}$  为实际原始数据。若令:

相对误差  $\varphi(k)$

$$\varphi(k) = \frac{|q(k)|}{x^{(0)}(k)}, k = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

平均相对误差  $\bar{\Delta}$

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varphi(k), k = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

给定参照值  $\alpha$ , 当  $\max\{\bar{\Delta}, \max\varphi(k)\} < \alpha$  成立时,称模型为残差合格模型。

### 4 回采工作面瓦斯涌出量预测模型分析

表2<sup>[6]</sup>给出了贵州某矿11031回采工作面自2004年4月1日到15日期间的矿井实测绝对瓦斯涌出量(平均值)和进行自然对数处理后的模拟数据的对比,下面利用文中所建立的模型对该工作面的瓦斯涌出量进行动态预测。

表1 精度检验等级

预测精度	等级	$\alpha$
一级	好	0.01
二级	合格	0.05
三级	勉强	0.10
四级	不合格	0.20

表2 瓦斯涌出量统计表  $m^3/min$

日期	$Q^{(0)}$	$x^{(0)}$	$x^{(1)}(k)$
1	51.75	3.9464	3.9464
2	51.01	3.9320	7.8784
3	49.29	3.8977	11.7762
4	48.80	3.8877	15.6639
5	45.97	3.8280	19.4919
6	41.63	3.7288	23.2207
7	39.73	3.6821	26.9028
8	38.74	3.6569	30.5597
9	39.13	3.6669	34.2266
10	37.71	3.6299	37.8565
11	38.95	3.6623	41.5188
12	37.99	3.6373	45.1561
13	40.97	3.7128	48.8689
14	41.20	3.7184	52.5874
15	39.39	3.6735	56.2609

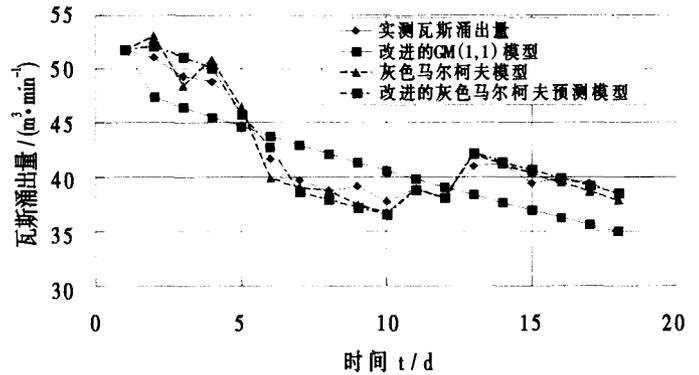


图2 瓦斯涌出量曲线变化图

#### 4.1 各预测模型效果分析

根据前面所述各预测模型的建立步骤,以表2中的瓦斯涌出量数据为基础建立相应的数学模型来预测16、17、18日的瓦斯涌出量,各模型的预测结果见表3。

#### 4.2 模型预测精度分析结论

从表3所给出的4月16-18日期间每天的瓦斯涌出量情况来看,采用改进的GM(1,1)模型预测的瓦斯涌出量分别为36.28、35.62和34.98  $m^3/min$ ,其相对误差分别为9.12%、9.54%和8.98%;采用灰色马尔柯夫模型预测的瓦斯涌出量为39.46、38.64和37.83  $m^3/min$ ,相对误差分别为1.15%、1.88%和1.56%;而采用改进的灰色马尔柯夫预测模型预测瓦斯涌出量的结果则分别为:39.92、39.18和38.48  $m^3/min$ ,相对误差分别为:0.03%、0.51%和0.13%。从表4和图2知,无论是最大相对误差  $\max(k)$  还是平均相对误差  $\bar{\Delta}$ ,灰色马尔柯夫模型改进与否都比改进的GM(1,1)模型有显著提高,当然也更加明显高于未改进的GM(1,1)模型预测精度;而改进的灰色马尔柯夫模型又比未改进的灰色马尔柯夫模型有更精确的预测精度。通过进一步对该矿11031工作面2004年11月份绝对瓦斯涌出量预测验证可知,实际值与预测值基本吻合。说明文中所建立的模型在预测工作面绝对瓦斯涌出量时更加接近于工程实际( $\leq 8\%$ ),当然在地质条件和开采工艺发生变化时也有可能造成对瓦斯涌出量预测的失真。

表4 16-18 3 日间相对误差精度比较 %

类型	改进的GM(1,1)模型	灰色马尔柯夫模型	改进的灰色马尔柯夫模型
最大相对误差	9.54	1.88	0.51
平均相对误差	9.21	1.53	0.22

从以上具体数据综合分析,笔者认为改进的灰色马尔柯夫预测模型是3个模型中预测精度最高的模型,而且该模型是灰色GM(1,1)模型和灰色马尔柯夫

表 3 各模型瓦斯涌出量预测值比较表

日期	改进的 GM(1,1)模型			灰色马尔柯夫模型		改进的灰色马尔柯夫预测模型	
	瓦斯涌出量 实际值 /(m <sup>3</sup> ·min <sup>-1</sup> )	预测瓦斯涌出量 /(m <sup>3</sup> ·min <sup>-1</sup> )	相对误差/%	预测瓦斯涌出量 /(m <sup>3</sup> ·min <sup>-1</sup> )	相对误差/%	预测瓦斯涌出量 /(m <sup>3</sup> ·min <sup>-1</sup> )	相对误差/%
1	51.75	51.75	0.000 0	51.75	0.000 0	51.75	0.000 0
2	51.01	47.32	0.082 2	53.03	0.039 6	52.10	0.021 4
3	49.29	46.41	0.058 5	48.38	0.018 5	51.05	0.035 7
4	48.8	45.51	0.067 5	50.83	0.041 6	50.06	0.025 8
5	45.97	44.63	0.029 1	46.38	0.008 9	45.75	0.004 9
6	41.63	43.78	0.051 6	39.87	0.042 3	42.69	0.027 2
7	39.73	42.94	0.080 9	39.04	0.017 4	38.65	0.027 2
8	38.74	42.13	0.087 5	38.74	0.000 0	37.92	0.021 2
9	39.13	41.34	0.056 4	37.43	0.043 4	37.21	0.049 1
10	37.71	40.56	0.075 6	36.65	0.028 1	37.51	0.031 7
11	37.95	39.81	0.022 0	38.87	0.002 1	38.81	0.003 5
12	37.99	39.07	0.028 3	38.06	0.001 8	38.09	0.002 7
13	40.97	38.34	0.065 1	42.04	0.026 1	42.17	0.029 3
14	41.2	37.46	0.086 4	41.16	0.001 0	41.40	0.004 9
15	39.39	36.95	0.061 9	40.31	0.023 4	40.65	0.032 0
				以下为预测值			
16	39.92	36.28	0.0912	39.46	0.0115	39.91	0.000 3
17	39.38	35.62	0.095 4	38.64	0.0188 8	39.18	0.005 1
18	38.43	34.98	0.089 8	37.83	0.015 6	38.48	0.001 3

模型优缺点互补的结合体,更适合用于波动性较大的非稳定性的瓦斯涌出量预测。在实际工作中,可以利用该模型较准确地预测瓦斯涌出量,进而预测瓦斯浓度,以便采取更合理的瓦斯治理方案,从而提高企业效益。

### 5 结 论

- 1) 回采工作面瓦斯涌出量预测方法多种多样,但灰色预测模型建模所需基础数据较少,预测拟合精度较高,能从时间因素考虑客观反映回采工作面绝对瓦斯涌出量的发展变化趋势,具有一定的普遍应用性。
- 2) 利用对原始数据进行自然对数处理后再建模对预测模型进行改进所建立的模型,其预测精度较高,且原始数据越多越精确,预测结果精度亦愈高。
- 3) 通过改进 GM(1,1)模型后将其与马尔柯夫模型结合而建立的改进的灰色马尔柯夫预测模型,能对非平稳的、随机波动性较大的数据列作出较精确的预

测。经工程实例验证,其预测拟合精度是 3 个模型中效果最好的模型,预测结果基本正确可信。

4) 若能从预测工作面瓦斯涌出量进而预测工作面空间的瓦斯浓度,则对矿井瓦斯治理更具实际意义。

#### 参考文献:

- [1] 朱孔来. 灰色马尔柯夫链预测模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践,1993(2):33-37.
- [2] 龙祖根. 采煤工作面瓦斯涌出量的灰色马尔柯夫预测[J]. 煤矿安全,1995(3):33-3.
- [3] 章壮新,龙祖根. 回采工作面瓦斯涌出量的灰色动态预测[J]. 贵州工学院学报,1993,22(3):23-26.
- [4] 郭齐胜,杨秀月,王杏林,等. 系统建模[M]. 北京:工业出版社,2006.
- [5] 陈海明,段进东. 灰色—马尔柯夫链模型在股票价格预测中的应用[J]. 经济问题,2002(8):37-39.
- [6] 陶云奇. 中岭煤矿采煤工作面瓦斯抽放技术研究[D]. 贵阳:贵州大学,2006.

## Grey Prediction Method in Gas Emission Quantity

TAO Yun-qi , XU Jiang , LI Shu-chun

(Key laboratory for Exploitation of Southwestern Resources & Environmental Disaster

Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** Bastd on dealing with the initial data of the gas emitting quantity of mining coal face by natural *logarithm*, the improved grey model (1,1) is built. The improved Grey Markov prediction mode is built through uniting the improved grey model (1,1) and the Markov mode. Comparing the fitting precision of the improved grey model (1,1) , the Grey Markov prediction mode and the improved Grey Markov prediction mode respectively through actual survey data in scene, it shows that the precision of the improved Grey Markov prediction mode is the best of the three and its result is correct and reliable, having certain general applicability.

**Key words:** gas emitting quantity; grey model (1,1); Grey Markov