

文章编号:1000-582X(2010)05-095-05

多极边界元法在轧件矫直变形分析中的应用

桂海莲^a, 黄庆学^b, 马立峰^b, 田雅琴^b

(太原科技大学 a. 机电学院; b. 材料学院, 山西 太原 030024)

摘要:采用多极边界元法分析矫直过程中轧件的变形情况。对不同矫直力下几何中心层上下部分的塑性变形区的变化规律进行分析,着重讨论中性轴上节点的塑性变化。通过算例分析表明,当矫直力为 250 kN 时,中性轴上节点的塑性变形比相邻两侧的塑性变形小,随着矫直力的增大塑性变形差异逐渐消失,当矫直力达到 500 kN 时形成一个相对平缓区。同时在矫直力作用下中性层会发生偏移,这是矫直过程中压弯量给定不准确的重要原因之一。这些结果通过有限元法是无法模拟得到的。

关键词:多极边界元法;矫直;轧件变形;中性层偏移;曲线拟合

中图分类号:TG333.23;O242.2

文献标志码:A

Application of FM-BEM in rolled piece deformation analysis of straightening process

GUI Hai-lian^a, HUANG Qing-xue^b, MA Li-feng^b, TIAN Ya-qin^b

(a. Mechanical & Electronic Engineering College; b. Material Science & Engineering Science College, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, P. R. China)

Abstract: Rolled piece deformation is analyzed by FM-BEM in straightening process. Deformation rule of plastic deformation area is analyzed in different straightening force, especially the area of the nodes in neutral axis. Through numerical analysis, it shows that plastic deformation of neutral axis nodes applied 250 kN straightening force is smaller than adjacent nodes. With straightening force increasing, this difference disappeared and formed a relatively flat area in 500 kN. The results obtained by FM-BEM demonstrate that neutral layer has some offset under straightening force. Compression bending amount has relationship with the neutral layer offset and it is one of reasons that compression bending amount is inaccurate. These conclusions are not obtained by FEM.

Key words: fast multipole boundary element method (FM-BEM); straightening; rolled piece deformation; neutral layer; curve fitting

轧件在轧制生产过程中,由于塑性变形、冷却不均等原因使轧件产生不同程度的挠曲、瓢曲、波浪、镰刀弯和歪扭,或内部残余应力,从轧机出来的轧件

往往具有不平直性和形状尺寸精度误差较大的质量问题。为了保证产品的安全可靠,需要有专门的矫直设备对变形的轧件进行矫正,使其达到标准所

收稿日期:2009-12-02

基金项目:山西省留学基金项目(20081073);山西省重点实验室开放基金项目(2009011059-10);山西省研究生优秀创新项目(20081082)

作者简介:桂海莲(1982-),女,太原科技大学博士研究生,主要从事多极边界元法的理论与工程应用研究。

黄庆学(联系人),男,太原科技大学教授,博士生导师,(E-mail)hqx@tyust.edu.cn。

规定的公差范围以内,从而得到平直度好的产品,这使得矫直机成为冶金工业中必不可少的设备之一。

现在对矫直机的分析多采用有限元法,一般通过有限元分析软件 ANSYS/LS-DYNA 进行分析^[1],由于该软件是一种通用软件,且有限元方法本身存在一定的弊端,所以模拟的结果在精度上不是很理想,导致具体分析轧件变形存在较大误差。多极边界元法是在边界元法的基础上结合快速多极展开而发展的一种快速数值计算方法。快速多极展开法^[2]可以提高计算速度,而边界元法具有计算精度高,占用内存小等优点,二者的结合有助于精确实现大规模工程问题的数值计算。近几年来多极边界元法在工程中得到了广泛的应用,例如模拟四辊轧机轧制过程^[3],油膜轴承分析^[4]以及压下螺丝^[5]等。但是在对矫直机的分析方面还未见报道。

笔者首先建立了适合矫直模型的多极边界元法,对基本解和边界积分方程进行适当处理;其次给出矫直模型,分别施加 250、300、400、500 kN 的矫直力,对不同矫直力下横截面的塑性变形区进行对比,特别是对中性轴上节点的塑性变形进行分析。同时对中性层在受压之后的变化进行分析,发现中性层相对于几何中心层来说有一定量的偏移。最后对矫直中轧件的变形规律进行总结,为确定更为准确的压弯量提供依据。

1 多极边界元法模型的建立

1.1 边界积分方程的建立

由于轧件在矫直过程中会发生塑性变形,所以利用增量法建立矫直件的边界积分方程:

$$c_{ij} \dot{u}_{ij} = \int_{\Gamma^B} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma - \int_{\Gamma^B} p_{ij}^* \dot{u}_j d\Gamma + \int_{\Omega^B} u_{ij}^* b_j d\Omega + \int_{\Omega^B} \epsilon_{jki}^* \dot{\sigma}_{jk}^p d\Omega, \quad (1)$$

式中: c_{ij} 为形状函数,对于光滑边界 $c_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij}$; u_{ij}^* 表示矫直件的位移基本解; p_{ij}^* 表示矫直件的应力基本解; u_j 和 p_j 分别表示源点 j 的位移和应力。

1.2 基本解的分解

为适应快速多极算法的要求,首先我们对问题的基本解进行适当的分解:

$$u_{ij}^* = \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)r} \{ (3-4\nu)\delta_{ij} - r_{,i}r_{,j} \} =$$

$$P_{ij}(x) \left(\frac{1}{R} \right) + Q_i(x) \left(\frac{1}{R} y_j \right),$$

$$p_{ij}^* = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left\{ \left[\frac{\partial r}{\partial n} (1-2\nu)\delta_{ij} + 3r_{,i}r_{,j} \right] + (1-2\nu)(r_{,i}n_j - r_{,j}n_i) \right\} =$$

$$W_{ijm}(x) \left(\frac{1}{R} n_m(y) \right) + S_{im}(x) \left(\frac{1}{R} n_m(y) y_j \right),$$

$$\epsilon_{ijk}^* = \frac{-1}{16\pi(1-\nu)Gr^2} \left[(1-2\nu)(r_{,k}\delta_{ij} + r_{,j}\delta_{ik}) - r_{,i}\delta_{jk} + 3r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right] =$$

$$Z_{ijk}(x) \left(\frac{1}{r} \right) + R_{ij}(x) \left(\frac{1}{r} y_k \right).$$

式中:

$$P_{ij}(x) = \frac{\alpha}{2\mu} [(3-4\nu)\delta_{ij} - x_j \partial_i];$$

$$Q_i(x) = \frac{\alpha}{2\mu} \partial_i;$$

$$S_{im}(x) = -\alpha \partial_i \partial_m;$$

$$W_{ijm}(x) = \alpha [(1-2\nu)(\delta_{jm} \partial_i - \delta_i \partial_m) - 2(1-\nu)\delta_{im} \partial_j + x_j \partial_i \partial_m];$$

$$Z_{ijk}(x) = -\frac{\alpha}{2\mu} [2(1-\nu)\delta_{ij} \partial_k + (1-2\nu)\delta_{ik} \partial_j - \delta_{jk} \partial_i - x_k \partial_i \partial_j];$$

$$R_{ij}(x) = -\frac{\alpha}{2\mu} \partial_i \partial_j;$$

其中 $\alpha = 1/8\pi(1-\nu)$; i, j, m 的取值均为 1, 2, 3; ∂_i 表示 x_i 偏导数。

1.3 多极边界元法的离散形式

$$\int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{p}_j d\Gamma(y) = \sum_{e,\theta} [P_{ij}(x^q) + Q_i(x^q) y_j] A_{\theta} p_{ij}^{e\theta}, \quad (5)$$

$$\int_{\Gamma} p_{ij}^* \dot{u}_j d\Gamma(y) = \sum_{e,l,\theta,n} [R_{ijm}(x^q) + S_{im}(x^q) n_m y_j] A_{\theta} u_j^{e\theta}, \quad (6)$$

$$\int_{\Gamma} \epsilon_{ijk}^* \dot{\sigma}_{jk}^p d\Omega = \sum_{e,l,\theta,n} [Z_{ijk}(x^q) + R_{ij}(x^q) y_k] A_{\theta} \sigma_{jk}^{e\theta}, \quad (7)$$

式中:

$$A_{\theta} = \sum_{l,n} (-1)^n \frac{1}{R^n} \Phi_{l,k_1,k_2,\dots,k_n}(X,y) \Psi_{l,k_1,k_2,\dots,k_n}(x,X) \cdot \varphi^{\theta} J[y(\xi_1', \xi_2')] \omega^l;$$

n 是泰勒级数展开的阶数; θ 是形函数的阶数; e 是划分的单元总数; l 是高斯积分数; φ^{θ} 为形函数; $J[y(\xi_1', \xi_2')]$ 为雅克比系数; ω^l 为高斯积分权函数。

2 计算结果分析及讨论

取其中的一段做分析,具体模型如图 1 所示,基本数据如表 1 所示。模型的原始曲率半径比为 5,即 $\frac{1}{\rho_0} : \frac{1}{\rho_t} = 5$ 。其中 $\frac{1}{\rho_0}$ 为原始曲率半径, $\frac{1}{\rho_t}$ 为弹性极限曲率半径。上面 2 辊子起约束作用,不施加任何力,下面的辊子分别施加 250、300、400 和 500 kN 的矫直力,对不同矫直力下横截面的塑性变形情况进行讨论。

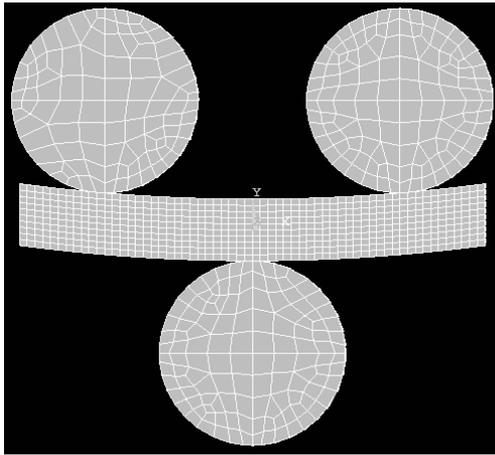


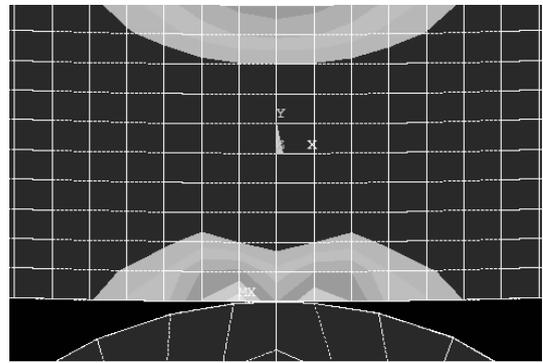
图 1 计算模型

表 1 矫直机基本数据及分析条件

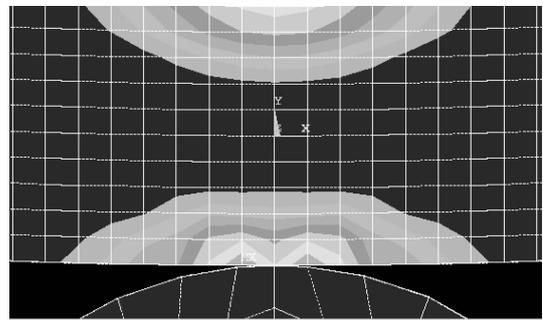
轧件						
板厚	板宽	弹性模量	泊松比	屈服极限	剪切模量	
/m	/m	/Pa		/MPa	/MPa	
0.08	0.6	1.17E11	0.362	400	40	
矫直辊						
辊径	辊身长	辊距	弹性模量	泊松比	动摩擦系数	静摩擦系数
/m	/m	/m	/Pa			
0.12	0.6	0.13	2.10E11	0.300	0.25	0.30

图 2 给出了不同矫直力下轧件的塑性应变分布图。从图中可以看到,当矫直力为 250 kN 时,弹性区为 50.4 mm,300 kN 时为 32.5 mm,400 kN 时为 20.54 mm,500 kN 时为 12.4 mm。这说明随着矫直力的增大,弹性区越来越小,轧件发生塑性变形的区域逐步向中心层靠拢。从图 2(a)可以看出下表面发生塑性变形最大的点不在中性轴上,而是在其两侧,塑性变形在中性轴两侧形成 2 个突起,中间凹陷。中间的凹陷部分随着矫直力的增大越来越小,

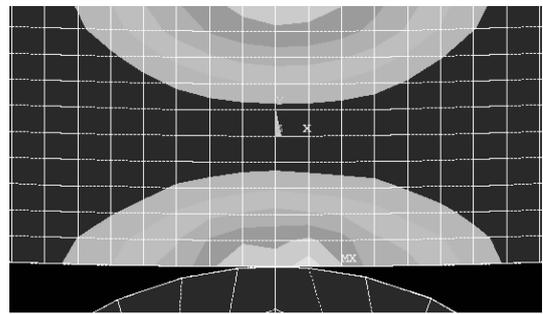
当矫直力为 500 kN 时已经完全消失,如图 2(b)所示。对于上表面塑性应变一直是弧线变化。这是由于对于中性轴上的点在纵向受到压应力,在其余方向受到拉应力,而中性轴两侧的节点则受到 3 项压应力,所以中性轴上的等效应力小于两侧,在塑性应变图上就表现为凹陷状。



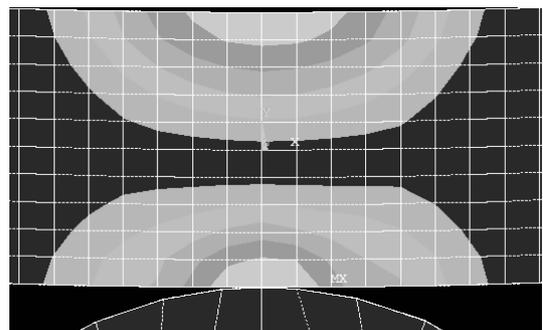
(a) 250 kN



(b) 300 kN



(c) 400 kN



(d) 500 kN

图 2 不同矫直力的横截面塑性应变图

由于矫直板的变形可以看作平面应变问题,在横截面的整个变形过程中,其主要作用的是 X 方向的正应力(σ_x)。不同矫直力下轧件横截面的应力分布比较如图 3 所示。从图中可以看出随着矫直力的增大,几何中心层上半部分应力变化比下半部分快。

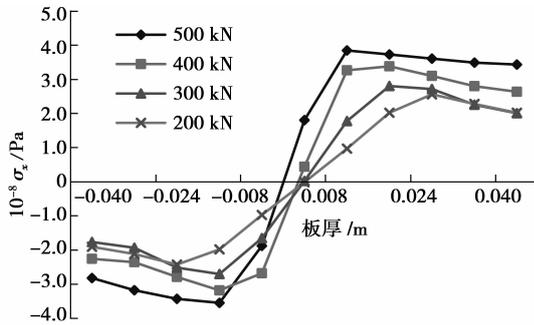


图 3 不同矫直力下的应力比较

当矫直力为 500 kN 时,轧件横截面的正应力分布图如图 4 所示。图中的 A 点为中性轴上的中点,即几何中心层上的点,从图中可以看出,该点的应力值为正,也就是说应力为 0 的点应该在几何中心层的下方,即几何中心层与中性层发生分离,中性层向下发生偏移。

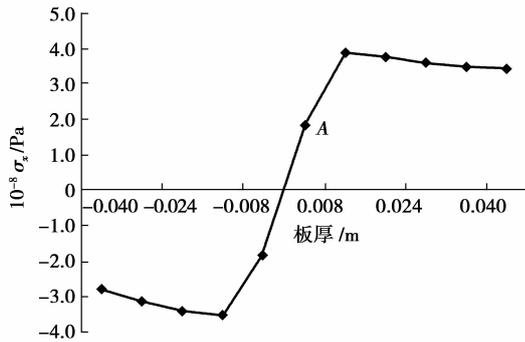


图 4 横截面正应力图

从图 4 可以看出正应力的大体分布呈三角函数,所以利用 MATLAB 得到非线性曲线函数 $f(x) = 5.315 \times 10^8 \sin(0.055 100x - 0.010 98) + 1.633 \times 10^9 \sin(0.003 071x + 3.096 00) + 1.086 \times 10^8 \sin(0.139 200x + 0.965 50)$ 。拟合曲线如图 5 所示,拟合精度达到 93.13%。利用拟合得到的函数可以求出应力为 0 的点约在几何中心层偏下 4.420 mm 处,即中性层向下偏移约 4.420 mm。

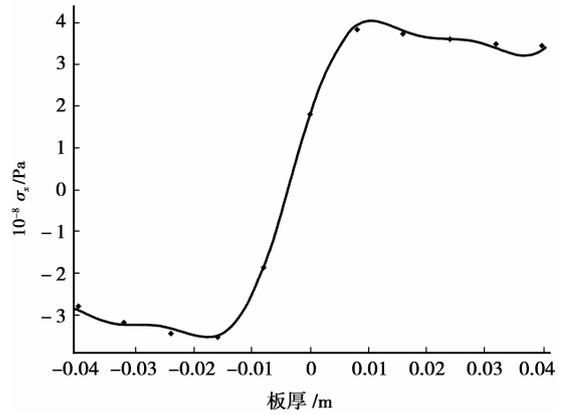


图 5 拟合曲线图

通过上面的分析可知,中性层的偏移量是相当可观的。由于传统方法普遍假设中性层不发生偏移,导致给出的压弯量不准确,进而影响了矫直效率,不利于生产。利用多极边界元法对轧件中性层偏移量进行计算,在确定压弯量时考虑中性层的偏移,会给出更为精确的压弯量,对实际生产具有一定的指导意义。

3 结 语

1)首次将多极边界元法应用到矫直过程的分析。为适应矫直过程的实际需要,对多极边界元法进行局部的调整。一方面为研究矫直过程提供了一种新方法,另一方面也推广了多极边界元法在工程中的应用。

2)通过对矫直过程中矫直件的变形分析,给出了不同矫直力下横截面上的塑性变形情况,特别是在中性轴上的节点应力在矫直力小时低于相邻两侧的塑性应变值,并随着矫直力的增大逐渐趋于一致,从微观角度分析了轧件变形。

3)利用多极边界元法的分析结果,结合 MATLAB 曲线拟合,得出中性层在受力后会有一定量的偏移,而非传统上的认为中性层是不变的。正是由于传统方法忽略了中性层的偏移导致压弯量计算不准确,在实际生产中影响了矫直效率。通过多极边界元法对轧件横截面受力进行分析,可以更精确的反映矫直过程中轧件的真实变形,有利于给出精确的压弯量,实现精确矫直。

参考文献:

- [1] 周存龙, 王国栋, 刘相华. 压弯量对轧件矫直变形影响的有限元分析[J]. 塑性工程学报, 2006, 13(1): 78-81.
ZHOU CUN-LONG, WANG GUO-DONG, LIU XIANG-HUA. The FEM analysis for the effect of intermesh to plate leveling deformation[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2006, 13(1): 78-81.
- [2] ROKHLIN V. Rapid solution of integral equations of classical potential theory[J]. Journal of Computational, 1985, 60(2): 187-207.
- [3] YU C X, MU Y F, LIU DI Y, et al. Multi-body network parallel nonlinear FM-BEM and the numerical simulation[J]. ICIC Express Letters, 2010, 4(1): 167-172.
- [4] WANG J M, HUANG Q X, ZHAO C J, et al. Numerical analysis on fatigue failure of sleeve in oil-film bearing[J]. Key Engineering Materials, 2006, 324: 323-326.
- [5] CHEN X M, SHEN G X, LIU D Y. Frictional contact multipole-BEM and 3-D analysis of screwpairs [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 17(3): 411-414.
- [6] 崔甫. 矫直原理与矫直机械[M]. 2版. 北京: 冶金工业出版社, 2004.
- [7] GUI H L, HUANG Q X. The mixed fast multi-pole boundary element method for solving strip cold rolling process[J]. Applied Mechanics and Materials, 2010, 20/23: 76-81.
- [8] 申光宪, 刘德义, 于春肖. 多极边界元法和轧制过程[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [9] 王效岗, 黄庆学, 马勤. 十五辊组合矫直机矫直模型研究[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2008, 40(6): 181-185.
WANG XIAO-GANG, HUANG QING-XUE, MA QIN. Research of leveling method of fifteen roller combination leveler[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2008, 40(6): 181-185.
- [10] XIAO H, CHEN Z J. Numerical experiments of preconditioned Krylov subspace methods solving the dense non-symmetric systems arising from BEM[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2007, 31(12): 1013-1023.
- [11] PAN S C, HUANG M N, TZOU G Y, et al. Analysis of asymmetrical cold and hot bond rolling of unbounded clad sheet under constant shear friction[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 177(1/3): 114-120.
- [12] 董海云, 祝家麟, 张守贵. 二维 Laplace 方程 Dirichlet 问题直接边界积分方程的 Galerkin 解法[J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2006, 29(4): 122-125.
DONG HAI-YUN, ZHU JIA-LIN, ZHANG SHOU-GUI. Galerkin boundary element method for direct boundary integral equation for Dirichlet problem of 2-D Laplace equation[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2006, 29(4): 122-125.
- [13] FIROOZJAEI A R, AFSHAR M H. Discrete least squares meshless method with sampling points for the solution of elliptic partial differential equations [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2009, 33(12): 83-92.
- [14] 周存龙, 王国栋, 谢东刚. 矫直机入/出口矫直辊压弯量对板材不平度的影响[J]. 重型机械, 2008(2): 10-13.
ZHOU CUN-LONG, WANG GUO-DONG, XIE DONG-GANG. The effect of entrance/exit leveler roller intermesh to plate flatness[J]. Heavy Machinery, 2008(2): 10-13.
- [15] LEFFERS T, RAY R K. The brass-type texture and its deviation from the copper-type texture[J]. Progress in Materials Science, 2009, 54(3): 351-396.
- [16] 于春肖, 申光宪, 刘德义. 规划-迭代型弹塑性摩擦接触多极边界元法[J]. 计算力学学报, 2008, 25(1): 65-71.
YU CHUN-XIAO, SHEN GUANG-XIAN, LIU DE-YI. Program iteration pattern fast multipole BEM for elasto-plastic contact with friction [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, 25(1): 65-71.
- [17] KNIGHT C W, HARDY S J, LEES A W, et al. Influence of roll speed mismatch on strip curvature during the roughing stages of a hot rolling mill[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 168(1): 184-188.

(编辑 张 苹)