

文章编号:1000-582X(2010)04-031-06

# 组合粒子群优化和分布估计的多目标优化算法

罗辞勇, 卢 斌, 陈民铀, 张聪誉

(重庆大学 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘 要:**提出组合粒子群优化和分布估计的多目标优化算法。在寻优迭代过程中,一半的后代由粒子群算法产生,带有变异操作的粒子群优化算法具有全局搜索能力;另一半后代采用分布估计算法来产生,分布估计算法具有良好的学习和局部搜索能力,由其提取决策空间的信息并建立期望解的概率分布模型,对这个分布模型进行采样而产生下一代的解。与多种多目标优化算法的比较实验表明,组合算法在基准函数 ZDT1~ZDT3, ZDT6 和 ZDT6-1 上获得的 Pareto 解集具有较好的收敛性与多样性,在 ZDT4 实例上的性能适中。

**关键词:**多目标优化;粒子群优化;分布估计算法;训练

中图分类号:TP182

文献标志码:A

## Hybrid multiobjective particle swarm optimization and estimation of distribution algorithm

LUO Ci-yong, LU Bin, CHEN Min-you, ZHANG Cong-yu

(State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** Multiobjective Particle Swarm Optimization & Estimation of Distribution Algorithm (MOPSO&EDA) is presented for solving multiobjective problem. During the process of optimization, half of offspring solutions are updated by the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm with mutation which has the ability of global search. Another half of offspring solutions are created by the Estimation of Distribution Algorithm (EDA) which has better ability of learning and local research. EDA explicitly extracts globally statistical information from the selected solutions and builds a posterior probability distribution model of promising solutions based on the extracted information. Compared with some other multiobjective algorithms, the Pareto Sets obtained by MOPSO&EDA have good convergence and diversity performance on ZDT1~ZDT3, ZDT6, ZDT6-1 instances, and the performance metrics of convergence and diversity on ZDT4 are moderate.

**Key words:** multiobjective optimization; particle swarm optimization; estimation of distribution algorithm; training

收稿日期:2009-12-19

基金项目:国家“111”计划资助项目(B08036);国家高技术发展(863 计划)资助项目(2006AA02Z4B7);重庆市自然科学基金资助项目(CSTC2008BB6163)

作者简介:罗辞勇(1973-),男,重庆大学副教授,从事智能控制理论及应用、阻抗成像的研究,  
(E-mail)luociyong@cqu.edu.cn。

在科学工程领域存在大量的多目标优化问题 (Multi-objective Optimization Problem, MOP)。多目标优化问题的解并非唯一,而是存在一个最优解集合,集合中元素称为 Pareto 最优解或非劣最优解<sup>[1]</sup>。自从 Schaffer 的开创性工作<sup>[2]</sup>,已经形成了多种多目标优化进化算法 (Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm, MOEA)。当前 MOEA 主要是以模拟生物进化或其它特性,比如多目标遗传算法直接采用交叉和变异、选择等操作,多目标粒子群优化算法模拟鸟群或鱼群的觅食的特性,其他的还有蚁群算法<sup>[3-5]</sup>等。

针对 MOPSO (Multiobjective Particle Swarm Optimiztaim),文献[6]指出 MOPSO 具有收敛早熟的特性,为避免收敛早熟需引入各种变异操作,但也会带来不稳定性。为了提高 MOPSO 的多样性, Li 引入了 NSGA-II 的非支配排序思想<sup>[7]</sup>,文献[4]采用超矩形网格,文献[8]引入最近邻的概念。但这些算法对最终解的多样性的改进能力是有限的。

2002 年, Larranga 和 Lozano 提出了一种新的进化算法:基于数学建模的分布估计算法 (Estimation of Distribution Algorithm, EDA)<sup>[9]</sup>。在 EDA 中没有交叉和变异,它从历史解中提取决策空间的信息并建立期望解的概率分布模型,对这个分布模型进行采样而产生下一代的解。文献[10-11]开始利用 EDA 来求解多目标优化问题。2008 年, Qingfu Zhang 和 Aimin Zhou 等提出了基于规则模型的多目标分布估计算法 (Regularity Model-Based Multiobjective Estimation of Distribution Algorithm, RM-MEDA)。该算法与 NSGA-II-PCX 及 GDE3 相比在多样性上显示了其卓越的性能<sup>[12]</sup>。

近年来,混合算法已经被提出用于提高多目标优化的搜索效率和性能<sup>[13]</sup>。文献[14]指出单一种类的多目标优化算法很难有效地同时解决收敛性和多样性的问题。在天气预报等实际应用领域,是多种算法混合在共同发挥作用<sup>[15]</sup>。混合算法集成具有不同特性的优化算法来共同解决多目标优化问题,它是今后多目标优化问题研究的重要内容之一<sup>[14]</sup>。

笔者把 MOPSO 与 RM-MEDA 结合在一起的多目标优化算法 MOPSO&EDA。增加了变异的 MOPSO 具有全局搜索能力,而 RM-MEDA 具有良好的局部搜索能力,因此将这两种算法结合在一起可以发挥各自的优势,从而可以期望获得较佳的寻优性能。笔者采用 6 个基准函数进行性能测试,实验结果验证了 MOPSO&EDA 的有效性。

## 1 MOPSO&EDA

### 1.1 算法框架

MOPSO&EDA 的算法框架如下:

Step 0) 初始化。

设定种群规模为  $N$ , 和迭代次数  $N_t$ , 迭代计数器  $t = 0$ 。产生一个具有  $N$  个个体的初始化种群  $Pop(0)$ , 并计算  $Pop(0)$  中个体的各个目标值。从  $Pop(0)$  中随机选择  $N/2$  个粒子形成新的种群  $PSO\_Pop$ 。

Step 1) 如果  $t$  等于  $N_t$ , 停止优化, 并返回  $Pop(t)$  中的非支配解和相应的目标值。

Step 2) 粒子群飞行。

把  $PSO\_Pop$  中的个体全部复制到新的种群  $Q$ , 从  $Pop(t)$  选择最优粒子。种群中的粒子按式(1)和(2)进行更新:

$$v_i(t) = \omega v_i(t-1) + c_1 r_1 (p_i - x_i(t-1)) + c_2 r_2 (p_g - x_i(t-1)), \quad (1)$$

$$x_i(t) = v_i(t) + x_i(t-1), \quad (2)$$

其中:  $v_i$  — 粒子飞行速度;  $\omega$  — 惯性权重;  $c_1, c_2$  — 加速度系数;  $r_1, r_2$  — 是在  $[0, 1]$  范围变化的随机数;  $p_i$  — 粒子在历史中的最好位置;  $p_g$  — 整个群体领导粒子的位置。

评价种群  $Q$  中个体的各个目标值, 更新个体最优位置。

Step 3) 第一次选择。

从集合  $Pop(t)$  ( $PSO\_Pop(Q)$  选出  $N$  个粒子代替  $Pop(t)$ ); 从  $PSO\_Pop(Q)$  选择  $N/2$  个粒子代替  $PSO\_Pop$ 。清空  $Q$  中的解。

Step 4) 采用 RM-MEDA 进行训练、建模, 及产生新个体。

采用 RM-MEDA 提取  $Pop(t)$  中的解在决策空间的信息并建立期望解的概率分布模型 (称为训练和建模), 并根据概率模型产生  $N/2$  个新的解到集合  $Q$ 。评价种群  $Q$  中个体的各个目标值。

Step 5) 第二次选择。

从集合  $Pop(t)$  ( $Q$  选择  $N$  个个体产生  $Pop(t+1)$ )。令  $t=t+1$ , 转到 Step 1)。

### 1.2 粒子群飞行

在 MOPSO&EDA 的 Step 2) 是采用粒子群优化算法产生  $N/2$  个解。Sierra 和 Colleo 指出将 PSO 算法应用于多目标优化问题, 需要考虑如何选择最优粒子, 如何引入变异操作来增强多样性等问题<sup>[6]</sup>。下面对算法的细节进行详细讨论。

1) 个体最优

如果当前解支配个体历史最好解,则更新个体最优位置;如果当前解不支配历史最好解,则不更新个体最优位置;否则按50%的概率更新个体最优位置。

### 2) 全局最优

对  $Pop(t)$  进行非支配排序,第一级粒子是当前种群的非支配解。全局最优粒子,就是在第一级粒子中随机选择产生。

### 3) 变异

为克服 PSO 的早熟收敛,很多 PSO 算法都引入了变异操作,有的是在位置上进行变异,有的是在速度上进行变异。本文采用 HPSO 中的变异方式:当粒子的速度降为 0 时,对速度进行变异。

### 4) 惯性权重和加速度系数

式(1)的第1部分为微粒之前的速度,第2部分为认知部分,表示微粒本身的思考;第3部分为社会部分,表示微粒间的信息共享与相互合作。

Ratnaweera 评价权重  $w$  的作用是作为自我认知和社会认知间的平衡<sup>[16]</sup>。Shi Y H 等建议权重  $w$  随代数线性降落<sup>[17]</sup>。Ratnaweera 认为加速度系数  $c_1$  在寻优初期较大而后期较小,而加速度系数  $c_2$  在寻优初期较小而后期较大,这样的设计使得 PSO 在早期突出全局搜索能力,在后期强调局部搜索能力。文中综合了文献[16-17]的理论,实验结果表明在寻优过程中  $w$  从 0.95 下降到 0.35,  $c_1$  从 2.5 下降到 0.5,  $c_2$  从 0.5 上升到 2.5 是较佳的选择。

## 1.3 EDA 分簇

文中 EDA 算法是来源于 RM-MEDA。RM-MEDA 具有良好多样性,但其运算时间也相对较长。RM-MEDA 由训练分簇、建模、产生新解几个环节组成,除训练分簇与 RM-MEDA 不同外其余环节是相同的,建模、产生新解环节的具体内容参见<sup>[12]</sup>。RM-MEDA 的分簇方法是导致算法运行效率低的主要原因,为此需要对训练环节进行处理以提高算法执行效率。

在 RM-MEDA 的训练环节,需要把  $Pop(t)$  分成  $K$  个簇  $S^1, \dots, S^K$ 。RM-MEDA 是采用  $(m-1)$  维局部主元分析算法通过最小化式(3)的误差实例得到分区  $S^1, \dots, S^K$ :

$$\sum_{j=1}^K \sum_{x \in S^j} \text{dist}(x, L_j^{m-1})^2. \quad (3)$$

其中  $L_j^{m-1}$  是第  $j$  个簇中解的仿射  $(m-1)$  维主元子空间。 $\text{dist}(x, L_j^{m-1})$  是从  $x$  到其在  $L_j^{m-1}$  子空间的映射点之间欧几里得距离。

文献[12]指出局部主元分析算法比起广泛采用的  $K$  均值分簇法更适合将  $Pop(t)$  分簇。 $K$  均值分簇法每个簇的质心是一个点,而局部主元分析算法中每个簇的质心是一个超矩形。但最小化式(3)需要进行循环迭代,每循环一次都需要计算  $K$  个簇的协方差矩阵以及它的特征根和特征根向量,这需要花费比较多的时间,最终影响了 RM-MEDA 的运算效率。

作者在先前的工作中采用了两步训练法来实现分簇的操作。两步训练法算法基于以下的假设推定:在搜索早期,用于建模的解集距离真实 Pareto 前沿距离较远,过于精细的建模,对于未来的搜索意义并不大;在搜索后期,用于建模的解集距离真实 Pareto 前沿较近,非常细致的建模对解的改善作用是有限的。下面对两步训练法对简单介绍。

尽管  $K$  均值分簇法每个簇的质心是一个点,但是其分簇的快速性是很明显的。训练的第一步首先采用  $K$  均值分簇法将  $Pop(t)$  分成  $K$  个解体的簇  $S^1, \dots, S^K$ 。具体方法如下:

1) 在  $Pop(t)$  中随机选择  $K$  解,并令这个  $K$  个解分别作为各个簇的均值  $\bar{x}$ 。

2) 将  $Pop(t)$  分成  $K$  个解体的簇  $S^1, \dots, S^K$ ,

$$S^j = \{x \mid x \in Pop(t), \text{ and}$$

$$\text{dist}(x, \bar{x}_j) \leq \text{dist}(x, \bar{x}_k) \text{ for all } k \neq j\}.$$

通过这一步分解得到的簇,显然是粗糙的。

在第一步分簇的基础上,按下列步骤进行第二步细致分簇:

1) 采用式(2)计算每个簇的均值;

2) 采用式(3)计算每个簇的协方差矩阵,然后计算  $S^j$  中解的仿射  $(m-1)$  维空间  $L_j^{m-1}$ ;

3) 将  $Pop(t)$  分成  $K$  个解体的簇  $S^1, \dots, S^K$ ,

$$S^j = \{x \mid x \in Pop(t), \text{ and}$$

$$\text{dist}(x, L_j^{m-1}) \leq \text{dist}(x, L_k^{m-1}) \text{ for all } k \neq j\}.$$

实验结果表明:两步训练法在不损失算法优化收敛性和多样性的同时大幅缩短了算法运行时间。

## 1.4 选择

文中的选择操作是基于 NSGA-II 的非支配排序和 RM-MEDA 拥挤距离排序<sup>[12]</sup>。本文与文献[12]两者存在微小的差异,文献[12]是在进行拥挤距离排序时将最小拥挤距离解移动到末尾,最后一并删除。文中是把需要淘汰的最小拥挤距离解直接删除。

## 2 性能验证

### 2.1 多目标测试实例和指标

为对比 MOPSO&EDA 的性能,选择了六个优化测试实例 ZDT1~ ZDT4, ZDT6<sup>[3]</sup>, ZDT6-1<sup>[6]</sup>。其中 ZDT1(30 维)的 Pareto 前沿为凸实例,ZDT2(30 维)则为非凸实例,ZDT3(30 维)的 Pareto 前沿为非连续实例,而 ZDT4(10 维)是一个多峰实例,ZDT6 和 ZDT6-1(10 维)非凸且非均匀分布。具体定义参见文献[3,6],在此不重复说明。

多目标优化有两个目标:1)收敛到真实的 Pareto 前沿;2)保持 Pareto 解的多样性。文中采用收敛度  $\Upsilon$  和多样性(来评价这两个性能<sup>[3]</sup>。

### 2.2 实验条件

在实验当中种群规模  $N$  是 100,迭代次数  $N_t$  是 250 代(25 000 次实例评价)。PSO 部分的参数为: $\omega=[0.95-0.35]$ ,  $c_1=[2.5-0.5]$ ,  $c_2=[0.5-2.5]$  最大速度是 0.5;EDA 部分的参数为:簇数  $K$  是 5,簇扩展系数是 0.25。算法采用 c++ 编写,实验在 CPU 为 Pentium 4 2.66 GHz 的同一台计算机进行。为了体现充分性,每组实验均重复 30 次。

用于对比的多目标优化算法包括:NSGA-II<sup>[3]</sup>, MOPSO<sup>[4]</sup>, NSPSO<sup>[7]</sup>, AMOPSO<sup>[8]</sup> 和  $\sigma$ -MOPSO<sup>[18]</sup>。实例评价都是 25 000 次。各算法具体参数设置参见文献[4,8]。

### 2.4 实验结果

多种多目标优化算法的实验结果见表 1 和表 2。NSGA-II 结果来自 [3]; NSPSO、MOPSO/C 实验结果来自文献[8];RE-MEDA 的计算结果是采用文献[12]的作者提供的程序运算后获得。

表 1 显示 MOPSO&EDA 相比其它几种算法提高了在 ZDT1-ZDT3 测试实例上的收敛度。表 1 中的各种算法经过采用 25 000 次评价在 ZDT4 实例上均不能有效收敛,MOPSO&EDA 在其中性能适中。在多样性方面,MOPSO&EDA 在 ZDT1-ZDT2 实例,取得了最好的指标,在 ZDT3 实例上仅次于 AMOPSO,在 ZDT4 实例上性能适中。

表 1 收敛度  $\Upsilon$  比较(M-平均值,VAR-方差)

		ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT4
NSGA-II	(M)	0.033 48	0.072 39	0.114 50	0.513 05
	(VAR)	0.004 75	0.031 68	0.007 94	0.118 46
$\sigma$ -MOPSO	(M)	0.016 38	0.005 84	0.102 05	3.833 44
	(VAR)	0.000 48	0.000 00	0.002 38	1.871 29

续表

		ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT4
NSPSO	(M)	0.006 42	0.009 51	0.004 91	4.957 75
	(VAR)	0.000 00	0.000 00	0.000 00	7.436 01
MOPSO	(M)	0.001 33	0.000 89	0.004 18	7.374 29
	(VAR)	0.000 00	0.000 00	0.000 00	5.482 86
AMOPSO	(M)	0.000 99	0.000 74	0.003 91	0.403 11
	(VAR)	0.000 00	0.000 00	0.000 00	0.012 59
RM-MEDA	(M)	0.021 21	0.029 19	0.044 18	53.703 33
	(VAR)	0.000 02	0.000 17	0.000 14	5.379 64
MOPSO&EDA	(M)	0.000 86	0.000 52	0.003 08	5.249 97
	(VAR)	0.000 00	0.000 00	0.000 00	46.582 02

表 2 多样性  $\Delta$  比较(M-平均值,VAR-方差)

		ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT4
NSGA-II	(M)	0.390 31	0.430 77	0.738 54	0.702 61
	(VAR)	0.001 87	0.004 72	0.019 71	0.064 65
$\sigma$ -MOPSO	(M)	0.398 56	0.389 27	0.760 16	0.828 42
	(VAR)	0.007 31	0.004 58	0.003 49	0.000 54
NSPSO	(M)	0.906 95	0.921 56	0.620 72	0.964 62
	(VAR)	0.000 00	0.000 12	0.000 69	0.001 56
MOPSO	(M)	0.681 32	0.639 22	0.831 95	0.961 94
	(VAR)	0.013 35	0.001 14	0.008 92	0.001 14
AMOPSO	(M)	0.318 26	0.319 96	0.531 54	0.650 60
	(VAR)	0.000 60	0.000 68	0.000 36	0.003 76
RM-MEDA	(M)	0.385 90	0.365 60	0.811 03	0.764 47
	(VAR)	0.000 57	0.005 31	0.004 04	0.004 15
MOPSO&EDA	(M)	0.158 53	0.147 50	0.604 90	0.861 00
	(VAR)	0.000 10	0.000 10	0.008 67	0.014 11

表 3 显示了 RM-MEDA 与 MOPSO&EDA 在 ZDT6 和 ZDT6-1 上的对比实验结果。在 ZDT6 上,MOPSO&EDA 相比 RM\_MEDA 获得了最佳的收敛性指标和多样性指标。两种算法在 ZDT6-1 函数上的收敛性能相当,但 MOPSO&EDA 的多样性更好。

表 3 ZDT6 和 ZDT6-1 测试函数对比实验结果

算法	指标	ZDT6	ZDT6-1
RM-MEDA	$\Upsilon$ (方差)	0.941 10 (0.037 43)	0.005 72 (0.000 00)
	$\Delta$ (方差)	0.795 47 (0.001 80)	0.575 47 (0.000 03)
	$\Upsilon$ (方差)	0.002 78 (0.000 00)	0.004 85 (0.000 00)
MOPSO	$\Upsilon$ (方差)	0.002 78 (0.000 00)	0.004 85 (0.000 00)
&EDA	$\Upsilon$ (方差)	0.147 02 (0.000 16)	0.166 18 (0.000 92)
	$\Delta$ (方差)		

### 3 讨论

图 1 显示 MOPSO&EDA 与 RM-MEDA 算法各自在多个测试实例上重复运行 30 次所得到的 Pareto 解。左边列是 RM-MEDA 的寻优结果,右边列是 MOPSO&EDA 的寻优结果。图 1 显示除 ZDT6-1 两者收敛性能相当外,MOPSO&EDA 在其余测试函数上的收敛性能均优于 RM-MEDA。

ZDT1 实例是凸实例,在 6 个测试实例当中难度最低。ZDT2 实例是一个非凸实例,多种算法会最终收敛到 1 个点。ZDT3(30 维)的 Pareto 前沿为非连续实例,尽管 EDA 算法是基于连续性多目标优

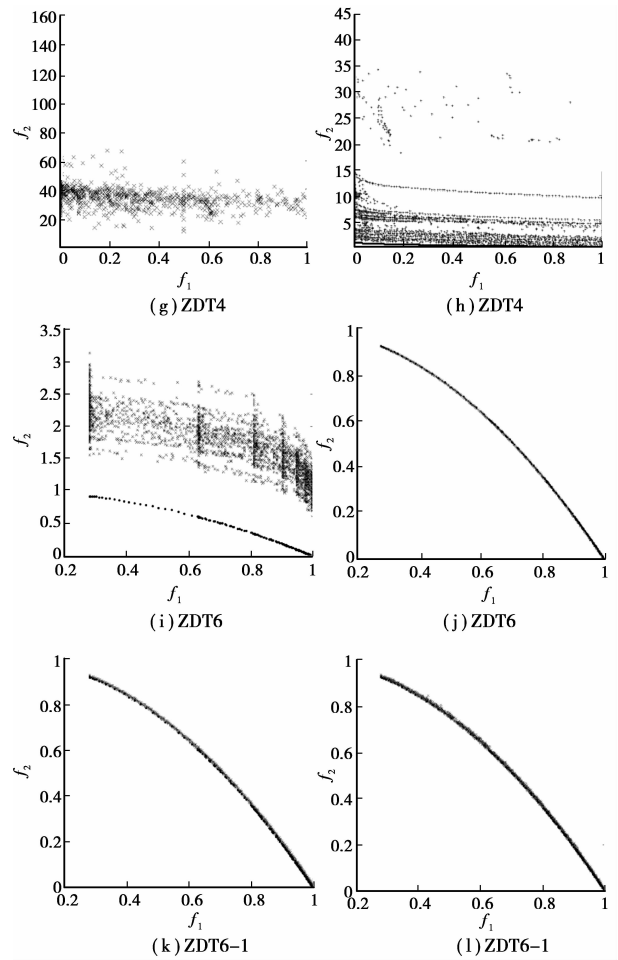
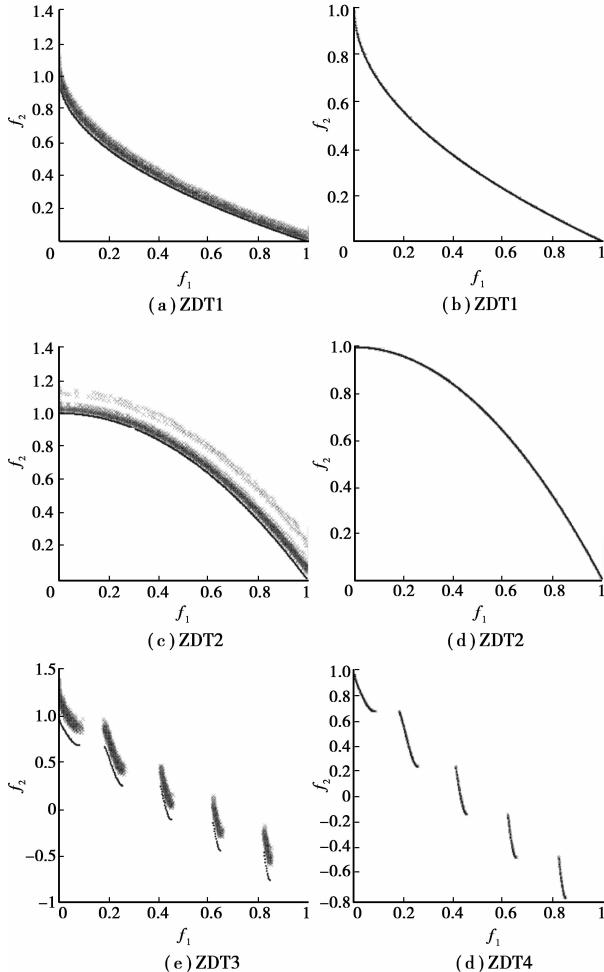


图 1 在 ZDT1—ZDT4 及 ZDT6、ZDT6-1 上获得的 Pareto 解

化问题的,但是 MOPSO&EDA 可以有效应用在非连续问题。ZDT6 和 ZDT6-1 的 Pareto 前沿是非均匀分布的,很难获得较好的收敛性和多样性指标<sup>[3]</sup>。图 1 显示 MOPSO&EDA 在上述 5 个实例上获得的 Pareto 解能逼近真实 Pareto 前沿,分布上也较均匀,30 次的优化结果几乎完全重复。

对于多峰的 ZDT4 实例,MOPSO&EDA 算法未能给出理想的收敛性。EDA 对具有单一 Pareto 前沿的问题是比较有效的,而 ZDT4 具有 21<sup>9</sup> 个前沿,会造成 EDA 算法陷入局部前沿,很难收敛到真实的 Pareto 前沿。尽管带了变异的 MOPSO 具有跳出局部最优的能力,但仍不能保证 MOPSO&EDA 收敛到全局的 Pareto 前沿,表 1 数据显示其方差达到了 46.582 02,表明其收敛稳定性不佳。

### 4 结语

MOPSO&EDA 综合了 PSO 的全局搜索能力

和 RM-MEDA 的局部搜索能力,通过 ZDT1 ~ ZDT4, ZDT6 及 ZDT6-1 实例验证 MOPSO&EDA 算法的有效性。MOPSO&EDA 在 ZDT1-ZDT3, ZDT6 及 ZDT6-1 上均获得较佳的收敛性和多样性。但算法在 ZDT4 上尚未获得理想、稳定的收敛解(经过 25 000 次实例评价)。因此如何改进在 ZDT4 的收敛性能,值得进一步研究。

致谢

感谢英国 Essex 大学的 Qingfu Zhang 博士及华东师范大学的周爱民博士对 RM-MEDA 算法研究的指导。

参考文献:

- [1] 蓝艇, 刘士荣, 顾幸生. 基于进化算法的多目标优化方法[J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 601-606.  
LAN TING, LIU SHI-RONG, GU XING-SHENG. Approaches of evolutionary multi-objective optimization [J]. Control and Decision, 2006, 21(6): 601-606.
- [2] SCHAFFER J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms [C]// International Conference on Genetic Algorithms, July 24-26, 1985, Pittsburgh, PA, USA. Pittsburgh, PA: [s. n.], 1985: 93-100.
- [3] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [4] COELLO C A C, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.
- [5] MARIANO C E, MORALES E. MOAQ an Ant-Q Algorithm for Multiple Objective Optimization Problems [C]// Proceedings of Genetic and Evolutionary Computing Conference, July 13-17, 1999, San Francisco, USA. San Francisco: [s. n.], 1999: 894-901.
- [6] SIERRA M R, COELLO C A C. Multi-objective particle swarm optimizers: a survey of the state-of-the-art [J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3): 287-308.
- [7] LI X D. A non-dominated sorting particle swarm optimizer for multiobjective optimization [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2003, 2723: 37-48.
- [8] TRIPATHI P K, BANDYOPADHYAY S. Adaptive multi-objective particle swarm optimization algorithm [C]// Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation, September 25-28, 2007, Singapore: IEEE, 2007: 2281-2288.
- [9] LARRANGA P, LOZANO J A. Estimation of distribution algorithms: a new tool for evolutionary computation [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [10] OKABE T, JIN Y, SENDHOFF B, et al. Voronoi-based estimation of distribution algorithm for multi-objective optimization [C]// Congress on Evolutionary Computation, June 19-23, 2004, Portland, OR, USA. Portland: [s. n.], 2004: 1594-1601.
- [11] BOSMAN P A N, THIERENS D. The naive MIDEA: A baseline multi-objective EA [C]// International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, March 9-11, 2005, Guanajuato, Mexico: Computer Science, 2005: 428-442.
- [12] ZHANG Q F, ZHOU A M, JIN Y. RM-MEDA: a regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(1): 41-63.
- [13] HART W E, KRASNOGOR N, SMITH J E. Recent advances in memetic algorithms [M]. Berlin: Springer, 2005.
- [14] VRUGT J A, ROBINSON B A. Improved evolutionary optimization from genetically adaptive multimethod search [J]. Applied Mathematics, 2007, 104(3): 708-711.
- [15] GNEITING T, RAFTERY A E. Weather forecasting with ensemble methods [J]. Science, 2005, 310(5746): 248-249.
- [16] RATNAWEERA A, HALGAMUGE S K, WATSON H C. Self-Organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 240-255.
- [17] SHI Y, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization [C]// Congress on Evolutionary Computation, 1999, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999: 1945-1950.
- [18] MOSTAGHIM S, TEICH J. Strategies for finding good local guides in multi-objective particle swarm optimization (MOPSO) [C]// Swarm Intelligence Symposium, April 24-26, 2003, Indiana, USA: IEEE, 2003: 26-33.

(编辑 张小强)