

文章编号:1000-582X(2008)01-0106-04

一种基于动态序列二次规划的模型修正方法

刘 纲,黄宗明,杨 溥,岳 笛

(重庆大学 土木工程学院,重庆 400030)

摘 要:提出了一种利用通用有限元程序和数学软件进行有限元模型修正的方法。将模型修正问题看待为参数优化问题并按最小二乘法构造关于修正参数与测量值的优化目标函数。通过假定计算值对修正参数的灵敏度在小范围内保持不变,可将原优化问题转化为求解一系列灵敏度不变的优化子问题并选用序列二次规划法(SQP)对子问题进行求解。实桥数值模拟结果表明,修正后的参数能较快地收敛到真值,证明该方法是可行、有效的。这样不仅将通用有限元程序与数学软件有机结合,方便简单地实现大型结构的模型修正,而且使计算工作量大大减小。

关键词:模型修正;参数优化;灵敏度;动态二次规划

中图分类号:U448.23

文献标志码:A

Method of Modal Updating Based on Nonlinear Optimization

LIU Gang, HUANG Zong-ming, YANG Pu, YUE Di

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

Abstract: This paper discusses a finite element model updating method based on sequence quadratic programming (SQP). The authors built an objection function according to the least-square algorithm about parameters and measurement values. Based on the hypothesis of sensitivity of analytical values to parameters being invariant when parameter increments are small, the optimization problem was divided into a series of subproblems. The SQP method was utilized to solve these subproblems. The numerical simulation results applied to a real-world bridge demonstrated that the parameters can quickly converge to the actual values. This convergence indicates the technique's feasibility and effectiveness. This technique not only combines the finite element and math software, but also conveniently updates the initial model for large scale structures with acceptable costs.

Key words: model updating; parameter optimization; sensitivity; sequence quadratic programming

建立有限元模型时,往往对结构的边界条件、材料性质及几何构型进行简化,使得有限元模型与实际结构之间不可避免地存在着误差,因此模型修正已成为目前研究的热点之一。尽管国内外发表了大量有关模型修正的文章,但一方面,大多数仅针对简支梁、连续梁或简单框架进行修正,离实际应用尚有一定的差距^[1];另一方面,对实际结构的模型修正一般不是利用有限元程序集成的优化功能^[2]就是对有

限元程序进行二次开发^[3],导致对不同的优化问题不能采用具有针对性的优化算法或工作量较大不易实现。

笔者结合通用有限元程序和优化软件探讨了一种模型修正方法,可方便简单地实现大型结构的模型修正。假设当参数变动较小时模型计算值对参数的灵敏度不变,分析在该假设前提下将原优化问题转化为一组非线性优化子问题的理论依据。转化

收稿日期:2007-09-08

基金项目:国家 863 计划资助项目(2006AA04Z433)

作者简介:刘纲(1977-),男,重庆大学讲师,博士研究生,主要从事桥梁健康监测研究。黄宗明(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(Tel)023-65123361;(E-mail)zmhuang@cqu.edu.cn。

后,在子问题的反复迭代求解过程中不需重新计算灵敏度,从而可结合有限元程序和数学软件对模型修正问题进行求解,这样不但能大大降低计算工作量,而且能较为方便地实现大型结构的模型修正。最后通过对石板坡长江复线桥模型的数值模拟来验证该方法的可行性。

1 模型修正方法的理论基础

在进行模型修正时,首先选取较为敏感的参数作为修正参数,将理论计算值与实桥测量值的残差作为目标函数,将修正参数具有物理意义的范围作为约束条件,来构造优化问题。通过求解该优化问题达到模型修正的目的。

一般目标函数按最小二乘原理定义为

$$\min F = \sum_{i=1}^m \left(\frac{U_i - U_{ii}}{U_{ii}} \right)^2, \quad (1)$$

式中: U_i 、 U_{ii} 分别为第*i*个理论计算值和测量状态值; m 为测点的个数。

在式(1)中将 U_i 按泰勒级数展开并忽略高阶项的影响,可得 U_i 与第*k*个修正参数 x_k 的关系式

$$U_i = U_{i0} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \Delta x_k, \quad (2)$$

式中: U_{i0} 表示在初值 x_{k0} 处的理论计算值; n 为修正参数的个数;记 $\partial U_i / \partial x_k$ 为 S_{ik} ,表示 U_i 在 x_{k0} 处对 x_k 的灵敏度。

综合式(1)(2),并加上修正参数的约束条件,可得模型修正的优化问题为:

$$\left. \begin{aligned} \min F &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m \left[\frac{U_{i0} - U_{ii} + S_{ik} \cdot \Delta x_k}{U_{ii}} \right]^2, \\ \text{s. t. } x_k &\leq x_k \leq \bar{x}_k \quad k = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \right\} (3)$$

式中 \underline{x}_k 、 \bar{x}_k 分别为修正参数的下限值和上限值。式(3)即为模型修正的非线性最优化问题。

在式(3)中当 Δx_k 发生变化时, S_{ik} 也应发生相应的改变,因此在优化迭代求解中需不断更新 S_{ik} 。但 U_i 与 x_k 的关系一般无法用具体的数学公式表达,虽理论上可借助于有限元程序采用差分法计算全部参数的灵敏度,可对于实际结构,特别是大型结构的模型修正,随着修正参数个数的增加,计算量将成倍增长,导致模型修正不易实现。

考察 U_i 与 x_k 的关系,即 $U_i = f(x_k)$ 可知, f 一般为单调递增或递减函数,所以 f 的导数 S_{ik} 在 x_k 取值不同时大小会发生改变,但正负号不变。因此,笔者

假设 x_k 在一定的范围内变化时 S_{ik} 不变,即将 U_i 与 x_k 的非线性关系曲线代替为多折线。当 x_k 在同一直线段内变化时,可将式(3)视为一个独立于有限元程序的优化子问题;当 x_k 在不同折线段内变化时,式(3)可转化为一系列的优化子问题,这样仅需采用有限元程序在折线的拐点重新计算 S_{ik} ,并通过数学软件求解优化子问题即可轻松实现模型修正。笔者选取 MATLAB 优化工具箱中的序列二次规划法对优化子问题进行求解^[4-5]。

在取 U_i 与 x_k 的多折线模型时,如直接采用对 x_k 进行分段,那么划分拐点的多少和位置将影响求解过程且在进行模型修正时,修正参数的个数往往不只一个,使拐点的划分不易确定。所以笔者提出按目标函数值 F 降低的比例 β 来统一对不同修正参数 x_k 进行分段,即当 F 未将低到规定的比例 β 时,认为各修正参数不经历拐点,灵敏度 S_{ik} 为一不变常数;当 F 降低 β 比例时,各修正参数同时达到拐点,此时结束子问题的 SQP 法求解,利用求解子问题得出的修正值重新计算 S_{ik} ,然后进入下一轮的子问题求解。这样不断迭代直到目标函数值 F 小于设定的限值 ε ,该方法的优化流程如图 1 所示。

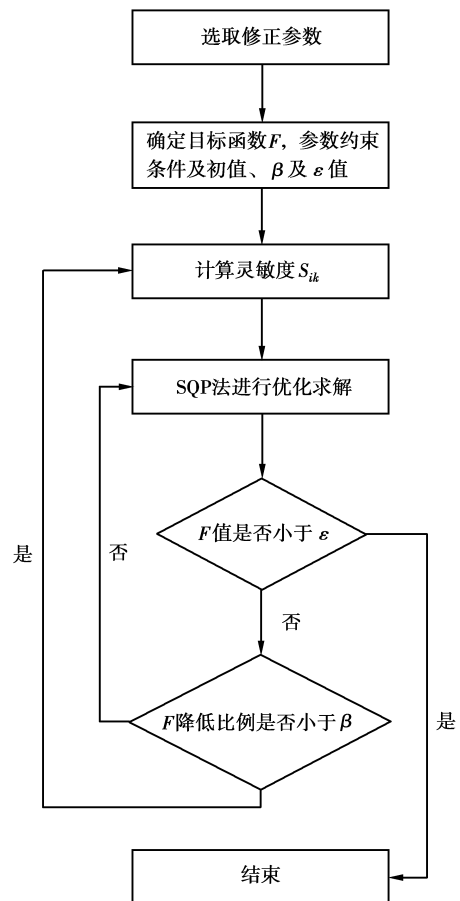


图 1 优化算法流程图

2 数值模拟

2.1 实桥模型

笔者以重庆石板坡长江复线桥为实桥模型。该桥采用组合式连续刚构形式,主跨 330 m,在已建成的刚构桥中居世界首位。为解决主跨跨越问题,中部 108 m 采用了钢箱梁。箱梁为单箱单室截面。其总体布置如图 2 所示。

在用有限元进行分析时,利用有限元软件采用梁单元建立初始三维有限元模型。在模型中不考虑桥面铺装及附属设施对箱梁截面刚度的影响,仅将其质量作为线性均布荷载作用于梁单元。钢箱梁截面考虑顶板的 U 肋、腹板及底板的加劲肋对其刚度的影响,按等效刚度原则换算出其模型的截面。桥梁各部分的边界条件,根据结构构造型式分别进行模拟:两端桥台、P1 墩及 P2 墩墩顶为活动支座,采用弹簧单元进行模拟;其余墩顶与主梁、桥墩与基础采用固结;钢-混接头处根据设计构造采用固结。

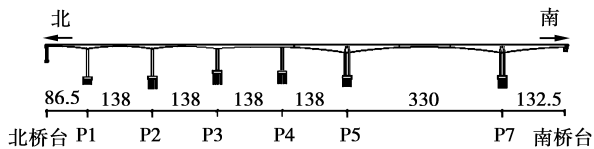


图 2 重庆石板坡长江复线桥总体布置示意图 (m)

2.2 数值模拟结果

假定设计值为参数的初值,任意选择一组在物理意义范围内的随机值作为参数的真值,检验参数经过修正后,能否收敛于真值,从而检验文中所探讨方法的正确性^[6-7]。

由于在随机环境下的动力测量中,频率测量精度较高,同时考虑到实桥动态测量时,只能识别桥梁低阶频率,故仅取全桥的前 8 阶频率。假定真值参数的计算值为测量值,并利用式(3)建立模型修正的优化问题。

在对众多的结构参数采用经验法和灵敏度分析后,选取了材料的弹性模量 E , 质量密度 M_d 及活动支座处横桥向的连接刚度 K_y 作为修正参数,并用参数分组策略来减少需修正的参数个数,即认为标号相同的混凝土的 E 及 M_d 相同,各活动支座(同一厂家生成、同一型号)的刚度相同。参数的灵敏度分析如图 3 所示。从图 3 可以看出,频率对不同参数的

敏感度是不同的,敏感度最大的是质量密度,其次是弹性模量,最小的是横桥向的连接刚度;即使是同一参数,对频率的不同阶次的敏感度也不相同。

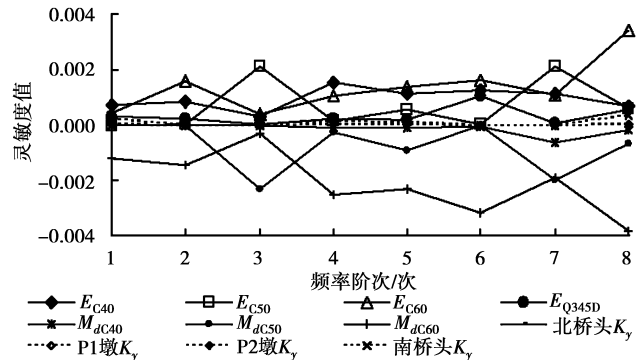


图 3 初值参数的灵敏度

对参数的最大变动范围,文献[8-10]建议取 $\pm 40\%$,文中取为 $\pm 30\%$ 。经过试算,目标函数值 F 降低比例取 $\beta = 200\%$,限值 ε 取为 1×10^{-4} 。参数迭代计算过程如表 1 所示,频率绝对误差迭代过程如图 4 所示。频率绝对误差定义为频率计算值与“真值”之差的绝对值再除以“真值”的百分比。

从图 4 和表 1 可以看出,经过 3 次迭代计算灵敏度 S_{ik} ,即可求得最终的优化值,由此可见该方法能大大减少计算工作量,且能够结合通用有限元程序和优化软件简单方便地实现对大型结构的模型修正。除 C40 混凝土质量密度外,修正后的参数值与真值之间的误差大大减小,最大误差降低了 16%;频率误差由最初普遍在 10% 以上降低到了修正后的 0.5% 以下,说明模型的预测值与“实测值”趋同,达到了模型修正的目的。因 C40 混凝土主要用于桥墩,而全桥前八阶模态主要是箱梁的振动,所以在优化过程中出现了 C40 混凝土质量密度修正后的误差比修正前误差更大的现象。

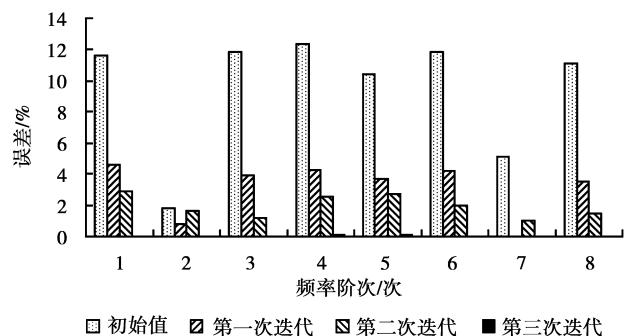


图 4 频率绝对误差迭代过程

表1 参数数值模拟迭代过程

修正参数	真值	随机初值	第一次迭代结果	第二次迭代结果	第三次迭代结果	修正前误差/%	修正后误差/%
E_{C40}/MPa	4.0×10^4	3.25×10^4	3.516×10^4	3.671×10^4	3.892×10^4	-18.75	-2.71
E_{C50}/MPa	3.0×10^4	3.45×10^4	3.481×10^4	3.499×10^4	3.092×10^4	15.00	3.08
E_{C60}/MPa	4.5×10^4	3.60×10^4	3.825×10^4	3.953×10^4	4.394×10^4	-20.00	-2.36
E_{Q345D}/MPa	2.26×10^5	2.06×10^5	2.091×10^5	2.116×10^5	2.160×10^5	-9.09	-4.67
北桥头 $K_y/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	40 000	35 000	35 316	35 433	40 004	-12.50	0.01
P1墩 $K_y/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	40 000	35 000	35 012	35 014	40 170	-12.50	0.43
P2墩 $K_y/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	40 000	35 000	35 033	35 039	40 836	-12.50	2.09
南桥头 $K_y/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	40 000	35 000	35 275	35 434	39 482	-12.50	-1.29
$M_{dC40}/(\text{t} \cdot \text{m})^{-3}$	2.400	2.550	2.534	2.523	2.712	6.25	13.00
$M_{dC50}/(\text{t} \cdot \text{m})^{-3}$	2.400	2.652	2.612	2.593	2.471	10.50	2.97
$M_{dC60}/(\text{t} \cdot \text{m})^{-3}$	2.400	2.652	2.387	2.210	2.303	10.50	-4.05

说明:表中 E 的下标表示混凝土及钢材强度; M_d 的下标表示混凝土强度;第几次迭代结果指第几次停止子问题求解时得出的参数修正值。

3 结 语

在假定模型计算值与参数的关系为多折线模型的前提下,从理论上说明了将通用有限元程序和数学软件相结合来实现大型结构模型修正的可行性。这样不但可选用不同的优化方法来修正模型,还可大大减小优化过程中的计算量。采用实际大型桥梁模型对该方法进行验证的结果表明:仅利用前几阶频率,经过3次迭代计算灵敏度就能取得较为满意的修正效果。由此可见,该方法对实际大型结构的模型修正是可行、有效的。

参考文献:

- [1] MOTTERSHEAD, FRISWELL M I. Model updating in structural dynamics: a survey[J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 167(2): 346-375.
- [2] REN WEI-XIN, PENG XUE-LIN. Baseline finite element modeling of a large span cable-stayed bridge through field ambient vibration tests [J]. Computers and Structures, 2005(83): 536-550.
- [3] 华自力, 陈德成, 孙京燕. 结构动力修正和灵敏度分析软件与微机上通用有限元程序的联结[J]. 振动与冲击, 1994, 50(2): 41-44.
HUA ZI-LI, CHEN DE-CHENG, SUN JING-YAN. Union universal FE software with structural dynamic updating and sensitivity analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 1994, 50(2): 41-44.
- [4] 唐焕文, 秦学志. 实用最优化方法[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2004.
- [5] WANG X, HU N, HISAO FUKUNAGA, et al. Structural damage identification using static test data and changes in frequencies [J]. Engineering Structures, 2001, 23: 610-621.
- [6] ZAPICOA J L, GONZALEZA M P. Finite element model updating of a small scale bridge [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 268(4): 993-1012.
- [7] BIJAVA JAISHI, REN WEI-XIN. Structural finite element model updating using ambient vibration test results [J]. Journal of Structural Engineering, 2005, 4: 617-628.
- [8] ZHANG Q W, CHANG C C. Finite element model updating for structures with parametric constraints [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2000, 29: 927-944.
- [9] 李辉, 丁桦. 结构动力模型修正方法研究进展[J]. 力学进展, 2005, 35(2): 170-180.
LI HUI, DING HUA. Progress in model updating for structural dynamics [J]. Advances in Mechanics, 2005, 35(2): 170-180.
- [10] 刘继承, 周传荣. 一个基于优化的有限元模型修正方法 [J]. 振动与冲击, 2003, 12(2): 33-35.
LIU JI-CHENG, ZHOU CHUAN-RONG. FE model updating method based on optimization [J]. Journal of Vibration and Shock, 2003, 12(2): 33-35.

(编辑 李胜春)