

文章编号:1000-582X(2009)01-0027-04

# 梁柱纤维模型在异形截面构件分析中的适用范围

黄宗明<sup>1</sup>, 王玉芳<sup>1,2</sup>, 陈名弟<sup>1</sup>, 杨 溥<sup>1</sup>

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400030; 2. 重庆市设计院 重庆 400015)

**摘 要:**选取剪跨比和肢高厚比这 2 个影响异形柱剪切效应的主要参量,在构件层次上以纤维模型梁柱单元和实体有限元模型得出的柱顶侧移误差为依据,对处于弹性阶段的 L 形、T 形和十形柱分别基于不考虑和考虑剪切效应影响纤维模型分析的适用性进行了定量探讨,验证加入剪切效应影响纤维模型分析异形柱的正确性,并给出异形柱适用考虑剪切纤维模型梁柱单元分析的适用范围。

**关键词:**纤维模型;剪切效应;异形柱;剪跨比;肢高厚比

中图分类号:TU375.3

文献标志码:A

## Applicable range of fiber column-beam element in analysis of specially shaped columns

HUANG Zong-ming<sup>1</sup>, WANG Yu-fang<sup>1,2</sup>, CHEN Ming-di<sup>1</sup>, YANG Pu<sup>1</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China;

2. Chongqing Architectural Design Institute, Chongqing 400015, P. R. China)

**Abstract:** The span ratio and the ratio of section height to section thickness of column leg are selected, which mainly influence the shear effect of special-shaped columns. Based on error analysis of the displacement at the tip of the columns, the flexibility of a fiber model for L-shaped columns, T-shaped columns, and cross-shaped columns in the range of elasticity is studied. The columns are studied with and without shear effect. The correctness of the fiber model with the shear effect is shown, and the applicable range of the fiber model with the shear effect is presented.

**Key words:** fiber element; shear effect; specially shaped columns; span ratio; ratio of height to thickness of column leg

基于纤维模型的梁柱单元<sup>[1-4]</sup>是目前解决梁柱空间分析中双向弯曲耦合以及轴向变形与弯曲变形耦合问题最有效的单元模型,所以是分析异形柱结构的理想模型。但由于该模型尚不能考虑剪切效应的影响,导致异形柱在应用该模型分析<sup>[5-10]</sup>时只适用于大剪跨比构件,不能满足工程实际需要。因此需要基于有限单元柔度法,在传统考虑压、弯效应的纤维模型基础上,加入剪切效应影响,建立可以综合考虑弯、轴、剪、扭 4 种效应的空间梁柱纤维模型。

首先建立该模型,然后选取剪跨比和肢高厚比

这 2 个影响剪切效应的主要参量,在构件层次上以实体有限元模型和纤维模型得出的柱顶位移误差作为依据,对处于弹性阶段的 L 形、T 形和十形柱分别应用不考虑和考虑剪切效应的纤维模型分析的适用性进行定量探讨,给出异形柱适用该杆元模型分析的范围,并验证加入剪切效应理论的正确性。

### 1 加入剪切效应影响的纤维模型梁柱单元

纤维模型中加入剪切效应影响<sup>[5-10]</sup>,扭转按弹性

收稿日期:2008-09-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50478067);重庆市自然科学基金资助项目(8850)

作者简介:黄宗明(1957-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事结构工程与工程力学方面的研究,

(Tel)023-65123361;(E-mail) zmhuang@cqu.edu.cn。

考虑,仅需要引入一个剪切变形函数来确定剪切变形与剪应变之间的关系,弯曲部分的平截面假定仍然成立。单元分析过程中的截面层次和纤维层次上的状态确定将有所不同,引入剪切效应过程如下。

截面力向量需加入 3 项:截面剪力  $V_y(x)$ ,  $V_z(x)$  和扭矩  $M_x(x)$ , 取截面力插值函数为  $[b(x)]$ , 沿杆轴的任一积分截面  $x$  处截面力向量可以表述为  $\{D(x)\} = [N(x) \ V_y(x) \ V_z(x) \ M_x(x) \ M_y(x) \ M_z(x)]^T = [b(x)]\{Q\}$ 。(1)

截面变形向量  $\{d\}$  也增加了 3 项:2 个剪切变形  $v_y(x), v_z(x)$  和 1 个扭转变形  $\gamma_x(x)$   $\{d(x)\} = [\epsilon(x) \ v_y(x) \ v_z(x) \ \gamma_x(x) \ \gamma_y(x) \ \gamma_z(x)]^T$ 。(2)

纤维的应变引入剪切效应后,还必须考虑相对于截面 2 个正交方向的剪应变  $\gamma_{xy}(x, y, z)$ ,  $\gamma_{xz}(x, y, z)$ 。设定剪切变形函数  $\xi(y, z)$  来确定剪切变形与剪应变之间的关系。即

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xy}(x, y, z) &= \xi_y(y, z)v_y(x), \\ \gamma_{xz}(x, y, z) &= \xi_z(y, z)v_z(x). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

纯扭时截面因扭转导致的剪应变函数也较为复杂,取扭转时剪应变函数为  $\psi = \psi(y, z)$ , 可以得到纤维的 2 个剪应变

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \end{aligned} \right\} = \phi_x(x) \left\{ \begin{aligned} \psi_y(y, z) \\ \psi_z(y, z) \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

式(3)、(4)叠加即得纤维的剪应变,再加上原来的正应变函数的取值,最终截面纤维的应变向量由 3 个分量构成:沿截面法向的正应变和切向的 2 个剪应变。根据  $x$  截面上任一纤维点  $(y, z)$  相对截面形心的几何位置,纤维  $(x, y, z)$  的应变向量如下  $\{\epsilon(x, y, z)\} = [\epsilon_x \ \gamma_{xy} \ \gamma_{xz}]^T = [L(y, z)]\{d(x)\}$ , (5)

其中  $[L(y, z)]$  为  $x$  截面上  $(y, z)$  处纤维的应变函数,由平截面假定和设定的剪切变形函数  $\xi(y, z)$  和  $\psi = \psi(y, z)$  确定。

$$[L(y, z)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y \\ 0 & \xi_y(y, z) & 0 & \psi_y(y, z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi_z(y, z) & \psi_z(y, z) & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$\xi(y, z)$  的确定:矩形和异形截面在工程轴  $y$  轴 ( $z$  轴相同)沿高度取值如下

$$\xi_y(y, z) = \begin{cases} -\frac{6}{a^2}y^2 + 1.5, & \text{腹板及有效翼缘范围内;} \\ 0, & \text{有效翼缘外;} \end{cases} \quad (7)$$

其中  $a$  为异形截面肢厚,见图 1(L 形柱为例)。

$\psi = \psi(y, z)$  的确定,对于各种圆形、矩形以及异形截面,如图 2 所示,建立了 1 个通用的剪应变函数

$$\left\{ \begin{aligned} \psi_y(y, z) \\ \psi_z(y, z) \end{aligned} \right\} = \begin{Bmatrix} -z \\ y \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

将式(7)、(8)带入式(6),便建立了对于各种圆形、矩形以及异形截面单元的 1 个通用的截面变形函数,带入式(5),便可得到纤维的应变。由此引入剪切变形函数来考虑剪切变形的工作便做好了,再引入剪切模量  $G$  来建立材料的本构关系,接下来可根据基于柔度法的理论建立刚度方程,详见文献<sup>[4]</sup>,不赘述。

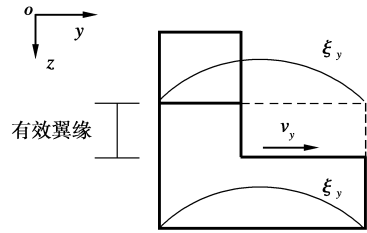


图 1 剪应变  $v_y$  与变形  $r_{xy}$  之间的形函数  $\xi_y$

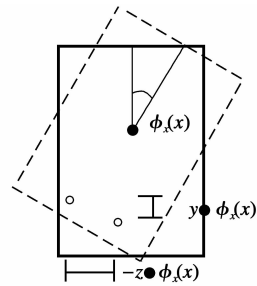


图 2 扭转形函数的简化

## 2 构件参数及荷载情况

异形柱取常见的 L 形、T 形和十字形柱<sup>[15]</sup>, 构件尺寸如图 3 所示,肢高比和剪跨比定义如下。

剪跨比  $\lambda = H/h$ , 肢高厚比  $\eta = h/a$ , 其中  $H$  为

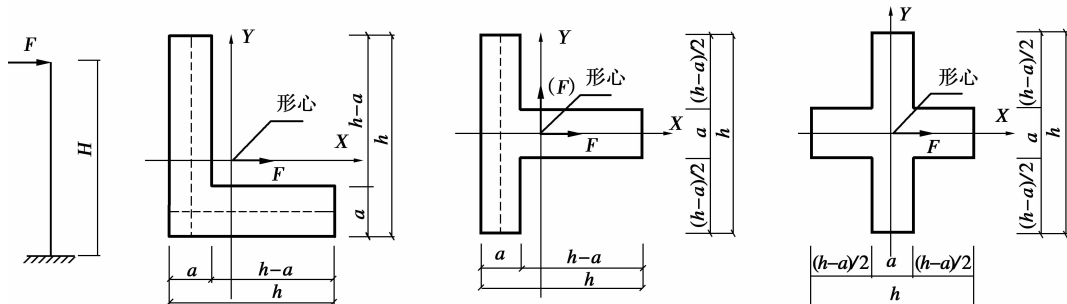


图 3 构件参数及加载图

柱高,  $h$  为异形柱柱肢高,  $a$  为柱肢宽。取等肢、肢厚  $a=200$  mm 的情况。通过改变截面的肢高厚比  $\eta$  和剪跨比  $\lambda$  的方式来分析不同的结构形式:肢高厚比  $\eta$  取工程适用范围 2~5,剪跨比  $\lambda$  分别取理论值 0.5~4。加入剪切效应纤维模型有效翼缘宽度均取  $0.5a$ 。

### 3 分析模型及分析程序

采用 SAP2000 中的三维实体有限元分析结果代替试验数据,探讨在弹性阶段异形柱分别应用不考虑和考虑剪切效应纤维模型分析的适用范围,取弹性模量  $E_c=3 \times 10^4$  MPa,泊松比  $\mu=0.2$ ,加载时,水平恒定集中力  $F=400$  kN 加在截面形心处。综合考虑压、弯、剪、扭效应的纤维模型梁柱单元,与 SAP2000 实体模型相比大大减少计算工作量,同时有效地解决了梁柱单元空间非线性中双向弯曲、轴向变形、双向剪切和扭转变形的耦合问题。

### 4 对比分析结果

#### 4.1 标准确定

从工程应用角度,在单元层次上关心的是单元的侧向位移,以工程轴加载向柱顶侧向位移误差达 5% 作为标准,判断用纤维模型分析异形柱时的适用范围。L 形柱和十字形柱  $x$  向加载时,以位移  $U_x$  为误差判断依据;T 形柱沿对称向  $x$  向加载时,以位移  $U_x$  为误差判断依据;沿不对称向  $y$  向加载时,以位移  $U_y$  为误差判断依据。误差定义为

$$\delta = \left| \frac{U_F - U_S}{U_S} \right| \leq 5\%$$

其中:下标 F 代表纤维模型,S 代表三维实体模型。

#### 4.2 小结

应用不考虑剪切效应和考虑剪切效应的纤维模型分析柱顶侧移误差对比结果见图 4~7,从对比分析结果可以看出:加入了剪切效应影响的纤维模型分析异形柱较之不考虑剪切效应纤维模型的误差明显减小,适用的剪跨比和肢高厚比取值范围明显增大,亦验证了加入剪切效应影响纤维模型的正确性,给出异形柱适用梁柱纤维模型分析的适用范围见表 1。在图 5~8 中  $h$  代表异形柱柱肢高, $x$ 、 $y$  代表加载向,S 代表应用考虑剪切效应纤维模型分析异形柱时的误差,其他代表考虑剪切效应纤维模型分析异形柱时的误差。

表 1 纤维模型分析等肢异形柱适用最小剪跨比

适用范围	肢高厚比	不考虑剪切纤维模型	考虑剪切纤维模型
L 形柱	5	—	2.50
	4	4.0	1.00
	3	4.0	1.00
	2	3.0	1.25

续表 1

适用范围	肢高厚比	不考虑剪切纤维模型	考虑剪切纤维模型
T 形柱	5	—	3.50
	4	—	2.50
	3	4.0	1.00
	2	3.0	1.25
十形柱	5	3.5	0.50
	4	3.0	0.50
	3	3.0	0.50
	2	2.5	0.50

注:“—”表示剪跨比 4 时仍不满足。

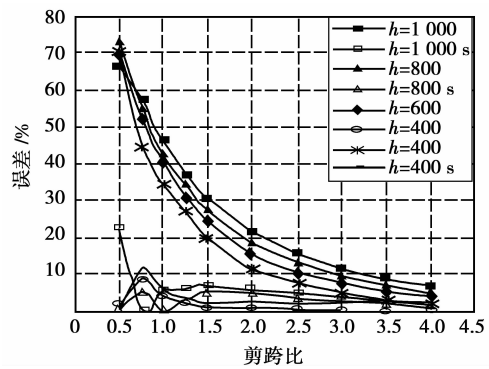


图 5 等肢 L 形柱纤维模型分析误差对比

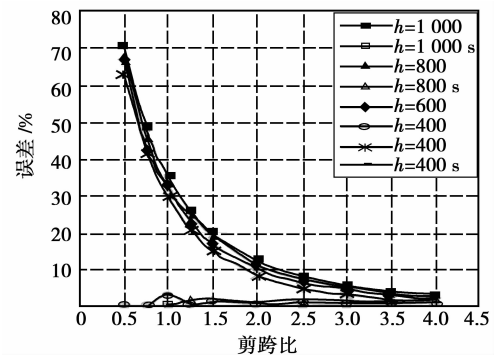


图 6 等肢十字形柱纤维模型分析误差对比

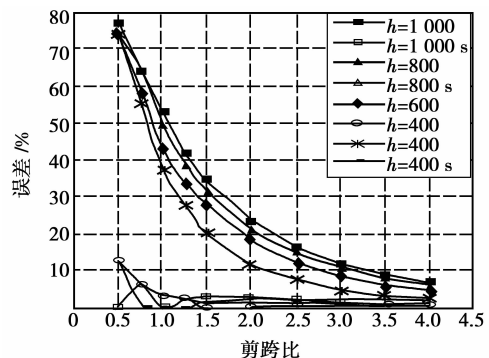


图 7 等肢 T 形柱纤维模型分析误差对比(x 向)

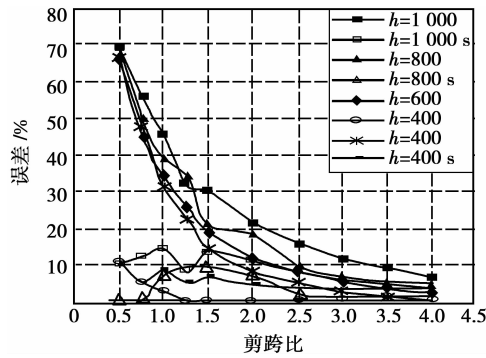


图 8 等肢 T 字形柱纤维模型分析误差对比(y 向)

## 5 结 论

1) 建立可以综合考虑压、弯、剪、扭 4 种效应的空间纤维模型梁柱单元。

2) 纤维模型分析异形柱, 剪跨比  $\lambda$  不变, 肢高厚比  $\eta$  逐渐减小时, 误差减小; 肢高厚比  $\eta$  不变, 剪跨比  $\lambda$  逐渐增大时, 误差减小。加入剪切效应影响后, 适用的剪跨比和肢高厚比取值范围明显增大, 基本满足工程需要, 证明纤维模型引入剪切效应理论是正确的。

3) 异形柱剪跨比  $\lambda = 0.5 \sim 4$ , 肢高厚比  $\eta = 5 \sim 2$  范围内, 适用考虑剪切效应纤维模

型杆单元分析适用范围见表 1, 截面的形式和肢高厚比对于截面分析法的精度有很大的影响, 双对称截面(十形)适用截面分析法效果较好; T 形截面整体对称性较差, 适用截面分析法范围较小; L 形适用范围介于上述 2 种类型的截面之间。

### 参考文献:

- [1] PACONE E, FILIPPOU F C, TAUCER F. Fiber beam-column model for nonlinear analysis of RC frames: formulation & application [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1996, 25(1): 711-742.
- [2] 杨溥, 唐剑, 陈名弟. 钢筋砼异形柱在不同加载方向的受力性能分析 [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2005, 28(8): 17-21.
- YANG PU, TANG JIAN, CHEN MING-DI. Analysis on seismic capacity for RC specially shaped columns in different horizontal direction [J]. Journal of Chongqing University; Natural Science Edition, 2005, 28(8): 17-21.
- [3] 陈滔, 黄宗明. 基于有限单元柔度法的钢筋混凝土空间框架非弹性地震反应分析 [J]. 建筑结构学报, 2004, 25(2): 79-84.
- CHEN TAO, HUANG ZONG-MING. Flexibility based finite element method for inelastic seismic response analysis of reinforced concrete space frames [J]. Journal of Building Structures, 2004, 25(2): 79-84.
- [4] 黄宗明, 陈滔. 基于有限单元柔度法和刚度法的非线性

梁柱单元比较研究 [J]. 工程力学, 2003, 20(5): 24-31.

HUANG ZONG-MING, CHEN TAO. Comparison between flexibility-based and stiffness-based nonlinear beam-column elements [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(5): 24-31.

- [5] 陈娟, 陈滔, 黄宗明. 钢筋混凝土 L 形柱分析时平截面假定的适用范围 [J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(1): 111-115.
- CHEN JUAN, CHEN TAO, HUANG ZONG-MING. Applicable range of plane-section assumption in analysis of L-shaped RC columns [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(1): 111-115.
- [6] 王文渊, 王森林, 李立华. 剪跨比对异形柱受力性能影响初探 [J]. 河北农业大学学报, 2001, 24(4): 79-82.
- WANG WEN-YUAN, WANG SEN-LIN, LI LI-HUA. The influence of shear-span ratio on the behavior of special-shaped columns [J]. Journal of Agricultural University of Hebei, 2001, 24(4): 79-82.
- [7] 胡晓斌, 黄宗明, 陈名弟. 钢筋混凝土异形柱平截面假定适用性初探 [J]. 重庆建筑大学学报, 2004, 26(3): 26-31.
- HU XIAO-BIN, HUANG ZONG-MING, CHEN MING-DI. Primary study of applicability of plane-section assumption of shaped RC columns [J]. Journal of Chongqing Architecture University, 2004, 26(3): 26-31.
- [8] 陈娟. 双向弯曲作用下钢筋混凝土 L 形柱的抗震性能研究 [D]. 重庆: 重庆大学硕士学位论文, 2005.
- [9] RANZO G, PETRANGELI M. A fiber beam element with section shear modeling for seismic analysis of RC structures [J]. Journal of Earthquake Engineering, 1998, 2(3): 443-473.
- [10] PETRANGELI M, PINTO P E, CIAMPI V. Fiber element for cyclic bending and shear of RC structures: I theory [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125(9): 994-1001.
- [11] CERSEA P, PETRINI L, PINHO R. Flexure-shear fiber beam-column elements for modeling frame structures under seismic loading-state of the art [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2007, 11(1): 46-88.
- [12] WANG B, XUE G Y, ZHAO H T. Analysis of flange effect on shear bearing capacity of special shaped columns [J]. Journal of Architecture, 2006, 27(2): 283-285.
- [13] EIMANDOORH G K, GHOBARAH A. Flexural and shear hysteretic behaviour of reinforced concrete columns with variable axial load [J]. Engineering Structures, 2003, 25(11): 1353-1367.
- [14] WARNER R F. Biaxial moment-rotation-curvature relations [J]. Journal of Structural Division (ASCE), 1969, 95(5): 923-940.
- [15] 中华人民共和国行业标准. JGJ 149-2006 混凝土异形柱结构技术规程 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.

(编辑 赵 静)