

文章编号:1000-582X(2010)04-075-05

考虑分布结构的土体本构模型

郑智能^{1,2}, 张永兴¹, 刘元雪³, 凌天清²

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045; 2. 重庆交通大学 土木与建筑学院, 重庆 400074;
3. 后勤工程学院 土木工程系, 重庆 400041)

摘要:为反映土体分布结构对其变形特性的影响,提出土体分布结构概念,对修正剑桥模型进行了扩展;认为塑性变形的内变量不是单一、固定值,而是在一定区间上遵循统计分布密度函数分布;从而将修正剑桥模型单一尺寸的单个屈服面扩展至尺寸连续的无穷连续屈服面,并建立了一个能描述土体逐渐屈服的本构模型。模型参数有 4 个,其中 3 个参数与修正剑桥模型的参数相同,新增了一个参数反映土体分布结构特征。初步验证表明模型能够反映土体逐渐屈服的变形特征。

关键词:土体;本构模型;分布结构;逐渐屈服

中图分类号:TU443

文献标志码:A

Constitutive model for soils based on the concept of disturbing structure

ZHENG Zhi-neng^{1,2}, ZHANG Yong-xin¹, LIU Yuan-xue³, Ling Tian-qing²

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China;
2. School of Civil Engineering and Architecture, Chongqing Jiaotong University, 400074, China;
3. Department of Civil Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing 400041, P. R. China)

Abstract: Based on the concept of disturbing structure, this paper presents a progressive yield constitutive model by extending the Cam-Clay model in order to describe influence of the disturbing structure on soil behavior. The internal variable of yield surface is not just a constant parameter, and it should be treated as a distribution function in a range. The single yield surface of the Cam-Clay model was extended to a field of yield surface. Then by introducing the progressive yield concept into the Cam-Clay model, the progressive yield constitutive model was developed. Only one parameter was added besides the three parameters of the Cam-Clay, which represents the disturbing structure of the soils. The application results show that the model can predict the progressive yield of the soils.

Key words: soils; constitutive models; distribution structure; progressive yield

随着实验手段和实验土力学的发展,人们能够更加精确地测试出土体的应力-应变特性。在一般岩土工程中,绝大部分岩土类材料的应变不超过 0.5%^[1-3];土体变形的整个过程中能真正看作弹性变形的范围是极小的($<0.001\%$)^[4-5];从加载开始土体的变形就是非线性、逐渐屈服的过程^[6-7]。

由 Roscoe 等人建立的极限状态土力学(Critical State Soil Mechanics)和剑桥模型较为完善,是当前应用较广的土力学理论和模型之一。剑桥模型认为^[8]:当应力状态在屈服面里面时土体变形为纯弹性;而当应力状态在屈服面上时土体变形为塑性。于是在应力状态从屈服面内移到屈服面上的过程

收稿日期:2009-12-19

基金项目:重庆市自然科学基金资助项目(CSTC,2005BB6114)

作者简介:郑智能(1977-),男,重庆大学博士研究生,主要从事道路工程、岩土学研究,(E-mail)zhengzhineng@sina.com。

张永兴(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(E-mail)cqyxzhang@163.com。

中,土体的塑性变形模量是跳跃、不连续的;因此不能很好的反映土体的逐渐屈服过程。

为了更好的描述土体逐渐屈服的变形特性、克服极限状态土力学理论及其模型的缺点,并继承其优点,笔者将在极限状态土力学理论框架内,基于修正剑桥模型,以土体的物质结构组成特性——分布结构为基础,对极限状态土力学理论的基本概念进行扩展,提出起能描述土体从极小应变开始的逐渐屈服变形特性的本构模型。

1 土体的分布结构概念

土体是在漫长的地质年代里形成的,是自然历史的产物,是天然的地质体。土体的物质结构组成及其变形等特性具有很大的变异性和不确定性^[9-16]。土体的分布结构是基于土体物质组成特性与土体参数的分布特征提出的。土体的分布结构概念认为,土体不能像金属类物质一样,看为单一的、均匀的物质,而应该看为是由具有某一分布特征的单元组成。在一定体积范围内的土体内散布着不同性质的土体单元;但土体参数及其变异性可以用分布函数来的准确描述。

根据土体的形成过程、3种不同尺度(微观、细观和宏观)的结构^[17-21]、唯象宏观应力应变特性等,将土体结构可分为土体的分布结构(Distributing Structure)和材料结构(Material Structure)两大类。

土体的材料结构是指,土中颗粒或土颗粒集合体以及它们之间的空隙大小、形状、排列及联结等综合特征;也就是土体的结构性包括土的骨架、孔隙等几何特征和颗粒之间的相互作用两个方面,即一般意义的土体的结构。材料结构及其对土体变形特性的影响,国内外的许多学者都进行了研究并提出了相关的本构模型^[22-24];但相对来说当前研究分布结构模型成果较少。文中将基于分布结构概念建立土体逐渐屈服本构模型。

2 本构模型

以修正剑桥模型为基础,认为塑性变形的内变量不是单一、固定的值,而是在某一区间内以某一分布密度分布;据此,将修正剑桥模型的单一内变量的单个屈服面扩展至某一区间上连续分布的内变量的无穷个尺寸连续屈服面,进而提出连续屈服本构模型。

2.1 连续屈服面

模型采用与修正剑桥模型形状一致的屈服面。模型屈服面可表示为

$$F(\sigma, p_0) = q^2 - M^2(p'(p'_0 - p')) = 0, \quad (1)$$

式中:内变量 p'_0 为前期固结应力; p' 为有效平均应力; q 为广义剪应力; M 为 $p'-q$ 平面上破坏线的斜率。

根据分布结构概念,模型认为屈服面硬化参数 p'_0 在区间 $[p'_{0b}, p'_{0e}]$ 上连续分布。定义内 p'_0 的分布密度为 $\Gamma(\eta)$, $\Gamma(\eta)d\eta$ 表示初始屈服面尺寸在 η 与 $\eta+d\eta$ 之间的屈服面所占的比例。于是,分布函数为

$$m(p'_0) = \int_{p'_{0b}}^{p'_0} \Gamma(\eta) d\eta, \quad (2)$$

式(2)就表示初始固结应力为不大于 p'_0 (初始屈服面尺寸不大于 p'_0) 的单元所占的比例。因此,在该定义下,模型在区间 $[p'_{0b}, p'_{0e}]$ 上存在无穷个尺寸连续的初始屈服面,如图 1 所示。

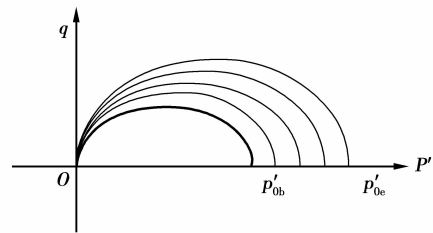


图 1 区间 $[p'_{0b}, p'_{0e}]$ 上的具有分布特征的初始屈服面

由此可得分布结构函数满足

$$\begin{aligned} m(p'_{0e}) &= \int_{p'_{0b}}^{p'_{0e}} \Gamma(\eta) d\eta = 1, \\ m(p'_{0b}) &= \int_{p'_{0b}}^{p'_{0b}} \Gamma(\eta) d\eta = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

假设土体参数服从正态分布特征,并满足式(3)要求,因此模型取

$$\begin{aligned} m(p'_0) &= \int_{p'_{0b}}^{p'_0} \Gamma(\eta) d\eta = 1 - \\ &\exp\left(\frac{a(p'_0 - p'_{0b})}{(p'_0 - p'_{0b}) - (p'_{0e} - p'_{0b})}\right), \end{aligned} \quad (4)$$

式中, a 为内变量 p'_0 的分布特征参数。

为了便于计算和表述,对内变量 p'_0 进行如下换算。设,

$$p'_0 = p'_{0b} + x(p'_{0e} - p'_{0b}), \quad (5)$$

式中: $x \in [0, 1]$ 。设 x 在区间 $[0, 1]$ 上的分布密度为 $g(x)$, 分布函数为 $n(x)$ 。根据式(4),并通过式(5)进行换算,可得 x 在区间 $[0, 1]$ 上的分布函数 $n(x)$ 为

$$n(x) = \int_0^x g(\eta) d\eta = 1 - \exp\left(\frac{ax}{x-1}\right). \quad (6)$$

2.2 加载面

模型定义一个加载面。加载面的形状与屈服面形状相似,并通过当前应力状态。设当前应力状态为 (p'_a, q_a) , 则加载面为

$$F_J = q_a^2 - M^2 (p'_a (p'_{a0} - p'_a)) = 0, \quad (7)$$

式中, p'_{a0} 表示加载面的大小。

加载面如图 2 所示。

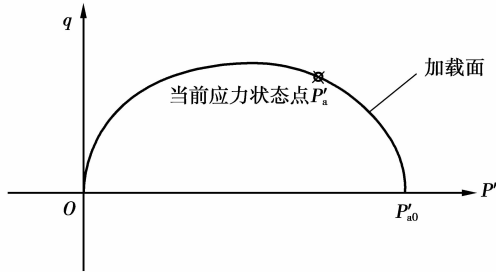


图 2 模型的加载面

2.3 流动法则

模型假定塑性流动的流动方向与塑性加载方向重合,即采取相关联流动法则。于是塑性势函数与屈服函数面相同,即

$$G(\sigma_i, p'_0(x)) = F(\sigma_i, p'_0(x)). \quad (8)$$

2.4 硬化定律

模型采用与修正剑桥模型相同的硬化定律,并假设每一个屈服面的硬化定律是相同的。于是有

$$dp'_0(x) = \frac{\nu p'_0(x)}{(\lambda - \kappa)} d\epsilon_v^p(x). \quad (9)$$

2.5 应力-应变关系

1) 弹性变形部分

根据一般塑性理论,模型假设土体的变形可以分为弹性变形和塑性变形。弹性变形部分如下:

$$K = \frac{(1 + e)p'}{\kappa}, \quad (10)$$

$$G = \frac{9(1 - 2\mu)(1 + e)p'}{2\kappa(1 + \mu)}, \quad (11)$$

式中: κ 膨胀指数; μ 为泊松比,并假设泊松比 μ 为常数。

2) 塑性部分

对一个加载过程进行推导。假定硬化参数 p'_0 在区间 $[p'_{0b}, p'_{0e}]$ 的分布密度为 $g(\eta)$; 当前应力状态为 (p'_a, q) , 此时加载面的尺寸为 p'_{a0} (或者用 x_a 表示)。于是在区间 $[p'_{0b}, p'_{0e}]$ 上无穷个初始屈服面中,尺寸小于或等于 p'_{a0} 的屈服面将被激活,并发生硬化。由于各屈服面的硬化定律是相同的,从而在当前应力状态下,被激活的屈服面的大小将全部变为 p'_{a0} , 此

时所有被激活屈服面与当前加载面重合,即

$$F(\sigma_i, p_0) = F_J(\sigma_i, p_0). \quad (12)$$

在当前应力状态 (p'_a, q) 下,此时所有被激活屈服面的尺寸为

$$p_0(x) = p'_{a0}. \quad (13)$$

可以推导出:对于给定的一个被激活的屈服面,单位单元产生的塑性变形增量为

$$(d\epsilon_i^p)_1 = \frac{-(\lambda - \kappa)}{M^2 \nu p'_{a0} p' (p'_{a0} - 2p')} \left(\frac{\delta F}{\delta \sigma_j} \delta \sigma_j \right) \frac{\delta F}{\delta \sigma_i}, \quad (14)$$

式(14)与修正剑桥模型的塑性变形部分一致。

在一定的分布结构条件下,该屈服面代表土体所占单位土体单元比例为 $g(x)dx$, 所以,在分布结构条件下,该屈服面对单位土体单元产生的塑性变形贡献为

$$d\epsilon_i^p(x) = (d\epsilon_i^p)_1 \cdot g(x)dx. \quad (15)$$

由于未被激活的屈服面不产生塑性流动,即其 $d\epsilon_i^p(x) = 0$, 所以总的塑性变形增量(所有被激活屈服面产生的塑性应变增量)为

$$d\epsilon_i^p = \int_0^1 d\epsilon_i^p(x) = \int_0^{x_a} d\epsilon_i^p(x) = \int_0^{x_a} (d\epsilon_i^p)_1 \cdot g(x)dx. \quad (16)$$

根据上面的假设与论述可得,在当前应力状态 (p'_a, q) 下,被激活的各个屈服面,经过硬化,此时屈服面的尺寸相等,并等于当前加载面的尺寸 p'_{a0} 。所以可得各屈服面产生的塑性变形增量是相等的。于是有

$$d\epsilon_i^p = (d\epsilon_i^p(x))_1 \int_0^{x_a} g(x)dx, \quad (17)$$

式(17)为塑性变形的基本方程。

3 模型参数与初步验证

3.1 模型参数

模型参数共有 4 个,分别为:材料参数 M 、正常固结线的斜率 λ 、卸载膨胀线的斜率 κ 和表征分布特征的参数 a 。前 3 个参数的意义和确定方法与修正剑桥模型一致。

图 3 为参数 a 对 p'_0 的分布规律的影响;可看出, a 越小,结构分布就越集中于 p'_{0e} 。如取 $a = 0$, 即 $p'_0 = p'_{0e}$ 时, $m(1) = 100\%$, 可以近似看作结构集中于 p'_{0e} , 从而与修正剑桥模型的屈服面一致。因此修正剑桥模型为文中模型的一个特例。

选取不少于 20 个试验进行压缩试验,测定试样的先期固结应力;利用式(4)进行统计分析试验结果,拟合求得分布参数 a 。

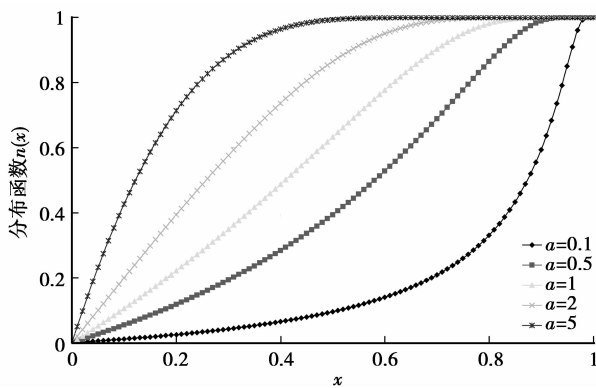


图3 参数 a 对分布函数的影响

3.2 初步验证

选择一具有代表性路径(三轴压缩、 $dq/dp=3$), 对比修正剑桥模型预测结果、文中模型(以下称改进模型)预测结果和试验结果。模型的参数如下: $\lambda=5.76, k=2.17, M=0.954, p_{0b}=200 \text{ kPa}, p_{0c}=300 \text{ kPa}, a=0.2$ 。改进模型各应力路径的 $\epsilon_1 - \epsilon_v$ 曲线分别如图4。

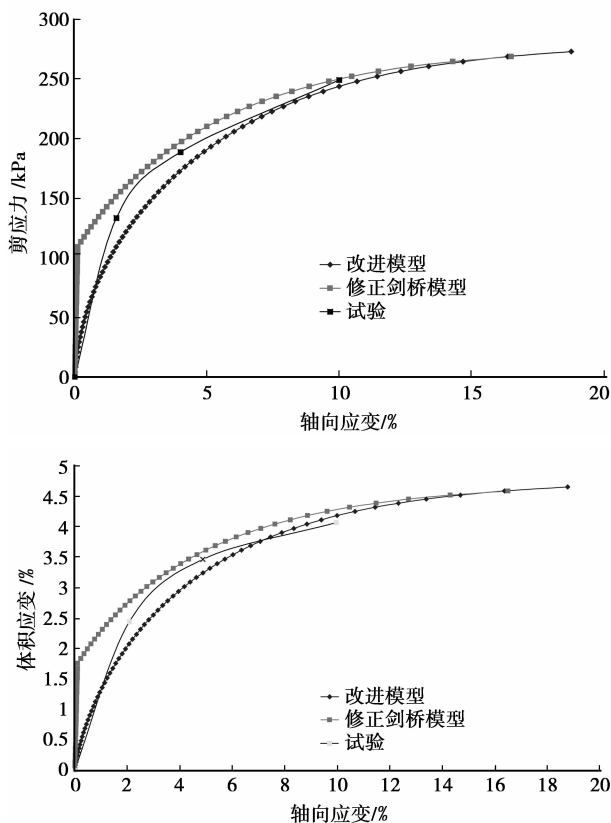


图4 论文模型、修正剑桥模型结果和试验结果比较

从图4可以看出,改进模型能更好反映土体这一应力路径的应力-应变规律,改进模型计算的轴向应变比修正剑桥模型稍大,试验结果基本介于二者之间。改进模型能较好的反映加载过程中土体逐渐

屈服的规律。

4 结 语

土体是天然的地质体,不能像金属类物质一样,看为单一的、均匀的物质,而应该看为是由具有某一分布特征的单元组成。根据土体的物质组成特征建立土体本构模型是模型客观性要求。

模型参数简单,仅新增了1个表示分布特征参数。模型继承和保留了修正剑桥模型中的积极合理的因素,如屈服面、硬化定律等。而在修正剑桥模型的基础上,根据土体参数的统计分布特征和土体的宏观变形特性,提出逐渐屈服概念对修正剑桥模型进行扩展,使之能够描述土体的逐渐屈服特性。修正剑桥模型为改进模型的一个特例。

考虑土体分布结构,初步建立起土体的逐渐屈服本构关系,但在土体分布结构的分布函数的确定及分布结构对土体应力应变的影响规律等方面认识还不够,还有待进一步研究。

参考文献:

- [1] BURLAND J B. Small is beautiful—the stiffness of soil at small strains [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, 26(4): 499-516.
- [2] 张培森. 小应变条件下应力路径旋转对剪切模量影响[J]. 岩土力学, 2009, 30(3): 820-824. ZHANG PEI-SEN. Effect of stress path circumgyration on shear modulus under small strain [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(3): 820-824.
- [3] 汪中卫, 王海飙, 戚科骏, 等. 土体小应变试验研究综述与评价[J]. 岩土力学, 2007, 28(7): 1518-1524. WANG ZHONG-WEI, WANG HAI-BIAO, QI KE-JUN, et al. Summary and evaluation of experimental investigation on small strain of soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(7): 1519-1524.
- [4] SANTAGATA M, GERMAINE J T, LADD C C. Small-strain nonlinearity of normally consolidated clay [J]. J. Geotech. and Geoenviron Engrg, 2007, 133(1): 72-82.
- [5] TATSUOKA F, SHIBUYA S. Deformation characteristics of soils and rocks from field and laboratory [C] // Proceedings of IX Asian Conference on soils Mechanics and Foundation Engineering, December 9-13, 1991, Bangkok, Thailand. Bangkok, Thailand: [s. n.], 1991: 101-170.
- [6] TANI K. General Report: Measurement of shear deformation of geomaterials [C] // Proceedings of International Symposium on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials (IS-Hokkaido '94),

- September 12-14, 1994, Balkema, Rotterdam, Netherlands. Balkema, Rotterdam, Netherlands: [s. n.], 1994; 1067-1088.
- [7] STOKOE K H, HWANG S K, LEE J N. Effect of various parameters on the stiffness and damping of soils at small to medium strains [C] // Proceedings of International Symposium on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials (IS-Hokkaido '94) September 12-14, 1994, Balkema, Rotterdam, Netherlands. Balkema, Rotterdam, Netherlands: [s. n.], 1994;785-816.
- [8] SCHOFIELD A, WROTH P. Critical state soil mechanics [M]. England: McGraw-Hill Publishing Company limited, 1968.
- [9] 薛守义,刘汉东. 岩土工程学科性质透视[M]. 郑州:黄河水利出版社,2002.
- [10] 宫凤强,李夕兵,邓建,等. 岩土参数概率密度函数的正交多项式推断[J]. 地下空间与工程学报, 2006, 2(1): 108-111.
- GONG FENG-QIANG, LI XI-BING, DENG JIAN, et al. Assessment of probability distribution of mechanical parameters of rock & soil by using legendre polynomials[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2006, 2(1):108-111.
- [11] DESDAI C S. Mechanics of materials and interfaces the disturbed state concept[M]. [S. l.]: CRC Press, 2001.
- [12] 曹文贵,莫瑞,李翔. 基于正态分布的岩石软化损伤统计本构模型及其参数确定方法探讨[J]. 岩土工程学报,2007,29(5):671-675.
- CAO WEN-GUI, MO RUI, LI XIANG. Study on statistical constitutive model and determination of parameters of rock based on normal distribution[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(5):671-675.
- [13] 施春花,吕悦军,彭艳菊,等. 北京地区粉质粘土土动力学参数的统计分析[J]. 震灾防御技术, 2009, 4(1): 69-79.
- SHI CHUN-HUA¹, LV YUE-JUN, PENG YAN-JUN, et al. Statistical analysis of dynamic parameters of silty clay in beijing area [J]. Technology for Earthquake Disaster Prevention, 2009, 4(1):69-79.
- [14] 李远耀,殷坤龙,柴波,等. 三峡库区滑带土抗剪强度参数的统计规律研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(5): 1419-1427.
- LI YUAN-YAO, YIN KUN-LONG, CHAI BO, et al. Study on statistical rule of shear strength parameters of soil in landslide zone in Three Gorges Reservoir area[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(5): 1419-1427.
- [15] 夏银飞,吴代华,文建华. 珠江三角洲软土物理力学指标统计分析[J]. 公路交通科技,2008,25(1):47-50.
- XIA YIN-FEI, WU DAI-HUA, WEN JIAN-HUA. Statistic analysis of physical and mechanical indexes of soft soil in zhujiang delta[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2008, 25(1):47-50.
- [16] 王宇辉,张强,施凤英,等. 上海奉贤区淤泥质粉质粘土工程性质指标的统计分析[J]. 土工基础,2009,23(1): 29-31.
- WANG YU HUI, ZHANG QIANG, SHI FENG YING, et al. Statistic characteristics of engineering indexes for muddy silty clay at fengxian district in Shanghai[J]. Soil Engineering and Foundation, 2009, 23(1):29-31.
- [17] 孔令伟,吕海波,王仁,等. 海口某海域软土工程特性的微观机制浅析[J]. 岩土力学,2002,23(1): 36-40.
- KONG LING-WEI, LV HAI-BO, WANG REN, et al. Preliminary analysis of micro-mechanism of engineering properties for soft soil in a sea area of Haikou[J]. Rock and Soil Mechanics,2002,23(1): 36-40.
- [18] 朱小林. 土体工程[M]. 上海:同济大学出版社,1996.
- [19] 胡瑞林,李向全. 粘性土微结构定量模型及其工程地质特征研究[M]. 北京:地质出版社,1995.
- [20] 王国欣,黄宏伟,肖树芳. 软土微结构特征的试验研究[J]. 水利学报,2005,36(2): 190-196.
- WANG GUO-XIN, HUANG HONG-WEI, XIAO SHU-FANG. Experimental study on micro-structural characteristics of soft soil [J]. Journal of Hydraulic Engineering,2005,36(2): 190-196.
- [21] 徐军,雷用,郑颖人. 岩土参数概率分布推断的模糊 BAYES 方法探讨[J]. 岩土力学,2000,21(4):394-396.
- XU JUN, LEI YONG, ZHENC YING-REN. The FUZZY BAYES method to infer distribution of rock parameters[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(4): 394-396.
- [22] 沈珠江. 土体结构性的数学模型[J]. 岩土工程学报, 1996,18(1):95-97.
- SHEN ZHU-JIANG. Model of the structured soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(1):95-97.
- [23] 沈珠江. 结构性粘土的堆砌体模型[J]. 岩土力学, 2000,21(1):1-4.
- SHEN ZHU-JIANG. A masonry model for structured clays[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(1):1-4.
- [24] 熊传祥,龚晓南. 一种改进的软土结构性弹塑性损伤模型[J]. 岩土力学,2006,27(3):395-397,403.
- XIONG CHUAN-XIANG, GONG XIAO-NAN. An updated elastoplastic damage model for structural soft clays[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(3):395-397,403.

(编辑 陈移峰)