

文章编号:1000-582X(2008)02-0170-05

欠控制方向的非线性系统自适应迭代学习控制

陈 刚,柴 毅

(重庆大学 自动化学院,重庆 400030)

摘 要:针对控制方向未知且具有周期扰动的非匹配非线性系统,提出了一种自适应迭代学习控制策略。控制算法具有以下 3 个特点:不需要控制方向的先验知识;能够对系统的周期不确定性进行在线学习;能够克服系统的非匹配不确定性。随着迭代学习次数的增加,系统跟踪误差渐近收敛于零。仿真结果表明了控制算法的可行性和有效性。

关键词:自适应控制;迭代学习控制;非线性系统

中图分类号:TP273

文献标志码:A

Adaptive Iterative Learning Control of Nonlinear Systems with Unknown Control Direction

CHEN Gang, CHAI Yi

(College of Automation, Chongqing University, Chongqing, 400030, P. R. China)

Abstract: An adaptive iterative learning control scheme is proposed for a class of mismatched nonlinear systems with periodic uncertainties and unknown control directions. The control algorithm has the following three features: the control method does not need control direction information; the periodic uncertainties are learned online by a learning control method; and the algorithm can deal with mismatched uncertainties. The proposed method can achieve asymptotical convergence along a learning repetition horizon. A simulation example is provided to demonstrate the effectiveness and feasibility of the control strategy.

Key words: iterative learning control; adaptive control; nonlinear system

学习控制属于广义智能控制的一个重要分支,它的概念由 Fu^[1]于 1970 年最先提出。学习控制研究的热点之一是迭代学习控制,它的完整理论和算法由 Arimoto^[2]等人于 1984 年首次提出。对于具有固定时间周期重复运动性质的控制系统,迭代学习控制是一个非常有效的方法。在许多具有重复运行性质的工业过程中,如化工间歇过程、工业机器人操作、数控加工、光盘驱动系统中迭代学习控制得到了广泛的应用^[3-4]。

在众多的工业过程中,系统的不确定性是不可避免的,因此不确定非线性系统的迭代学习控制引

起研究人员的广泛关注^[3-6]。对于控制方向未知的控制系统,Nussbaum^[7]首次提出了基于 Nussbaum 增益的控制策略。基于该策略,Chen^[8]研究了控制方向未知的非线性系统学习控制方法。近来,Xu^[9]将文献[8]的算法推广到了一类更广泛的一阶动态系统中,然而对于高阶非匹配非线性系统,文献[9]中的算法将不再适用。在控制方向已知的情况下,基于递推控制策略,文献[10]研究了非匹配非线性系统的鲁棒学习控制策略。然而,对于控制方向未知的非匹配非线性系统的迭代学习控制问题还没有被解决。该问题的难点体现在算法应同时具备如下 3

收稿日期:2007-10-12

基金项目:高层次人才科研启动基金资助项目(0903005104294);青年教师专项基金资助项目(20071)

作者简介:陈 刚(1976-),男,重庆大学博士研究生,讲师,主要从事非线性控制、自适应控制、机器人控制等方向研究,
(Tel)13883041227;(E-mail)chengang@cqu.edu.cn。

个特点:1)不需要控制方向的先验知识;2)能对系统周期不确定性进行学习;3)能够克服系统的非匹配不确定性。笔者将对这类问题提出一种控制策略,解决控制方向未知的非匹配非线性系统的自适应迭代学习控制问题。这对推广文献[1-14]中的结论,促进迭代学习控制理论体系的完善具有重要的意义。

1 问题的描述与预备知识

考虑如下的非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1^T(x_1)g(t), \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2^T(x_1, x_2)g(t), \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= bu + \varphi_n^T(x_1, x_2, \dots, x_n)g(t), \\ y &= x_1, \end{aligned} \tag{1}$$

这里 $x(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为系统的状态量; $u \in R$ 和 $y \in R$ 分别表示系统的控制输入和输出; $\varphi_i(x) \in R^p, i = 1, 2, \dots, n$, 为已知的光滑矢量函数; $g(t) \in R^p$ 表示周期为 τ 的时变不确定函数项, 即 $g(t) = g(t + \tau)$; $b \neq 0$ 为未知参数且符号未知, 即控制方向未知。

考虑由如下参考模型确定的时间区间 $[0, \tau]$ 上的目标跟踪轨迹 $y_r(t)$

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & I_{n-1} & & \\ 0 & & & \\ -d_0 & -d_1 & & -d_{n-1} \end{bmatrix} x_d + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ k_d \end{bmatrix} r(t), \tag{2}$$

$y_r = x_{d,1},$

这里 x_d 为参考模型的状态矢量, $r(t)$ 表示周期为 τ 的参考输入信号, d_0, \dots, d_{n-1}, k_d 为正常数。

定义 1^[7] 若函数 $w(\cdot)$ 满足如下的性质, 则称为 Nussbaum 型函数,

$$\begin{aligned} \limsup_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s w(a) da &= +\infty; \\ \liminf_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s w(a) da &= -\infty. \end{aligned} \tag{3}$$

引理 1^[13] 令 $V(\cdot)$ 和 $k(\cdot)$ 为定义在区间 $[t_0, t_f]$ 上的光滑函数, 且 $V(t) \geq 0, \forall t \in [t_0, t_f]$, $w(\cdot)$ 为 Nussbaum 型函数, b 为非零常数。如果下面的不等式成立

$$\begin{aligned} V(t) &\leq \int_{t_0}^t [bw(k(s)) + 1] \dot{k}(s) ds + c, \\ \forall t &\in [t_0, t_f]. \end{aligned} \tag{4}$$

这里 c 为任意常数, 那么 $V(t), k(t)$ 和 $\int_{t_0}^t [bw(k(s)) + 1] \dot{k}(s) ds$ 在区间 $[t_0, t_f]$ 上是有界的。

对于非线性系统(1), 当 $n = 1$ 时, 文献[9]提

出了一种迭代学习控制策略。当 $n > 1$ 且系统控制方向已知, 文献[10]研究了其学习控制器的设计方法。当 $n > 1$ 且系统控制方向未知的情况下, 控制算法的设计难度进一步加大, 算法既要在在线学习周期不确定性, 又要能克服欠控制方向问题和系统模型中的非匹配不确定性, 因此已有的算法将不再适用。

2 控制器的设计

由于系统中存在时变不确定函数 $g(t)$, 采用文献[10]中的滑动平均估计方法, 设计如下的估计算法

$$\bar{v}^i(t) = \frac{1}{\tau} \left[\int_0^t v^i(s) ds + \int_t^\tau v^{i-1}(s) ds \right], \tag{5}$$

其中 i 表示第 i 次迭代(后面的表述与此类似), v^i 为未知函数 $g(t)$ 的估计值, 其学习律设计为

$$\begin{aligned} v^i &= v^{i-1} + k_1 H_1^i(x, x_d) z_1^i(x, x_d) + \dots + \\ &k_{n-1} H_{n-1}^i(x, x_d) z_{n-1}^i(x, x_d) + \\ &k_n H_n^i(x, x_d) \text{sgn}(z_n^i(x, x_d)) \end{aligned}$$

$$v^1(t) = v_0, t \in [0, \tau], \tag{6}$$

其中 v_0 和 $k_i (1 \leq i \leq n)$ 为正常数, H_j^i 和 $z_j^i (1 \leq j \leq n)$ 的定义将在后面依次给出。

定义如下符号

$$\begin{aligned} P_1^i &= k_1 k_2 (H_1^i)^T H_2^i z_1^i, \\ P_2^i &= k_1 k_3 (H_1^i)^T H_3^i z_1^i + k_2 k_3 (H_2^i)^T H_3^i z_2^i, \\ &\vdots \\ P_{n-1}^i &= \sum_{j=1}^{n-1} k_j k_n (H_j^i)^T H_n^i z_j^i. \end{aligned} \tag{7}$$

基于递推构造性设计方法, 下面给出控制器的详细设计步骤。

取第 i 次迭代计算时的一个评价函数为

$$E^i(t) = \int_0^t \|g(s) - v^i(s)\| ds, \tag{8}$$

相邻两次迭代之间评价函数之差可表示为

$$\begin{aligned} \Delta E^i(t) &= E^i - E^{i-1} = \\ &\int_0^t [(v^i - v^{i-1})^T (v^i + v^{i-1} - 2g)] ds = \\ &\int_0^t \left[\sum_{j=1}^{n-1} k_j^2 (H_j^i)^T H_j^i (z_j^i)^2 + \right. \\ &k_n^2 (H_n^i)^T H_n^i \text{sgn}^2(z_n^i) + \\ &2 \sum_{j=1}^{n-2} P_j^i z_{j+1}^i + 2P_{n-1}^i \text{sgn}(z_n^i) + \\ &2 \sum_{j=1}^{n-1} k_j (H_j^i)^T (v^{i-1} - g) z_j^i + \\ &2k_n (H_n^i)^T (v^{i-1} - g) \text{sgn}(z_n^i) \left. \right] ds. \end{aligned} \tag{9}$$

第一步: 定义 $z_1^i = x_1^i - x_{d,1}^i, \tag{10}$

$z_2^i = x_2^i - \alpha_1^i, \tag{11}$

这里 α_1^i 表示第一个虚拟控制器, 设计为

$$\alpha_1^i = - (H_1^i)^T \bar{v}^i - \frac{k_{f_1}}{2} z_1^i - \frac{k_1}{2} (H_1^i)^T H_1^i z_1^i + x_{d,2}^i, \quad (12)$$

其中 $H_1^i = \varphi_1(x_1^i)$, k_{f_1} 为正的设计参数。

对式(10)求导, 将式(11)、(12)代入, 经整理后

$$\begin{aligned} (H_1^i)^T (v^{i-1} - g) &= -\dot{z}_1^i + z_2^i + \\ (H_1^i)^T (v^{i-1} - \bar{v}^i) - \frac{k_{f_1}}{2} z_1^i - \frac{k_1}{2} (H_1^i)^T H_1^i z_1^i &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

将式(13)代入式(9), 可得

$$\begin{aligned} \Delta E^i(t) &= -k_1 (z_1^i)^2 \Big|_0^t + \int_0^t \left[\sum_{j=2}^{n-1} k_j^2 (H_j^i)^T H_j^i (z_j^i)^2 + \right. \\ &k_n^2 (H_n^i)^T H_n^i \text{sgn}^2(z_n^i) + 2 \sum_{j=1}^{n-2} P_j^i z_{j+1}^i + \\ &2P_{n-1}^i \text{sgn}(z_n^i) + 2 \sum_{j=2}^{n-1} k_j (H_j^i)^T (v^{i-1} - g) z_j^i + \\ &2k_n (H_n^i)^T (v^{i-1} - g) \text{sgn}(z_n^i) - k_1 k_{f_1} (z_1^i)^2 + \\ &\left. 2k_1 z_1^i z_2^i + 2k_1 (H_1^i)^T (v^{i-1} - \bar{v}^i) z_1^i \right] ds. \end{aligned} \quad (14)$$

第 $k(1 < k < n)$ 步:

$$\text{定义} \quad z_k^i = x_k^i - \alpha_{k-1}^i, \quad (15)$$

$$z_{k+1}^i = x_{k+1}^i - \alpha_k^i, \quad (16)$$

其中 α_k^i 表示第 k 个虚拟控制器, 设计为

$$\begin{aligned} \alpha_k^i &= - (H_k^i)^T \bar{v}^i - \frac{k_{f_k}}{2} z_k^i - \frac{k_k}{2} (H_k^i)^T H_k^i z_k^i - \frac{P_{k-1}^i}{k_k} - \\ &\frac{k_{k-1}}{k_k} z_{k-1}^i + \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial u_k^i}{\partial x_j^i} x_{j+1}^i + \sum_{j=1}^k \frac{\partial u_k^i}{\partial x_{d,j}^i} x_{d,j+1}^i, \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $H_k^i = \varphi_k^i - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}^i}{\partial x_j^i} \varphi_j^i$, k_{f_k} 为正的设计参数。

对式(15)求导, 并将式(16)、(17)代入后经整理可得:

$$\begin{aligned} (H_k^i)^T (v^{i-1} - g) &= -\dot{z}_k^i + z_{k+1}^i + (H_k^i)^T (v^{i-1} - \bar{v}^i) - \\ &\frac{k_{f_k}}{2} z_k^i - \frac{k_k}{2} (H_k^i)^T H_k^i z_k^i - \frac{P_{k-1}^i}{k_k} - \\ &\frac{k_{k-1}}{k_k} z_{k-1}^i - \frac{\partial u_k^i}{\partial v^i} \frac{v^i - v^{i-1}}{\tau}. \end{aligned} \quad (18)$$

根据式(14)和(18), 可得

$$\begin{aligned} \Delta E^i(t) &= - \sum_{j=1}^k k_j (z_j^i)^2 \Big|_0^t + \int_0^t \left[\sum_{j=k+1}^{n-1} k_j^2 (H_j^i)^T H_j^i (z_j^i)^2 + \right. \\ &k_n^2 (H_n^i)^T H_n^i \text{sgn}^2(z_n^i) + 2 \sum_{j=k}^{n-2} P_j^i z_{j+1}^i + 2P_{n-1}^i \text{sgn}(z_n^i) + \\ &2 \sum_{j=k+1}^{n-1} k_j (H_j^i)^T (v^{i-1} - g) z_j^i + 2k_n (H_n^i)^T (v^{i-1} - g) \\ &\left. \text{sgn}(z_n^i) - \sum_{j=1}^k k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 + 2k_k z_k^i z_{k+1}^i + 2 \sum_{j=1}^k k_j (H_j^i)^T \right. \end{aligned}$$

$$\left. (v^{i-1} - \bar{v}^i) z_j^i - \sum_{j=2}^k \frac{2k_j z_j^i}{\tau} \frac{\partial \alpha_{j-1}^i}{\partial v^i} (v^i - v^{i-1}) \right] ds. \quad (19)$$

第 n 步: 定义 $z_n^i = x_n^i - \alpha_{n-1}^i$ 。 (20)

对式(20)求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{z}_n^i &= bu^i + \left(\varphi_n^i - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_j^i} \varphi_j^i \right)^T g - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_j^i} x_{j+1}^i - \\ &\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_{d,j}^i} x_{d,j+1}^i - \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial v^i} \frac{v^i - v^{i-1}}{\tau} - \\ &\frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_{d,n}^i} \left(\sum_{j=0}^{n-1} (-d_j) x_{d,j}^i + k_d r \right). \end{aligned} \quad (21)$$

由于未知控制系数 b 的符号未知, 在控制器的设计中引入 Nussbaum 型函数, 即控制器设计为

$$u^i = \xi w(\ell^i(t)) e^i(t), \quad (22)$$

$$\dot{\ell}^i(t) = e^i(t) \text{sgn}(z_n^i), \quad (23)$$

$$\begin{aligned} e^i(t) &= (H_n^i)^T \bar{v}^i + \frac{k_{f_n}}{2} z_n^i + \frac{k_n}{2} (H_n^i)^T H_n^i \text{sgn}(z_n^i) + \\ &\frac{P_{n-1}^i}{k_n} + \frac{k_{n-1}}{k_n} z_{n-1}^i z_n^i \text{sgn}(z_n^i) - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_j^i} x_{j+1}^i - \\ &\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_{d,j}^i} x_{d,j+1}^i - \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_{d,n}^i} \left(\sum_{j=0}^{n-1} (-d_j) x_{d,j}^i + k_d r \right) - \\ &\left(\frac{1}{\tau} \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial v^i} + \frac{\text{sgn}(z_n^i)}{k_n \tau} \sum_{j=2}^{n-1} k_j z_j^i \frac{\partial \alpha_{j-1}^i}{\partial v^i} - \right) (v^i - v^{i-1}), \\ &\left(\frac{1}{k_n} (v^{i-1} - \bar{v}^i) \text{sgn}(z_n^i) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

这里 $H_n^i = \varphi_n^i - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}^i}{\partial x_j^i} \varphi_j^i$, ξ 和 k_{f_n} 为正的设计参数。

根据式(21)-(24), 可得:

$$\begin{aligned} (H_n^i)^T (v^{i-1} - g) &= -\dot{z}_n^i + (H_n^i)^T (v^{i-1} - \bar{v}^i) - \\ &\frac{k_{f_n}}{2} z_n^i - \frac{k_n}{2} (H_n^i)^T H_n^i \text{sgn}(z_n^i) - \frac{P_{n-1}^i}{k_n} - \\ &\frac{k_{n-1}}{k_n} z_{n-1}^i z_n^i \text{sgn}(z_n^i) + \left(\frac{\text{sgn}(z_n^i)}{k_n \tau} \sum_{j=2}^{n-1} k_j z_j^i \frac{\partial \alpha_{j-1}^i}{\partial v^i} - \right. \\ &\left. \frac{1}{k_n} (v^{i-1} - \bar{v}^i) \text{sgn}(z_n^i) \right) (v^i - v^{i-1}). \end{aligned} \quad (25)$$

根据式(19)、(25), 可得:

$$\begin{aligned} \Delta E^i(t) &= - \sum_{j=1}^{n-1} k_j (z_j^i)^2 \Big|_0^t - 2k_n |z_n^i| \Big|_0^t + \\ &\int_0^t \left[- \sum_{j=1}^n k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 + 2k_n \text{sgn}(z_n^i) (b \xi w(\ell^i(s)) e^i(s) + \right. \\ &\left. e^i(s)) \right] ds = - \sum_{j=1}^{n-1} k_j (z_j^i)^2 \Big|_0^t - 2k_n |z_n^i| \Big|_0^t - \\ &\int_0^t \sum_{j=1}^n k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 ds + 2k_n \int_0^t (b \xi w(\ell^i) + 1) \dot{\ell}^i ds. \end{aligned} \quad (26)$$

增大控制器中的设计参数值 $k_{f_i}, i = 1, 2, \dots, n$,

可进一步增强系统的鲁棒性。为防止控制器饱和,其取值也不宜过大。

3 系统稳定性分析

定理1 对于不确定非线性系统(1),在学习律(5)和(23),控制律(22)的作用下,系统输出 $y(t)$ 渐近跟踪参考轨迹 $y_r(t)$ 。

证明:根据式(26)有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \Delta E^i &= E^m - E^0 = \sum_{j=1}^{n-1} \left[- \sum_{i=1}^m k_j (z_j^i(\tau))^2 + \sum_{i=1}^m k_j (z_j^i(0))^2 \right] - 2 \sum_{i=1}^m k_n |z_n^i(\tau)| + 2 \sum_{i=1}^m k_n |z_n^i(0)| - \\ &\sum_{i=1}^m \int_0^\tau \sum_{j=1}^n k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 ds + 2k_n \sum_{i=1}^m \int_0^\tau (b\xi w(\ell^i) + 1) \dot{\ell}^i ds = \\ &\sum_{j=1}^n \left[- \sum_{i=2}^{m+1} k_j (z_j^i(0))^2 + \sum_{i=1}^m k_j (z_j^i(0))^2 \right] - \\ &2 \sum_{i=2}^{m+1} k_n |z_n^i(0)| + 2 \sum_{i=1}^m k_n |z_n^i(0)| - \sum_{i=1}^m \int_0^\tau \sum_{j=1}^n k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 ds + \\ &2k_n \sum_{i=1}^m \int_0^\tau (b\xi w(\ell^i) + 1) \dot{\ell}^i ds = \\ &\sum_{j=1}^n \left[- k_j (z_j^{m+1}(0))^2 + k_j (z_j^1(0))^2 \right] - 2k_n |z_n^{m+1}(0)| + \\ &2k_n |z_n^1(0)| - \sum_{i=1}^m \int_0^\tau \sum_{j=1}^n k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 ds + \\ &2k_n \sum_{i=1}^m \int_0^\tau (b\xi w(\ell^i) + 1) \dot{\ell}^i ds. \end{aligned} \quad (27)$$

定义 $\ell^i(t) = \ell((i-1)\tau + t)$, $z_j^i = z_j((i-1)\tau + t)$, $t \in [0, \tau]$, 有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \int_0^\tau (b\xi w(\ell^i) + 1) \dot{\ell}^i ds &= \int_0^\tau (b\xi w(\ell^1) + 1) \dot{\ell}^1 ds + \\ &\int_0^\tau (b\xi w(\ell^2) + 1) \dot{\ell}^2 ds + \dots + \int_0^\tau (b\xi w(\ell^m) + 1) \dot{\ell}^m ds = \\ &\int_0^\tau (b\xi w(\ell) + 1) \dot{\ell} ds + \int_\tau^{2\tau} (b\xi w(\ell) + 1) \dot{\ell} ds + \dots + \\ &\int_{(m-1)\tau}^{m\tau} (b\xi w(\ell) + 1) \dot{\ell} ds = \int_0^{m\tau} (b\xi w(\ell) + 1) \dot{\ell} ds. \end{aligned} \quad (28)$$

将式(28)代入式(27),经整理可得

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \int_0^\tau \sum_{j=1}^n k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 ds &\leq E^0 + \\ \sum_{j=1}^n \left[- k_j (z_j^{m+1}(0))^2 + k_j (z_j^1(0))^2 \right] &- 2k_n |z_n^{m+1}(0)| + \\ 2k_n |z_n^1(0)| + \int_0^{m\tau} (b\xi w(\ell) + 1) \dot{\ell} ds. \end{aligned} \quad (29)$$

根据引理1可知,存在一个正整数 B 使得

$$\int_0^{m\tau} (b\xi w(\ell) + 1) \dot{\ell} ds \leq B. \quad (30)$$

根据式(29)、(30),可得

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \int_0^\tau k_j k_{f_j} (z_j^i)^2 ds \leq E^0 + \sum_{j=1}^n k_j (z_j^1(0))^2 +$$

$$2k_n |z_n^1(0)| + B. \quad (31)$$

因为 $k_j > 0, k_{f_j} > 0, j = 1, \dots, n$, 根据式(31),对于任意时间区间, z_j^i 是有界的。当 $m \rightarrow \infty$ 时,由于式(31)右边为一常数,故 $\sum_{j=1}^n \int_0^\tau k_j k_{f_j} (z_j^i) ds \rightarrow 0$, 即 $z_j^i = z_j((i-1)\tau + t) \rightarrow 0, t \in [0, \tau], j = 1, \dots, n$ 。当 $t' \rightarrow \infty$ 时, $z_j(t') \rightarrow 0, j = 1, \dots, n$ 。注意到 $z_1(t) = y(t) - y_r(t)$, 故 $y(t)$ 渐近趋于 $y_r(t)$, 证毕。

4 设计举例

下面通过一个例子对上节介绍的控制器设计方法作进一步说明。考虑非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + g(t), \\ \dot{x}_2 &= bu + (x_1 x_2 - x_2^2)g(t), \end{aligned} \quad (32)$$

式中 $g(t)$ 为未知的时变周期函数; b 为未知参数且符号未知。该系统所要跟踪的参考轨迹由如下方程给出

$$\begin{aligned} \dot{x}_{d1} &= x_{d2}, \\ \dot{x}_{d2} &= -5x_{d1} - 4x_{d2} + r(t), \\ y_r &= x_{d1}, \end{aligned}$$

式中 $r(t) = 5\sin(\pi t)$ 。根据上节的设计步骤,首先定义

$$\begin{aligned} z_1^i &= x_1^i - x_{d1}^i, \\ z_2^i &= x_2^i - \alpha_1^i, \end{aligned}$$

由于 $H_1^i = 1$, α 设计为 $\alpha_1^i = -\bar{v}^i - \frac{(k_{f1} + k_1)z_1^i}{2} + x_{d2}^i$ 。

对 $z_2^i = x_2^i - \alpha_1^i$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_2^i &= bu + \left(x_1 x_2 - x_2^2 + \frac{k_{f1} + k_1}{2} \right) g(t) + \frac{(k_{f1} + k_1)x_2^i}{2} - \\ &\frac{(k_{f1} + k_1)x_{d2}^i}{2} + \frac{v^i - v^{i-1}}{\tau} + 5x_{d1} + 4x_{d2} - 5\sin(\pi t) \end{aligned}$$

由于 b 的符号未知,根据式(22)-(24),控制器设计为

$$\begin{aligned} u^i &= \xi w(\ell^i(t)) e^i(t), \\ \dot{\ell}^i(t) &= e^i(t) \operatorname{sgn}(z_2^i), \\ e^i(t) &= H_2^i \bar{v}^i + \frac{k_{f2} z_2^i}{2} + \frac{1}{2} k_2 (H_2^i)^T H_2^i \operatorname{sgn}(z_2^i) + \\ &\frac{P_1^i}{k_2} + \frac{k_1}{k_2} z_1^i z_2^i \operatorname{sgn}(z_2^i) + \frac{(k_1 + k_{f1})}{2} x_2^i - \\ &\frac{(k_1 + k_{f1})}{2} x_{d2}^i + 5x_{d1} + 4x_{d2} - 5\sin(\pi t) + \frac{v^i - v^{i-1}}{\tau} + \\ &\frac{1}{k_2} (v^i - v^{i-1}) (v^{i-1} - \bar{v}^i) \operatorname{sgn}(z_2^i) \end{aligned}$$

其中 $H_2^i = x_1 x_2 - x_2^2 + \frac{k_{f1} + k_1}{2}$ 。仿真中,取 $w(\ell^i(t)) =$

$(\ell^i)^2 \cos(\ell^i)$, $k_1 = k_2 = k_{f_1} = 2$, $x_1(0) = 0.7$, $x_2(0) = 0$, $x_{d_1}(0) = 0$, $x_{d_2}(0) = 0$ 。在 MATLAB 编程环境下进行仿真实验, 仿真中对系统微分方程以及参数自适应律方程运用龙格-库塔-芬尔格(Runge-Kutta-Fehlberg)数值方法求解。进行 25 次迭代仿真计算。图 1 给出了系统跟踪误差曲线 $|z_1^i|_{\sup}$, 图 2 给出了自适应参数 $\ell^i(t)$ 的值。

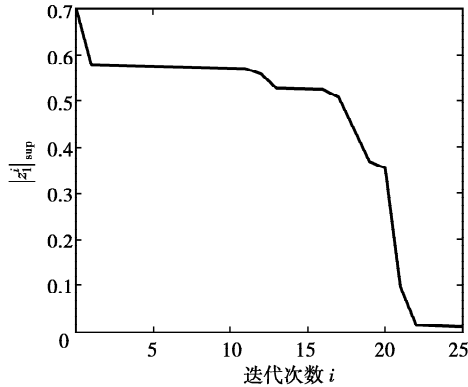


图 1 系统跟踪误差曲线 $|z_1^i|_{\sup}$

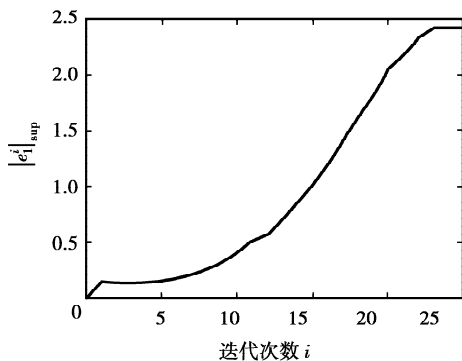


图 2 自适应参数 $|\ell^i|_{\sup}$

5 结 论

针对受到周期扰动的非匹配非线性系统, 在系统控制方向未知的情况下, 提出了一种自适应迭代学习控制策略。控制算法并不需要系统控制方向和周期扰动的先验信息。随着迭代次数的增加, 算法能够保证系统跟踪误差渐近收敛于零。

参考文献:

- [1] FU K S. Learning control systems-review and control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1970, 15 (2): 210-221.
- [2] ARIMOTO S, KAWAMURA S & MIYAZAKI F. Bettering operation of robots by learning[J]. Journal of Robotic Systems, 1984, 1(2): 123-140.
- [3] 谢胜利, 田森平, 谢振东. 迭代学习控制的理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [4] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- [5] 崔荣鑫, 徐德民, 张福斌. 基于滑模观测器的非线性系统迭代学习控制[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(9): 1412-1433.
CUI RONG-XIN, XU DE-MIN, ZHANG FU-BIN. Iterative learning control for non linear system based on sliding mode observer [J]. System Engineering and Electronic, 2006, 28(9): 1412-1433.
- [6] 张怀相, 原魁, 邹伟. 基于迭代学习控制的 PID 控制器设计[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(8): 1225-1228.
ZHANG HUAI-XIANG, YUAN KUI, ZHOU WEI. Design of PID controller based on iterative learning control[J]. System Engineering and Electronics, 2006, 28(8): 1225-1228.
- [7] NUSSBAUM. Some remarks on conjecture in parameter adaptive control[J]. Syst. Contr. Lett, 1983, 3: 243-246.
- [8] CHEN H, JIANG P. Adaptive iterative feedback control for nonlinear system with unknown High-frequency gain [C] // proceedings of the fourth world congress on intelligent control and automation. Shanghai: IEEE Press, 2002: 847-851.
- [9] XU J, YAN R. Iterative learning control design without a priori knowledge of the control direction [J]. Automatica, 2004, 40: 1803-1809.
- [10] TIAN Y, YU X. Robust learning control for a class of nonlinear systems with periodic and aperiodic uncertainties[J]. Automatic, 2003(39): 1957-1966.
- [11] 陈刚, 王树青. 控制方向未知的时变非线性系统鲁棒控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1397-1400.
CHEN GANG, WANG SHU-QING. Robust control of time-varying nonlinear systems with unknown control directions [J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1397-1400.
- [12] 王强德, 井元伟, 张嗣瀛. 控制方向未知的非线性系统的自适应输出跟踪控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(3): 248-252.
WANG QIANG-DE, JING YUAN-WEI, ZHANG SHI-YING. Adaptive output tracking control of nonlinear systems with unknown control directions [J]. Control and Decision, 2006, 21(3): 248-252.
- [13] YE X, JIANG J. Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control directions [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1998, 43(11): 1617-1621.
- [14] 陈刚. 高频增益未知的受扰非线性系统输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(5): 779-782.
CHEN GANG. Output feedback control of perturbed nonlinear systems with unknown high-frequency gains [J]. Control Theory and Application, 2006, 23(5): 779-782.

(编辑 侯 湘)