

文章编号:1000-582X(2010)03-024-06

钢制平面蜗轮传动弹流润滑分析

邱昕洋,张光辉,秦大同

(重庆大学机械传动国家重点实验室,重庆 400044)

摘要:在弹性流体动压润滑理论和平面蜗轮传动啮合特点研究基础上,提出了该传动的弹性流体动压润滑模型。计算了整个接触区内的最小弹流膜厚,分析了该传动的弹流润滑状态,揭示了最小膜厚的分布规律;蜗杆啮入端的润滑状况优于啮出端,蜗杆齿顶的润滑状况优于齿根。分析了工况参数和优化变量对该传动润滑性能的影响情况,结果表明:改善平面蜗轮传动润滑性能较为有效的方法是优化压力角和增大蜗杆分度圆直径。

关键词:平面蜗轮传动;钢蜗轮;弹流润滑;膜厚分布

中图分类号: TH132.4, TH117.2

文献标志码: A

Analysis of elastohydrodynamic lubrication of steel planar wormgear drive

QIU Xin-yang, ZHANG Guang-hui, QIN Da-tong

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Based on study of elastohydrodynamic lubrication (EHD) and meshing theory of planar worm gear drive, EHD model for the drive is proposed. Minimum film thickness on the whole contact area is calculated. EHD status for the drive is analyzed. The distributions of film thickness show that, EHD status during entry engagement is better than that during exit engagement, and EHD status of worm addendum area is better than that of dedendum area. Influencing factors such as work conditions and optimized parameters along with their effects were analyzed. Theoretical analysis suggests that the optimizing pressure angle and increasing worm pitch diameter have influence on improving lubricant performance of the planar worm gear drive.

Key words: planar worm gear drives; steel worm gears; elastohydrodynamic lubrication; film thickness and distribution

与铜蜗轮相比,钢蜗轮传动因其承载能力高、传动性能好、使用寿命长及节省贵金属铜等突出优点,引起了许多学者的广泛关注。文献[1-5]针对钢蜗轮传动的可行性、传动性能及润滑油添加剂等问题进行了研究。钢蜗轮传动采用钢制蜗杆配钢制蜗轮的材料组合,如何防止齿面胶合是能否实现钢蜗轮传动的关键。诚然,大部分呈点、线接触的高副传动,都处于混合润滑或边界润滑状态,很难形成完

全弹流润滑,但为了从理论上评价复杂曲面接触副润滑性能的好坏,仍然采用计算弹流膜厚的方法进行比较。Amarnath等采用Dowson-Higginson公式对直齿圆柱齿轮传动进行了润滑分析^[6];许立忠等根据Dowson-Higginson公式对超环面行星蜗杆传动进行了润滑状态研究^[7];张有忱等采用杨沛然-温诗铸公式,分别对平面二次包络环面蜗杆传动和圆弧圆柱蜗杆传动进行了膜厚计算^[8-9]。

收稿日期:2009-10-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50075089)

作者简介:邱昕洋(1980-),男,重庆大学博士研究生,主要从事精密机械传动及控制研究。

张光辉(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(E-mail)zhanggh2900@163.com。

变齿厚平面蜗轮传动是张光辉发明的一种侧隙可调式平面包络环面蜗杆传动^[10],与普通圆柱蜗杆传动相比,其在润滑性能方面的优势体现在:多齿啮合、负载相同的情况下每一啮合齿对承担的载荷较小,接触线沿齿高方向分布,润滑角大,诱导法曲率小、综合曲率半径大,蜗轮蜗杆都可以做成可磨削的硬齿面,表面光洁度和齿面硬度都高。

笔者针对钢制平面蜗轮传动,应用弹流润滑理论,研究润滑油膜在整个工作齿面上的分布情况,全面了解工况参数及优化变量对最小膜厚的影响情况,为开发钢蜗轮传动提供必要的理论依据。

1 弹流模型分析

1.1 线接触弹流理论模型

线接触弹流润滑问题是基于图 1 所示的简化模型进行分析的,图中所示为一个弹性圆柱面与一个刚性平面所构成的摩擦副。图中圆柱面的曲率半径为 R ,圆柱面与平面间的载荷为 W ,平面和圆柱面的表面切向速度分别为 u_1 和 u_2 。

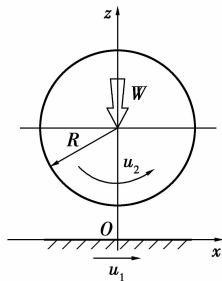


图 1 线接触弹流润滑理论模型

众所周知的 Dowson-Higginson 公式是基于上述模型分析得到的线接触弹流润滑的等温稳态解,适用于牛顿流体润滑、两个光滑表面作纯滚动或兼有较少滑动的场合^[11-12]。

杨沛然、温诗铸基于上述模型,考虑润滑油的粘压粘温效应,回归出线接触热弹流润滑膜的最小膜厚公式^[13],如式(1),该公式适用于钢-钢摩擦副、矿物油润滑,滑滚比介于 0 和 2 之间的工况。

$$H_{\min} = C \cdot C_U \cdot C_{WS} \cdot C_{RS} \cdot H_{\text{miso}}, \quad (1)$$

式中: C 为综合修正因子,一般取 1.1; C_U 为与速度相关的热修正因子,

$$C_U = (1 + 2.2 \times 10^4 U^{0.5})^{-1}; \quad (2)$$

C_{WS} 为与载荷和滑滚比相关的热修正因子,

$$C_{WS} = 1 - \frac{1.037 \times 10^4 W}{2 + 2.117 \times 10^4 W} \cdot S; \quad (3)$$

C_{RS} 为与曲率半径和滑滚比相关的热修正因子,

$$C_{RS} = e^{[-0.041S - 0.05(1+5R)(\ln R + 3)]}; \quad (4)$$

H_{miso} 为等温条件下的最小膜厚,

$$H_{\text{miso}} = 2.62U^{0.7125}G^{0.53}W^{-0.16}. \quad (5)$$

式(2)-(5)中的参数采用 Dowson 提出的无量纲参数表示: S 为滑滚比; U 为无量纲速度参数; W 为无量纲载荷参数; G 为无量纲材料参数; R 为综合曲率半径。

1.2 平面蜗轮传动啮合分析

平面蜗轮传动瞬时多齿啮合,每一啮合齿对上有一条且仅有一条直线接触线,诱导法曲率沿接触线方向递变,可将平面蜗轮传动某瞬时某啮合齿对上的啮合状态简化为一个平面与一个圆锥面接触,如图 2 所示。该模型中,两个接触表面间的滑滚比较大(一般接近于 2),在进行润滑性能分析时,滑动摩擦引起温度升高的影响不容忽视,必须考虑润滑油的粘温效应。

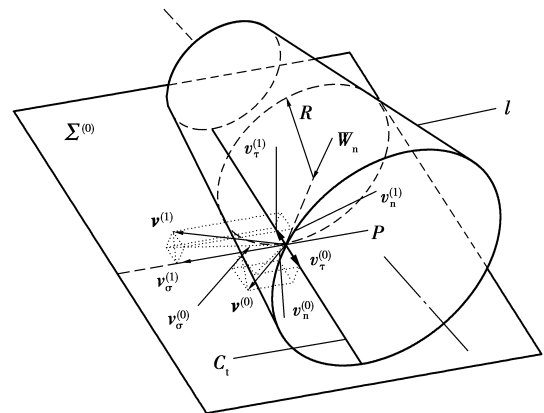


图 2 平面蜗轮传动某啮合齿对的啮合状态简图

图中: $\Sigma^{(0)}$ 为蜗轮齿面; l 为圆锥面(其法曲率与蜗杆齿面的诱导主曲率相同); C_t 为瞬时接触线; R 为接触点 P 处的诱导法曲率半径; W_n 为接触点 P 处的法向载荷; $v^{(1)}$ 为圆锥面 l 上 P 点处的速度矢量; $v^{(0)}$ 为 $\Sigma^{(0)}$ 上 P 点处的速度矢量; $v_n^{(0)}$ 、 $v_n^{(1)}$ 分别为 $v^{(0)}$ 、 $v^{(1)}$ 沿垂直于 $\Sigma^{(0)}$ 方向的投影; $v_t^{(0)}$ 、 $v_t^{(1)}$ 分别为 $v^{(0)}$ 、 $v^{(1)}$ 沿接触线切线方向的投影; $v_o^{(0)}$ 、 $v_o^{(1)}$ 分别为 $v^{(0)}$ 、 $v^{(1)}$ 沿接触线法线方向的投影。

1.3 平面蜗轮传动弹流模型的建立

线接触弹流润滑计算公式是在稳定状态下建立的,各个物理量不随时间而变化。平面蜗轮传动的啮合过程相当复杂,其接触几何、表面速度和载荷都随时间而变化。若考虑到轮齿的每个啮合循环所需的时间远远大于润滑油流经 Hertz 接触区的时间,对于蜗轮副的润滑计算就可以按照准稳定状态来处理。

任一瞬时、同一接触线上不同接触点处的诱导法曲率半径、表面速度和载荷不同。在进行润滑分析时,需要将接触线离散成接触点,并将任意接触点处的几何模型简化为一平面和一圆柱面接触。假设弹流膜厚与各物理量的变化率无关,接触线边缘无端泻。

在图 2 中,由齿轮啮合原理知: $v_n^{(0)} - v_n^{(1)} = 0$ 。 $v_n^{(0)}$ 、 $v_n^{(1)}$ 对润滑性能无影响。弹流润滑理论模型中沿接触线方向无速度分量,即不包括 $v_t^{(0)}$ 和 $v_t^{(1)}$,在建立平面蜗轮传动弹流润滑模型时,忽略速度分量 $v_t^{(0)}$ 、 $v_t^{(1)}$ 的影响。因此,平面蜗轮传动弹流模型中的速度为图 2 中的 $v_\sigma^{(0)}$ 、 $v_\sigma^{(1)}$ 。

经过上述分析和简化,建立平面蜗轮传动弹流模型如图 3 所示。

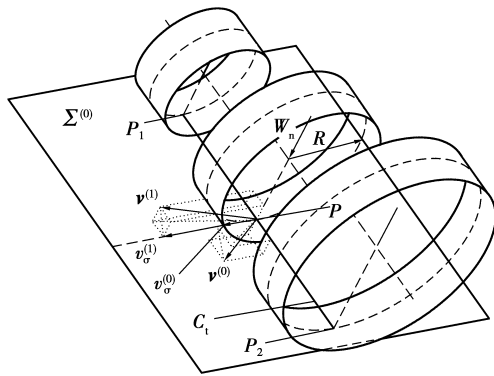


图 3 平面蜗轮传动弹流模型

图中: P_1 、 P_2 分别为瞬时接触线的两 endpoint; P 为接触线上任意点; W_n 为接触点 P 处的法向载荷。

应用平面蜗轮传动弹流润滑模型(如图 3 所示),就可以采用公式(1)求解平面蜗轮传动任一瞬时接触线上的任意点 P 处的最小膜厚。求解工作区域内全部接触点处的润滑膜厚,即可反映该传动整个工作齿面的润滑状态。

2 数据处理

应用公式(1)计算工作区域内任意接触点处的最小膜厚时,需要对如下参数进行处理。

2.1 参数的无量纲化

公式(1)–(5)中的参数,除 R (单位为 m)外,所有参数均无量纲,并且符合 Dowson 等人^[12]提出的无量纲参数组:

$$H = \frac{h}{R}, W = \frac{\tau w}{E'R},$$

$$U = \frac{\eta_0 u}{E'R}, G = \alpha E'$$

式中: α 为 Barus 粘压系数; G 为无量纲材料参数,选用钢-钢组合时 $G=5\ 000$; E' 为综合弹性模量,由公式 $\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)$ 确定, μ_1 、 E_1 和 μ_2 、 E_2 分别为蜗杆和蜗轮材料的泊松比和弹性模量。

2.2 有量纲最小膜厚

在蜗轮副啮合过程中,诱导法曲率随接触点位置的不同而不同,导致无量纲最小膜厚 H_{\min} 与有量纲最小膜厚 h_{\min} 的分布规律不同。润滑分析中,利用公式 $H_{\min} = \frac{h_{\min}}{R}$ 和公式(1)求解有量纲最小膜厚:

$$h_{\min} = R \cdot H_{\min}. \quad (6)$$

2.3 沿接触线法向的诱导法曲率半径

根据活动标架下的啮合理论公式^[14],沿接触线法线方向的诱导法曲率为

$$k_\sigma^{(01)} = \frac{(\omega_1^{(01)})^2 + (\omega_2^{(01)})^2}{\Psi}. \quad (7)$$

沿接触线法线方向的诱导法曲率半径为

$$R = \frac{1}{k_\sigma^{(01)}}. \quad (8)$$

2.4 卷吸速度和滑滚比

2.4.1 母平面速度矢量沿接触线法线方向的投影

母平面速度矢量在活动标架下的表达式为

$$\mathbf{v}^{(0)} = \omega^{(0)} (-Y_0 \mathbf{e}_1 + X_0 \sin \beta_1 \mathbf{e}_2 - X_0 \cos \beta_1 \mathbf{e}_3). \quad (9)$$

接触线的法向量为

$$\boldsymbol{\sigma} = (\nu_1^{(01)} k_1^{(0)} + \nu_2^{(01)} \tau_{g1}^{(0)} + \omega_2^{(01)}) \mathbf{e}_1 + (\nu_2^{(01)} k_2^{(0)} + \nu_1^{(01)} \tau_{g1}^{(0)} - \omega_1^{(01)}) \mathbf{e}_2. \quad (10)$$

母平面速度沿接触线法线方向的投影为

$$v_n^{(0)} = \frac{\mathbf{v}^{(0)} \cdot \boldsymbol{\sigma}}{|\boldsymbol{\sigma}|}. \quad (11)$$

2.4.2 蜗杆齿面速度矢量沿接触线法线方向的投影

设活动标架下蜗杆齿面速度为 $\mathbf{v}^{(1)}$,蜗杆齿面速度矢量沿接触线法线方向的投影

$$v_n^{(1)} = \frac{\mathbf{v}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\sigma}}{|\boldsymbol{\sigma}|}. \quad (12)$$

由式(11)、(12)得卷吸速度

$$u = \frac{v_n^{(0)} + v_n^{(1)}}{2}. \quad (13)$$

在化简式(13)过程中,保留 ω_1 项,则建立了卷吸速度与蜗杆输入转速 n_1 间的联系,进而便于考察 n_1 对蜗轮副润滑性能的影响情况。

$$\text{滑滚比: } S = 2 \times \frac{v_n^{(1)} - v_n^{(0)}}{v_n^{(0)} + v_n^{(1)}}. \quad (14)$$

2.5 载荷的处理

准确求解蜗轮副的齿面载荷是较困难的问题,

它涉及齿间载荷分配和齿向载荷分布 2 个方面的内容,受到蜗轮副材料、几何尺寸、制造精度、安装精度、润滑和磨损等多方面因素的影响。齿间载荷的分配主要决定于啮合齿对的综合刚度,文中对齿间载荷分配系数的求解是参照文献[15]中的简化方法进行的。笔者研究的对象是钢制平面蜗轮传动,蜗轮蜗杆的材料均采用表面硬化钢,齿面磨削,所以对齿向载荷分布作简化处理:认为载荷沿接触线均匀分布。

3 润滑性能分析

3.1 整个接触区润滑性能分析

对一组考虑了接触线分布、根切和变尖等因素的蜗杆副进行润滑性能分析,蜗杆副主要参数为:中心距 a 为 225 mm;蜗杆头数 z_1 为 1;蜗轮齿数 z_2 为 80;端面模数 m_t 为 5.063;压力角 α 为 22.5° ;母平面倾角 β_1, β_2 分别为 $2.60^\circ, 6.00^\circ$ 。进行润滑性能分析时,取蜗杆输入转速 $n_1 = 1\ 500\ \text{r/min}$,蜗轮输出转矩 $T_2 = 2\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$,所得结果如图 4、5 所示。

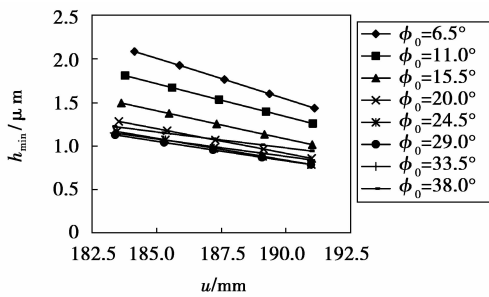


图 4 最小膜厚沿接触线方向的分布

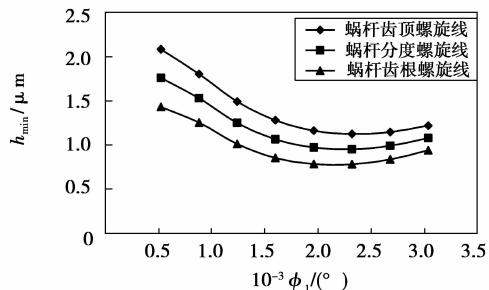


图 5 最小膜厚沿蜗杆螺旋面的分布

图 4、5 反映了最小膜厚在整个接触区内的分布情况。由图 4 可见:同一啮合齿对上,随着接触线方向参数 u 的增加,最小膜厚递减;啮入端(入口)润滑状况较好。由图 5 可见:蜗杆齿顶的润滑状况优于蜗杆齿根;从啮入端到蜗杆喉部,最小膜厚呈递减趋势;从蜗杆喉部到啮出端,最小膜厚先缓慢减小,后

缓慢增加。

3.2 蜗杆输入转速的影响

蜗轮副的几何参数见 3.1 节,蜗轮输出转矩 $T_2 = 2\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$,蜗杆输入转速在 $100 \sim 2\ 000\ \text{r/min}$ 内选取 10 个转速级别。在每一转速级别下,分别选取蜗杆齿顶螺旋线上最小膜厚的极小值和蜗杆齿根螺旋线上最小膜厚的极小值,绘制图如图 6 所示。

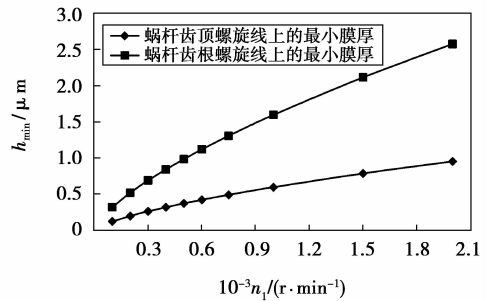


图 6 最小膜厚随蜗杆转速变化曲线

由图 6 可知:随着蜗杆转速的增加,整个接触区内最小膜厚呈递增趋势;且齿顶螺旋线上最小膜厚增加幅度大于齿根螺旋线。

3.3 蜗轮输出转矩的影响

蜗轮副的几何参数见 3.1 节,蜗杆输入转速 $n_1 = 1\ 500\ \text{r/min}$,蜗轮输出转矩 T_2 在 $500 \sim 8\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$ 内选取 10 个转矩级别。在每一转矩级别下,分别选取蜗杆齿顶螺旋线上最小膜厚的极小值和蜗杆齿根螺旋线上最小膜厚的极小值,绘制图如图 7 所示。

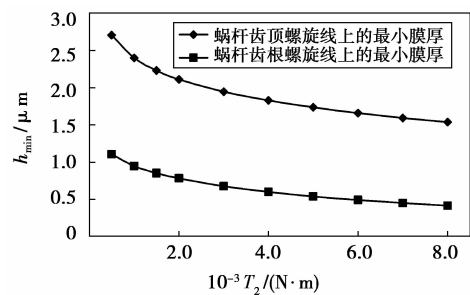


图 7 最小膜厚随蜗轮转矩变化曲线

由图 7 可知,随着蜗轮输出转矩的增加,整个工作区域内的最小膜厚呈递减趋势,表明载荷越大,膜厚越薄;且最小膜厚的减薄速度随着蜗轮转矩的增加呈放缓趋势。

3.4 母平面倾角的影响

选取工况参数 $n_1 = 1\ 500\ \text{r/min}, T_2 = 2\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$,蜗轮副的几何参数见 3.1 节,母平面倾角 β_1 在优化区域 $0.25^\circ \sim 8.00^\circ$ 内选取 6 个固定值。母平面倾角

对最小膜厚分布规律的影响如图 8 所示。

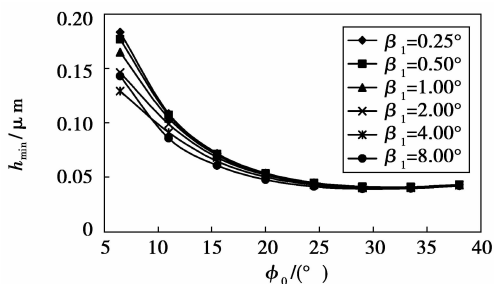


图 8 最小膜厚随母平面倾角变化曲线

由图 8 可知:在蜗轮副啮入端,母平面倾角对最小膜厚的影响较为明显,随着母平面倾角的增大,入口区同一考察点处最小膜厚先减小后增大;在蜗轮副啮出端,母平面倾角对最小膜厚的影响不大。

由于该传动入口区的弹流膜厚总大于出口区,改变母平面倾角对改善整体润滑性能来说作用不大,在进行摩擦学设计时,可以忽略母平面倾角的影响。

3.5 压力角的影响

选取工况参数 $n_1=1\ 500\ \text{r/min}$, $T_2=2\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$, 蜗轮副的几何参数见 3.1 节,压力角对最小膜厚的影响如图 9 所示。

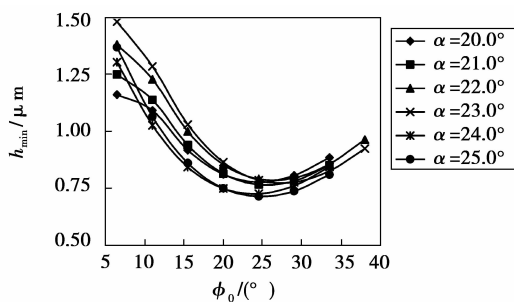


图 9 最小膜厚随压力角变化曲线

从图 9 可以看出,压力角在 $20.0^\circ\sim 23.0^\circ$ 变化时,靠近出口处最小膜厚的变化不明显,靠近入口处最小膜厚的变化较大;压力角为 24.0° 、 25.0° 时,靠近出口处最小膜厚有减薄的现象。在摩擦学设计中,压力角的影响值得关注。

3.6 蜗杆分度圆直径的影响

选取工况参数 $n_1=1\ 500\ \text{r/min}$, $T_2=2\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$, 蜗轮副的几何参数见 3.1 节,保证中心距和传动比不变,模数作相应的调整,蜗杆分度圆直径的影响如图 10 所示。

从图 10 可以看出,随着蜗杆分度圆直径的增

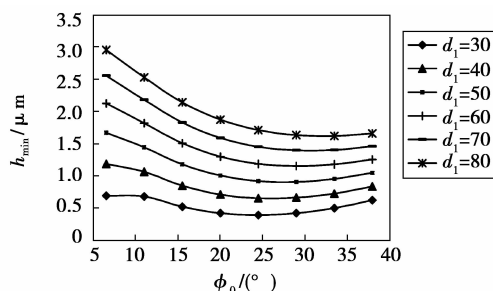


图 10 最小膜厚随蜗杆分度圆直径变化曲线

加,最小膜厚呈比例增长,润滑性能得到明显的改善。然而,增加蜗杆分度圆直径,会使传动效率降低。

在蜗杆输入转速不变的情况下,增大蜗杆分度圆直径,则蜗杆齿面线速度、卷吸速度增加,使得最小膜厚增厚,反映的是表面速度对润滑的影响情况;另一方面,表面速度、滑动速度增加,可能使摩擦发热加剧、磨损损失增加。所以选取蜗杆分度圆直径时,需要作综合考虑。

4 结 语

钢制平面蜗轮传动适用于对精度和载荷有双重要求的场合,其可展的蜗杆齿面及蜗轮齿平面均可进行磨削加工,有利于提高零件制造精度和蜗轮副的承载能力;变齿厚的平面蜗轮能够实现齿侧间隙的合理调整及磨损补偿。笔者针对该传动进行了润滑分析,建立了工况参数(转速和转矩)与最小膜厚间的联系,分析了工况参数(转速和转矩)、基本优化参数(母平面倾角、压力角和蜗杆喉部分度圆直径)对润滑性能的影响,总结出适用于摩擦学设计的优化变量。

1)应用热弹流最小膜厚公式,研究了变齿厚平面蜗轮传动整个接触区内最小膜厚的分布规律。结果表明:蜗杆齿顶的润滑状况较齿根为好;啮入端的润滑状况较好,易于形成润滑油膜。

2)随着蜗杆输入转速的增加,最小膜厚呈增加趋势,润滑性能得到改善。

3)随着蜗轮转矩的增加,最小膜厚呈减薄趋势,润滑状况不佳。

4)母平面倾角的变化,对改善蜗轮副整体润滑性能的作用不大。

5)压力角对润滑性能的影响较大,通过优化压力角可以实现改善润滑性能的目的。

6)随着蜗杆分度圆直径的增大,最小膜厚增加

显著。笔者认为主要原因在于随着分度圆直径的增加,蜗杆齿面线速度相应呈比例增加。因此,优化蜗杆分度圆直径时,要综合考虑其对传动效率、摩擦磨损等方面的影响。

参考文献:

- [1] SHI W, QIN D, HU M, et al. Investigation on thin coating for generally steel worm wheel [J]. VDI Berichte, 2005, 1904 (1): 55-63.
- [2] 何韶君,刘晓东. 用齿轮油润滑实现钢蜗杆副传动的试验研究[J]. 机械传动, 2007, 31(3):73-75.
HE SHAO-JUN, LIU XIAO-DONG. Study on lubrication of steel worm gearing by gear oil[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2007, 31(3):73-75.
- [3] XIA YAN-QIU, WANG SHI-JIE, HU JUN-HONG, et al. Tribology character of steel archimedes worm gear[C] //2005 World Tribology Congress III, Sep 12-16, 2005, Washington, D. C., United states. [S. l.]: American Society of Mechanical Engineers, 2005: 227-228.
- [4] 夏延秋,田世新,马先贵,等. 论钢-钢蜗轮传动的巨大潜力[J]. 润滑与密封, 1998(2):50-52.
XIA YAN-QIU, TIAN SHI-XIN, MA XIAN-GUI, et al. Tremendous potentiality of steel worm gear drive[J]. Lubrication Engineering, 1998(2):50-52.
- [5] SHARIF K J, EVANS H P, SNIDLE R W, et al. Simulation of wear in a worm gear under elastohydrodynamic conditions [C] // 2005 World Tribology Congress III, Sep 12-16, 2005, Washington, D. C., United states. [S. l.]: American Society of Mechanical Engineers, 2005: 255-256.
- [6] AMARNATH M, SUJATHA C, SWARNAMANI S. Experimental studies on the effects of reduction in gear tooth stiffness and lubricant film thickness in a spur geared system [J]. Tribology International, 2009, 42(2):344-345.
- [7] 许立忠,杨育林,黄真. 超环面行星蜗杆传动弹流润滑状态研究[J]. 机械工程学报, 2002, 38(9):114-116.
XU LI-ZHONG, YANG YU-LIN, HUANG ZHEN. EHD condition for toroidal drive[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9):114-116.
- [8] 张有忱,孟惠荣,张立仁. 蜗杆传动的弹流润滑研究[J]. 机械设计, 1999(10):24-25.
ZHANG YOU-CHEN, MENG HUI-RONG, ZHANG LI-REN. Research on EHL of wormgear drive [J]. Machine Design, 1999(10):24-25.
- [9] 张有忱,康凯,张立仁. 圆弧圆柱蜗杆传动弹流润滑分析[J]. 北京化工大学学报, 2001, 28(2):52-55.
ZHANG YOU-CHEN, KANG KAI, ZHANG LI-REN. Analysis of the elastohydrodynamic lubrication(EHL) of arc cylindrical worm drive [J]. Journal of Beijing University of Chemical Technology, 2001, 28(2): 52-55.
- [10] 张光辉. 侧隙可调式平面包络环面蜗杆传动: 中国, 99117383. X[P]. 2003-04-16.
- [11] 温诗铸,黄平. 摩擦学原理[M]. 3版. 北京:清华大学出版社, 2008.
- [12] DOWSON D, HIGGINSON G R. Elastohydrodynamic Lubrication[M]. London: Pergamon Press, 1977.
- [13] 杨沛然,温诗铸. 线接触热弹流润滑膜的最小膜厚公式[J]. 青岛建筑工程学院学报, 1991, 12(3):1-8.
YANG PEI-RAN, WEN SHI-ZHU. A new minimum film thickness formula of TEHL line contacts [J]. Journal of Qingdao Technological University, 1991, 12(3):1-8.
- [14] 张光辉,王朝晋. 活动标架的应用及对 Baxter 诱导法曲率公式的改进[J]. 重庆大学学报:1983(2):1-12.
ZHANG GUANG-HUI, WANG CHAO-JIN. The application of the live-coordinates frame and improvement of the Baxter's formula of the inductive normal curvature[J]. Journal of Chongqing University, 1983(2):1-12.
- [15] 余红华,张光辉. 平面二次包络环面蜗杆传动齿间载荷分配的简化计算[J]. 机械科学与技术, 2002, 21(6):921-922.
YU HONG-HUA, ZHANG GUANG-HUI. Brief calculation of load distribution among teeth of the plane double enveloping hourglass worm gearing [J]. Mechanical Science and Technology, 2002, 21(6): 921-922.
- [16] KOO Y P. Transient EHL analysis on spur gear teeth with consideration of gear kinematics [J]. KSME International Journal, 2004, 18(8):1319-1326.

(编辑 张 莘)