

文章编号:1000-582X(2009)07-0823-06

# 复杂开采沉陷分层传递预测模型

任松<sup>1,2</sup>,姜德义<sup>1</sup>,杨春和<sup>1,2</sup>

(1. 重庆大学 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室,重庆 400030;  
2. 中国科学院武汉岩土力学研究所,湖北 武汉 430071)

**摘要:**在盐岩水溶开采沉陷新概率积分三维预测模型的基础上,对开采沉陷上覆岩层的传递规律进行研究,提出开采沉陷分层传递预测模型,该模型可以考虑不同岩层岩性对开采沉陷的影响,能够有效提高非规则采空区开采沉陷的预测精度。同时针对分层传递模型中不规则三重积分难以获得解析解的情况,给出模型的离散数值解法,可以方便的通过数值计算对开采沉陷进行预测,最后应用叠加原理给出多溶腔开采沉陷预测模型。实例证实传递预测模型较传统预测方法具有更高的预测精度。并成功应用于金坛盐矿战略油气储库地表沉陷预测。

**关键词:**采矿;地表沉陷;新概率积分;传递模型

中图分类号:TD824

文献标志码:A

## Stratification transfer model for predicting complex mining subsidence

REN Song<sup>1,2</sup>, JIANG De-yi<sup>1</sup>, YANG Chun-he<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of China Southwest Resource Exfcoitation and Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China;  
2. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Science, Wuhan 430071, P. R. China)

**Abstract:** Based on the new probability integral 3D model for forecasting the solution mining subsidence, the transfer rule of superincumbent strata in mining subsidence is studied and a prediction model of stratification transfer for mining subsidence is developed. The model can take into account of the impacts of features of different rock strata on mining subsidence and improve prediction precision of irregular goaf. Based on the situation that it's hard to get the analytical solution of the model with triple integral, the numerical algorithm of the model is supplied. With the superposition principle theory, a prediction model of multi-cavern mining subsidence is developed. With the application in ground subsidence prediction of oil-gas storage in Jintan, it proves that the transfer prediction model holds higher precision than those of traditional models.

**Key words:** mining; subsidence; new probability integral; transfer model

在随机介质概率积分模型及推导过程中有这样假设:随机介质颗粒尺寸一致;整个上覆岩层的下沉系数由一个地表下沉系数来表示。然而,如果将上覆岩层看成一个整体,实际情况与此有较大的差

别。很显然,上覆岩层破坏后的颗粒大小并不一致,而与岩层的性质有很大的关系,具有较强的分层特性<sup>[2-6]</sup>。

因此,当移出一个颗粒时,由于颗粒尺寸不一,

收稿日期:2009-03-03

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973计划)资助项目(2009CBT24606);国家自然科学基金资助项目(50674108);

国家创新研究群体基金资助(50621403)

作者简介:任松(1975-),男,重庆大学副教授,博士,主要从事岩土工程力学方向的研究,(E-mail)rs\_rwx@tom.com。

欢迎访问重庆大学期刊社 <http://qks.cqu.edu.cn>

其上面的颗粒不能马上补充移出的颗粒所产生的空穴,从而控制了其上覆岩层的沉降。只有当开采空间相对于岩土体破碎和断裂后尺寸足够大时,才能充分符合象砂箱模型那样的沉陷过程<sup>[7-9]</sup>。上述分析说明,在采空区范围足够大的情况下(充分采动时),上覆岩层的下沉是充分的,概率积分法预计精度可以达到很高。而在采空区范围较小的情况下,由于某些硬或较硬岩层的作用,阻止了空穴的传递,从而导致概率积分法预计值总是大于实测值的缺陷<sup>[10-13]</sup>。

总之,没有考虑岩土体的层状结构、没有考虑不同岩土体的破碎和断裂尺寸是导致概率积分法下沉预计缺陷的根源。因此,有必要考虑不同岩土体的离散尺寸大小,来对概率积分模型进行适当的改进。

鉴于此,通过对上覆岩层变形传递规律的研究,提出了开采沉陷分层传递预测模型。

## 1 开采沉陷分层传递模型

将上覆岩层按岩性分成若干层,从采空区顶板直至地表从小到大依次编上序号。采动对第 1 层岩层的移动变形,可以这样考虑:将第 2 层至地表的岩层移走,用相应的荷载加在第 1 层岩层上,对于第 1 层岩层来说其变形和原模型是一致的。这样,在第 1 层岩层的上表面将产生下沉空间,其形状由第 1 层岩层的预测参数决定;然后再将第 2 层岩层还原,在第 2 层岩层上加上等效的荷载,那么由于第 1 层岩层的下沉空间,将导致第 2 层岩层产生相应的下沉空间 2。依此类推,直到地表(图 1)。采用开采沉陷新概率积分三维预测模型[1]对单层岩层下沉变形进行预测,可以得到下面的开采沉陷分层传递地表下沉预测公式

$$W_n(x, y) = q_n \iint_{V_n} \frac{h_n}{2(h_n - s_z)} \left( \frac{1}{r_{xn}^2} + \frac{1}{r_{yn}^2} \right) \exp \left\{ - \pi \frac{h_n}{(h_n - s_z)} \left[ \frac{(x - s_x)^2}{r_{xn}^2} + \frac{(y - s_y)^2}{r_{yn}^2} \right] \right\} ds_x ds_y ds_z. \quad (1)$$

$n=1$  时,  $V_n$  取溶腔的参数,  $r_{xn}$ 、 $r_{yn}$ 、 $q_n$  取第 1 层岩层的参数。

$n>1$  时,  $V_n = W_{n-1}(x, y)$ ,  $r_{xn}$ 、 $r_{yn}$ 、 $q_n$  取第  $n$  层岩层的参数。

式(1)中:  $r_{xn}$ 、 $r_{yn}$  分别为第  $n$  层岩层  $x$  和  $y$  方向的地表影响半径;  $q_n$  为第  $n$  层岩层的下沉系数。

$r_{xn}$ 、 $r_{yn}$ 、 $q_n$  分别采用下式进行计算<sup>[14]</sup>

欢迎访问重庆大学期刊社 <http://qks.cqu.edu.cn>

$$r_{xn} = \sqrt{\frac{h_n^2 \pi \sigma_{x\max}}{6 \sum_{i=n}^N \gamma_i h_i}}, r_{yn} = \sqrt{\frac{h_n^2 \pi \sigma_{y\max}}{6 \sum_{i=n}^N \gamma_i h_i}},$$

$$q_n = 0.991 - 0.238 \frac{E_n}{3600} - 0.224 \frac{\rho_n h_n}{100 \times 3600},$$

式中:  $N$  为上覆岩层数;  $\gamma_i$  为第  $i$  层岩层的容重;  $h_i$  为第  $i$  层岩层的有效厚度;  $\sigma_{x\max}$ 、 $\sigma_{y\max}$  分别为第  $n$  层岩层  $x$ 、 $y$  方向的岩石强度;  $E_n$  为第  $n$  层岩体变形模量;  $\rho_n$  为第  $n$  层岩体的容重。

式(1)即为水溶开采沉陷基于新概率积分的三维分层传递地表下沉预测公式。

然后基于倒数第 2 层岩层产生的下沉空间,应用以下公式计算地表水平、倾斜等变形值。

地表点  $A(x, y)$  延地表任意方向  $\varphi$  的倾斜计算公式

$$i(x, y, \varphi) = \frac{\partial W(x, y)}{\partial x} \cos \varphi + \frac{\partial W(x, y)}{\partial y} \sin \varphi. \quad (2)$$

地表点  $A(x, y)$  延地表任意方向  $\varphi$  的曲率计算公式

$$K(x, y, \varphi) = \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} \cos^2 \varphi + \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x \partial y} \sin 2\varphi + \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2} \sin^2 \varphi. \quad (3)$$

地表点  $A(x, y)$  延地表任意方向  $\varphi$  的水平移动计算公式

$$U(x, y, \varphi) = \frac{(b_x + b_y)(r_x + r_y)}{4} \times \left[ \frac{\partial W(x, y)}{\partial x} \cos \varphi + \frac{\partial W(x, y)}{\partial y} \sin \varphi \right], \quad (4)$$

式中:  $b_x$ 、 $b_y$  为  $x$  和  $y$  方向的水平移动系数。

地表点  $A(x, y)$  延地表任意方向  $\varphi$  的水平变形计算公式

$$\xi(x, y, \varphi) = \frac{(b_x + b_y)(r_x + r_y)}{4} \left[ \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} \cos^2 \varphi + \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x \partial y} \sin 2\varphi + \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2} \sin^2 \varphi \right]. \quad (5)$$

式(1)~(5)即为开采沉陷分层传递预测模型。

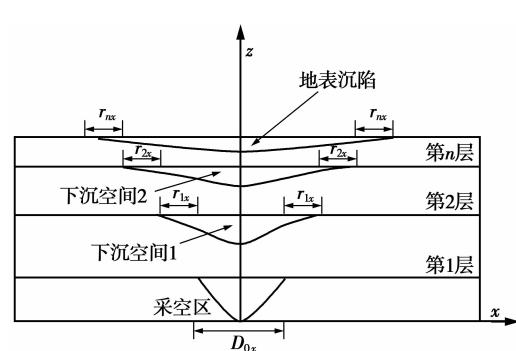


图 1 分层传递模型

## 2 预测模型数值解法

如果  $V$  形状复杂, 那么预测模型中的多重积分一般都不可积。因此, 必须采用数值解法。对于积分空间  $V$ , 可以将其离散为若干小的长方体(图 2), 积分空间可用若干相同的长方体来模拟。设长方体长、宽均为  $a$ , 高为  $b$ 。如果  $a, b$  足够小, 那么一定数

$$f_{i,j,k}(x,y) = \exp\left\{-\pi \frac{h}{\left(h + \left(k + \frac{1}{2}\right)b\right)} \left[ \frac{(x - (i + \frac{1}{2})a)^2}{r_x^2} + \frac{(y - (j + \frac{1}{2})a)^2}{r_y^2} \right] \right\},$$

那么开采沉陷分层传递预测模型可以离散化为式(6)~(10)。

地表下沉预测公式

$$W'_n(x,y) = \left(\frac{1}{r_{xn}^2} + \frac{1}{r_{yn}^2}\right) q_n a_n^2 b_n \sum_i \sum_j \sum_k \frac{h_n}{2[h_n + (k + \frac{1}{2})b_n]} f_{(i,j,k)n}(x,y). \quad (6)$$

地表倾斜计算公式

$$\begin{aligned} i'(x,y,\varphi) = & -\pi \left( \frac{1}{r_x^2} + \frac{1}{r_y^2} \right) q a^2 b \times \\ & \left\{ \cos\varphi \sum_i \sum_j \sum_k \left[ \left( \frac{h}{h + (k + \frac{1}{2})b} \right)^2 \frac{x - (i + \frac{1}{2})a}{r_x^2} f_{i,j,k}(x,y) \right] + \right. \\ & \left. \sin\varphi \sum_i \sum_j \sum_k \left[ \left( \frac{h}{h + (k + \frac{1}{2})b} \right)^2 \frac{y - (j + \frac{1}{2})a}{r_y^2} f_{i,j,k}(x,y) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

地表曲率计算公式

$$\begin{aligned} K'(x,y,\varphi) = & -\pi \left( \frac{1}{r_x^2} + \frac{1}{r_y^2} \right) q a^2 b \times \\ & \left\{ \cos^2\omega \sum_i \sum_j \sum_k \left[ \frac{h^2}{r_x^2 \left[ h + (k + \frac{1}{2})b \right]^2} \left( 1 - 2\pi \frac{h \left[ x - (i + \frac{1}{2})a \right]^2}{\left[ h + (k + \frac{1}{2})b \right] r_x^2} \right) f_{i,j,k}(x,y) \right] - \right. \\ & \left. \pi \sin^2\varphi \sum_i \sum_j \sum_k \frac{2h^3 \left[ x - (i + \frac{1}{2})a \right] \left[ y - (j + \frac{1}{2})a \right]}{\left[ h + (k + \frac{1}{2})b \right]^3 r_x^2 r_y^2} f_{i,j,k}(x,y) + \right. \\ & \left. \sin^2\varphi \sum_i \sum_j \sum_k \left[ \frac{h^2}{r_y^2 \left[ h + (k + \frac{1}{2})b \right]^2} \left( 1 - 2\pi \frac{h \left[ y - (j + \frac{1}{2})a \right]^2}{\left[ h + (k + \frac{1}{2})b \right] r_y^2} \right) f_{i,j,k}(x,y) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

地表水平移动计算公式

$$U'(x,y,\varphi) = \frac{(b_x + b_y)(r_x + r_y)}{4} i'(x,y,\varphi). \quad (9)$$

地表水平变形计算公式

$$\xi(x,y,\varphi) = \frac{(b_x + b_y)(r_x + r_y)}{4} K'(x,y,\varphi). \quad (10)$$

式(6)~(10)中:  $i, j, k$  为整数, 满足于点  $\left[(i + \frac{1}{2})a, (j + \frac{1}{2})a, (k + \frac{1}{2})b\right]$  在积分空间

量的长方体将趋近于真实的积分域(采空区), 这时可用长方体的形心质点坐标来替代长方体<sup>[15]</sup>。

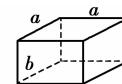


图 2 积分区域离散

令

$V$  内。

$V$  内。

## 3 多溶腔开采沉陷分层传递预测模型

当多个溶腔分布较近时, 对地表造成的变形将相互影响, 导致严重的沉陷问题。因此, 必须对多溶腔情况下的开采沉陷进行预测。

数值模拟和模型试验证明了在这种情况下可以采用叠加的方法来进行处理。因此, 多溶腔开采沉

陷分层传递预测模型如下

$$W_n(x, y) = \sum_i^n W'(x - l_{ix}, y - l_{iy}), \quad (11)$$

$$i_n(x, y, \varphi) = \sum_i^n i'(x - l_{ix}, y - l_{iy}, \varphi), \quad (12)$$

$$K_n(x, y, \varphi) = \sum_i^n K'(x - l_{ix}, y - l_{iy}, \varphi), \quad (13)$$

$$U_n(x, y, \varphi) = \sum_i^n U'(x - l_{ix}, y - l_{iy}, \varphi), \quad (14)$$

$$\xi_n(x, y, \varphi) = \sum_i^n \xi'(x - l_{ix}, y - l_{iy}, \varphi), \quad (15)$$

式中:  $l_{ix}$ 、 $l_{iy}$  分别表示第  $i$  个溶腔中点坐标距原点的距离。

对于多个近距离溶腔开采后形成的采空区, 可能相互连通、也可能相互独立, 由积分空间  $V$  进行控制, 对于这两种情况, 模型均适用。

#### 4 计算例证

在 VC6.0 平台上, 应用分层传递的离散化模型, 开发了相应的地表沉陷预测软件, 对某盐矿开采沉陷进行了预测。

盐矿溶腔形状为倒圆台, 上底面半径  $R = 90$  m, 岩盐层高度为  $m = 15$  m,  $45^\circ$  溶蚀角, 则下底面半径  $r = 75$  m(图 3)。上覆岩层参数见表 1。

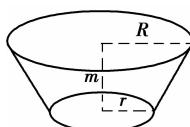
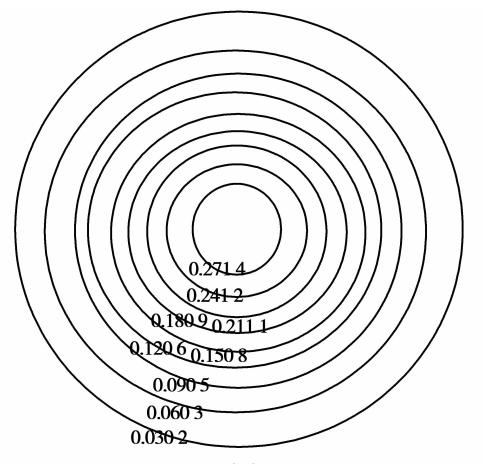


图 3 溶腔形状

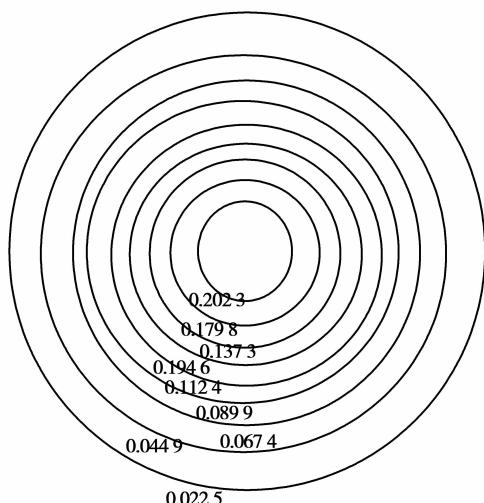
表 1 计算模型所用的岩石物理力学参数

层号	弹性模量/MPa		重度/(kN·m⁻³)		单轴抗拉强度/ MPa		厚度 $h_i/m$
	$x$ 方向	$y$ 方向	$x$ 方向	$y$ 方向	$x$ 方向	$y$ 方向	
1	5 800	5 000	0.027 2		11.30	8.30	46
2	7 000	6 500	0.026 7		9.03	8.03	151
3	5 600	5 100	0.027 3		10.80	9.80	121
4	7 730	6 030	0.027 0		8.80	6.80	167
5	20	20	0.018 0		0.02	0.02	40

使用传递模型和非传递模型的计算结果见图 4(单位, m), (a) 图是传递模型计算后的地表下沉值等值线图, (b) 图是非传递模型计算后的地表下沉值等值线图。



(a)



(b)

图 4 2 种预测模型的比较

计算结果表明传递模型的计算值与实测值更接近。分层传递预测模型能充分考虑不同岩层的力学特性, 可有效修正非充分开采条件下将整个上覆岩层看成一个整体所带来的预测误差。

#### 5 金坛盐矿战略油气储库地表沉陷预测

应用分层传递预测模型对金坛盐矿战略油气储库地表沉陷进行了预测。金坛盐矿战略油气储库东 1、东 2、岗 1 和岗 2 四井间距较小, 大家互相影响, 应用分层传递预测模型和传统预测方法分别对 4 个溶腔最终可能导致的地表沉陷进行预测。以点(40 445 239, 3 523 506)为地表中心坐标点, 则四井的中心坐标分别为: 岗 1(-92.73, -15.91); 岗 2(-4.99, -72.95); 东 2(93.49, -24.19); 东 1(24.03, 73.6)。四口井的平面分布图见图 5, 基本数据见表 2。

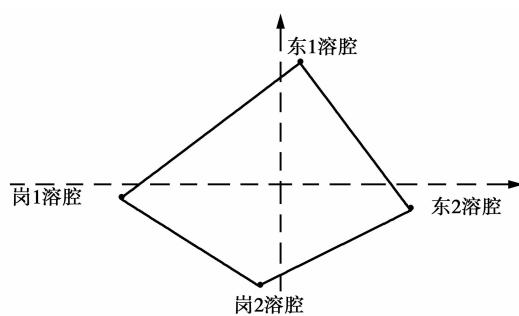


图 5 四口腔体平面位置图

表 2 东 1、东 2、岗 1、岗 2 腔体基本数据表

井号	x 坐标/m	y 坐标/m	海拔 /m	腔体 容积 × $10^4 /m^3$	盐层厚 度/m
东 1 腔体	40 445	263.30	3 523	579.60	3.51
东 2 腔体	40 445	332.49	3 523	481.81	3.44
岗 1 腔体	40 445	146.27	3 523	490.09	3.90
岗 2 腔体	40 445	234.01	3 523	433.05	4.16

采用声纳测试, 得到各井简化剖面图分别见图 6。溶腔腔体分别为各剖面图绕中心轴旋转 360°得到。

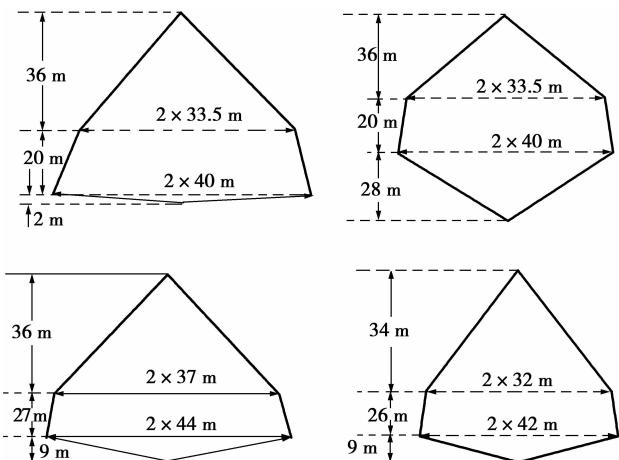


图 6 四井简化剖面图

油气储库上覆岩层参数见表 3。

表 3 油气储库上覆岩层参数

层号	弹性模量 /MPa	容重 (MN · m <sup>-3</sup> )	抗拉强度 /MPa	厚度 $z_i /m$
1	2 520	0.022 4	0.50	400
2	3 510	0.026 7	4.03	170
3	3 815	0.027 3	5.80	140
4	3 125	0.027 0	4.80	190
5	20	0.018 0	0.02	40

将表 3 的岩层参数输入计算软件, 可得到每层岩层预测参数(表 4)。

表 4 各岩层的预测参数

层号	影响半径/m	下沉系数
1	65.162	0.723
2	116.721	0.740
3	127.500	0.722
4	126.294	0.744
5	4.822	0.988

最上一层岩层的地表移动系数:  $b_x = b_y = 0.349$ 。

图 7 是分层传递预测方法进行计算后的地表下沉等值线图, 最大地表下沉值为 6.791 m。

图 8 是分层传递预测方法进行计算后的地表 45°方向水平位移等值线图, 地表最大水平位移值为 2.473 m。

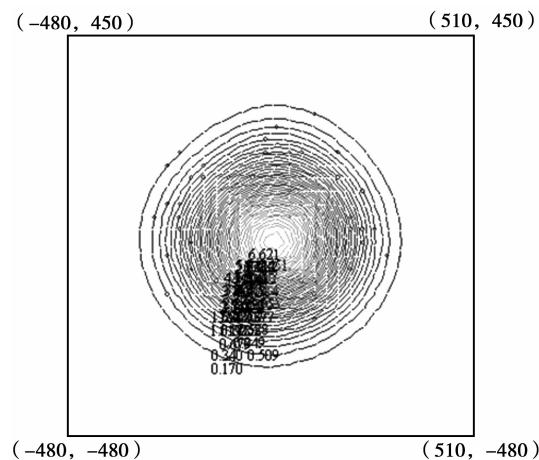


图 7 地表下沉等值线图

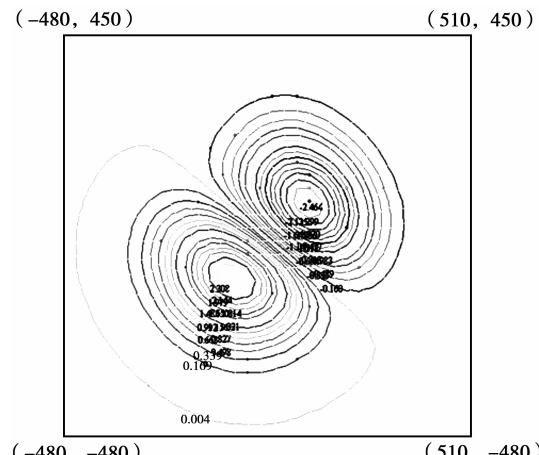


图 8 地表 45° 方向水平位移等值线图

预测结果可见4溶腔破坏失稳将会导致十分严重的地表沉陷问题,整个地表变形波及范围东西长990 m,南北宽930 m。

## 6 结 论

在盐岩水溶开采沉陷新概率积分三维预测模型的基础上,对开采沉陷上覆岩层的传递规律进行研究,提出了开采沉陷分层传递预测模型,并成功应用于金坛盐矿战略油气储库地表沉陷预测,得到了以下一些结论。

1)分层传递预测模型能充分考虑不同岩层的力学特性;

2)分层传递预测模型良好的反映了上覆岩层各向异性对地表变形的影响;

3)分层传递预测模型较传统预测方法具有更高的预测精度;

4)金坛盐矿4溶腔破坏失稳将会导致十分严重的地表沉陷问题,地表最大下沉值将达6.791 m,地表45°方向最大水平位移值将达2.473 m,整个地表变形波及范围东西长990 m,南北宽930 m。

## 参考文献:

- [1]任松,姜德义,杨春和.盐岩水溶开采沉陷新概率积分三维预测模型研究[J].岩土力学,2007,28(1):133-138.  
REN SONG, JIANG DE-YI, YANG CHUN-HE. Study on the new probability integral 3D model for forecasting the solution mining subsidence [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(1): 133-138.
- [2]高大钊.岩土工程的回顾与前瞻[M].北京:人民交通出版社出版,2001.
- [3]TORANO J, RODRIGUEZ R. Probabilistic analysis of subsidence-induced strains at the surface above steep seam mining [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37 (7): 1161-1167.
- [4]SINGH R P, YADAV R N. Prediction of subsidence due to coal mining in Taniganj coalfield [J]. Engineering Geology, 1995, 39(1):103-111.
- [5]REDDISH D J, YAO X L, BENIA A, et al. Modelling of caving over the Lingan and Phallen mines in the Sidney Coalfield Cape Breton[C]// Proceedings of 5th International Mine Water Congress, January, 1994, Nottingham, UK. [S. l.]: IEEE, 1994:105-124.
- [6]TRIPATHI N, SINGH R S, SINGH J S. Impact of post-mining subsidence on nitrogen transformation in southern tropical dry deciduous forest, India [J]. Environmental Research, 2009, 109(3): 258-266.
- [7]DONNELLY L J. A review of international cases of fault reactivation during mining subsidence and fluid abstraction [J]. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 2009, 42: 73-94.
- [8]BAEK J, KIM S W, PARK H J, et al. Analysis of ground subsidence in coal mining area using SAR interferometry [J]. Geo-sciences Journal, 2008, 12 (3): 277-284.
- [9]SINGH R, MANDAL P K, SINGH A K, et al. Optimal underground extraction of coal at shallow cover beneath surface subsurface objects: Indian practices [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2008, 41(3): 421-444.
- [10]SINGH R, MANDAL P K, SINGH A K, et al. Upshot of strata movement during underground mining of a thick coal seam below hilly terrain [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, 45(1): 29-46.
- [11]吴侃,靳建明,戴仔强.概率积分法预计下沉量的改进[J].辽宁工程技术大学学报,2003,22(1):19-22.  
WU KAN, JING JIAN-MING, DAI ZI-QIANG. Improvement on probability integral method prediction come down quantity [J]. Journal of Liaoning Technical University, 2003, 22(1): 19-22.
- [12]BOOTH C J. Confined-unconfined changes above long-wall coal mining due to increases in fracture porosity [J]. Environmental & Engineering Geo-science, 2007, 13(4): 355-367.
- [13]刘立民,刘汉龙,连传杰,等.半解析方法用于房柱式开采沉陷的三维计算[J].煤炭学报,2005,27(5):462-467.  
LIU LI-MING, LIU HAN-LONG, LIAN CHUAN-JIE, et al. A semi-analytic method used in three-dimensional subsidence calculation of room and pillar mining [J]. Journal of China Coal Society, 2005, 27 (5):462-467.
- [14]邹友峰.地表下沉系数计算方法研究[J].岩土工程学报,1997,19(3):109-112.  
ZOU YOU-FENG. Study on the calculating method of subsidence coefficient [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19(3):109-112.
- [15]罗汉,曹定华.多元微积分与代数[M].北京:科学出版社,1999.

(编辑 赵 静)