

文章编号:1000-582X(2010)05-133-06

FRP 片材加固梁的剪应力分析

陈俊¹, 昌永红²

(1. 湘潭大学 土木工程与力学学院 湖南 湘潭 411105;

2. 辽宁建筑职业技术学院, 辽宁 辽阳 111000)

摘要:目前关于 FRP 片材加固梁的界面剪应力研究大都假定 FRP 片材与混凝土梁之间的粘结是完全的,且粘结胶的厚度都是均匀的。实际中,混凝土梁与 FRP 片材界面的胶有不均匀性和非连续性性质,已有的关于界面粘结剪应力分布的成果和粘结破坏模式成果不能完全反映这种情况下 FRP 片材加固梁的性能。考虑混凝土受压的非线性性能和钢筋对梁的作用后,推导了 FRP 片材下加固梁粘结部位的剪应力通用计算公式,并将计算结果与有限元分析相比较,结果表明两者的吻合程度良好。

关键词:剪应力; FRP 片材; 加固梁

中图分类号: TU375.1

文献标志码: A

Analysis of shear stresses on FRP bonded beam

CHEN Jun¹, CHANG Yong-hong²

(1. Civil Engineering & Mechanics College of Xiangtan University, Xiangtan 411105, P. R. China; 2. Liaoning Technical College of Construction, Liaoyang 111000, P. R. China)

Abstract: The current study on fiber reinforced plastics (FRP) bonded beam are conducted based on the assumption that the bond is very perfect between sheet and beam, and the thickness of adhesive is even. In fact, the thickness of adhesive is not perfectly even and continuous with the limitations of site and technology in construction. The present theory and failure mode about interfacial shear stress can not perfectly show the behaviors of bonded beams. This paper generally establishes the formula of shear stresses at bonded lactation in an FRP bonded beam considering non-linear behavior of concrete under compression and steel rebar, and compares the calculation results of with those of FE. The result shows that they are approximate.

Key words: shear stresses; fiber reinforced plastics (FRP) sheet; bonded beam

纤维增强复合材料(Fiber Reinforced Plastics)简称 FRP,也称之为纤维增强聚合物或纤维增强塑料,是一种新型的复合材料,主要由高性能纤维、聚酯基或环氧树脂组成。常见的 FRP 包括玻璃纤维增强塑料(GFRP)、碳纤维增强塑料(CFRP)、芳纶

纤维增强塑料(AFRP)。FRP 具有抗拉强度高、抗腐蚀性和耐久性好、自重轻,施工方便等特点^[1],近年来在结构加固及改造工程中被认为是最有前途的结构加固材料而广泛加以应用。FRP 加固法^[2]是一种用胶粘剂把纤维增强聚合物粘贴在构件外部进

收稿日期:2009-12-12

基金项目:湖南省省级科技计划资助项目(2009GK3154);湖南省建设科技计划资助项目(湘建科 2008459)

作者简介:陈俊(1973-),男,湘潭大学副教授,博士研究生,主要从事工程结构抗震理论方向的研究,(Tel)13170326963;(E-mail)chenjun0325@126.com。

行加固,以提高构件承载力的加固方法。

目前国内外学者对粘结界面的力学机理进行了广泛的研究。

Teng 等^[3]分析了 FRP 与混凝土结构之间的粘结性能,总结了不同粘结强度模型的优缺点,建立了 FRP 加固混凝土梁的界面应力公式。刘祖华^[4]等根据弹性理论和部分组合截面假定,推导出粘贴钢板加固混凝土梁的粘结剪应力。Thanasis 等^[5]基于弹性理论,运用微分法推导出加固体系下各材料的受力情况。

Amir 等^[6]运用弹性理论,推导了粘钢加固钢板端部应力分布的解析解。欧阳煜等^[7-8]在弹性理论的基础上,推导了片材加固梁的粘结剪应力的计算公式,对在集中荷载或均布荷载下粘钢加固钢筋混凝土梁进行了分析。滕锦光^[9-10]、张继文^[11]等推导了外贴碳纤维或钢板加固梁中粘结界面应力,并采用 LUSAS 有限元分析程序进行了详细的计算研究。Etman 等^[12]对复合板加固钢筋混凝土梁的粘结应力的分布进行了试验研究和理论研究。Maalej 等^[13]对 FRP 加固梁的界面剪应力集中进行了试验分析,得出 CFRP 板的厚度不仅影响加固梁的承载力和变形能力,而且对 CFRP 与混凝土界面的应力集中和加固梁的破坏模式也有影响。

Ye 等^[14]考虑混凝土受压的非线性性能,对复合板加固梁的界面剪应力进行了理论分析。Jun Deng 等^[15]对粘贴 CFRP 板的钢梁进行了理论分析,得出了计算界面应力的公式,并用有限元软件 ABAQUS 进行了验证。V. Sierra-Ruiz 等^[16]探讨了 3 种荷载情况下界面应力的分布,得出了 3 种不同荷载情况下剪应力的简单表达式,并提出了力的传递长度的表达式。

Lau 等^[17]对粘贴 FRP 板的混凝土梁提出了剪应力的简单理论模型,并考虑了轴向应力、FRP 板纤维方向的变化、材料特征等对界面应力的影响。

然而上述关于 FRP 片材加固梁的界面应力研究大都假定 FRP 片材与混凝土梁之间的粘结是完全的,且粘结胶的厚度都是均匀的。实际中,由于施工现场的局限性和施工工艺的局限性,混凝土梁与 FRP 片材界面的胶有不均匀性和非连续性性质,尤其当加固次梁时,主梁与次梁的交叉处,或加固板时,板与次梁的交叉处使加固胶不可能完全连续。已有的关于界面粘结应力分布的成果和粘结破坏模式成果不能完全反映这种情况下 FRP 片材加固梁的性能。

考虑混凝土受压的非线性性能和钢筋对梁的作

用后,推导了 FRP 片材加固梁在粘结部位剪应力的通用计算公式。

1 剪应力公式推导

图 1 为采用 FRP 片材粘结下受均布荷载作用的加固梁,梁的截面尺寸 $b \times h$, t_a , t_p 为 FRP 片材和粘胶层的厚度, E_c , E_a , E_p 分别为混凝土、粘胶层和 FRP 片材的弹性模量。

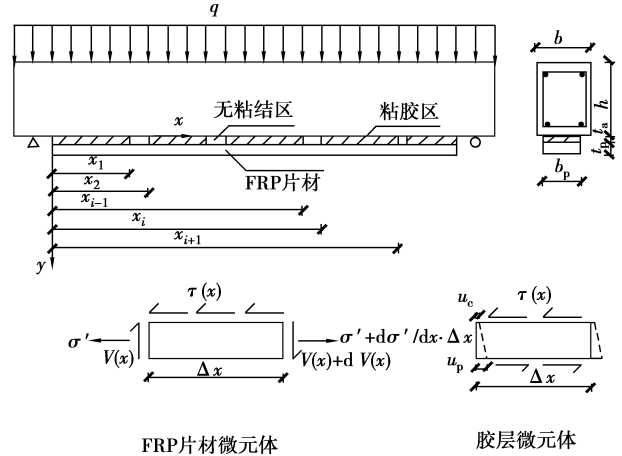


图 1 局部未粘结 FRP 片材下加固梁的模型

对粘结部位而言,对粘胶层,界面的剪应变可用下面公式近似计算

$$\gamma = \frac{u_c(x) - u_p(x)}{t_a}, \tag{1}$$

式中: γ 为界面处的剪应变; $u_c(x)$ 为混凝土底面 x 处的水平位移; $u_p(x)$ 为 FRP 片材顶面的应变; t_a 为粘胶层的厚度。

界面的剪应力

$$\tau(x) = \frac{G_a(u_p(x) - u_c(x))}{t_a}, \tag{2}$$

式中: $\tau(x)$ 为界面的剪应力; G_a 为粘胶层的剪切模量。

对 x 求微分得

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G_a}{t_a}(\epsilon_{pn} - \epsilon_c^+), \tag{3}$$

式中: ϵ_c^+ 为混凝土的最大拉应变; ϵ_{pn} 为 FRP 片材的计算应变。

对于 FRP 片材来说

$$\frac{d\sigma'(x)}{dx} = \frac{\tau(x)}{t_p}, \tag{4}$$

式中: $\sigma'(x)$ 为 FRP 片材的纵向正应力。可用下式计算

$$\sigma'(x) = \frac{T_p}{b_p t_p}, \tag{5}$$

其中: T_p 为 FRP 片材的拉力; b_p 为 FRP 片材的宽度; t_p 为 FRP 片材的厚度。

式(3)、(4)可用矩阵的形式表示

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \sigma' \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{t_p} \\ \frac{G_a}{E_p t_a} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma' \\ \tau \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{G_a \epsilon_c^+}{t_a} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

式(6)的通解为

$$\begin{pmatrix} \sigma' \\ \tau \end{pmatrix} = \exp[\mathbf{K}x] \begin{pmatrix} \sigma'_i \\ \tau_i \end{pmatrix} + \int_0^x \exp[\mathbf{K}(x-\xi)] \times \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{G_a \epsilon_c^+(\xi)}{t_a} \end{pmatrix} d\xi, \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{K} \text{ 为 } 2 \times 2 \text{ 的矩阵, } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{t_p} \\ \frac{G_a}{(E_p t_a)} & 0 \end{bmatrix},$$

其中: σ'_i 为到片材端部的距离为 x_i 处的纵向正应力;

τ_i 为到片材端部的距离为 x_i 处的剪应力。

$$\exp[\mathbf{K}x] = \begin{bmatrix} \cosh(\alpha x) & \frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha t_p} \\ \frac{G_a \sinh(\alpha x)}{\alpha E_p t_a} & \cosh(\alpha x) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中: $\alpha = \sqrt{\frac{G_a}{E_p t_p t_a}}$ 。

式(7)可写成

$$\begin{pmatrix} \sigma' \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\alpha x) & \frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha t_p} \\ \frac{G_a \sinh(\alpha x)}{\alpha E_p t_a} & \cosh(\alpha x) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma'_i \\ \tau_i \end{pmatrix} + \int_0^x \begin{bmatrix} \cosh \alpha(x-\xi) & \frac{\sinh \alpha(x-\xi)}{\alpha t_p} \\ \frac{G_a \sinh \alpha(x-\xi)}{\alpha E_p t_a} & \cosh \alpha(x-\xi) \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{G_a \epsilon_c^+(\xi)}{t_a} \end{pmatrix} d\xi. \quad (9)$$

式(9)中有 2 个待定系数 σ'_i 和 τ_i , 进行求解需用如下 2 个边界条件。

边界条件一, $x = x_i, T_p(x_i) = \epsilon_p(x_i) E_p A_p$,

边界条件二, $x = x_{i+1}, T_p(x_{i+1}) = \epsilon_p(x_{i+1}) E_p A_p$ 。

其中: $T_p(x_i)$ 为离 FRP 片材端部距离为 x_i 处的 FRP 片材的拉力; $T_p(x_{i+1})$ 为离 FRP 片材端部距离为 x_{i+1} 处的 FRP 片材的拉力。

将边界条件代入求得

$$\begin{aligned} \sigma'_i &= \epsilon_p(x_i) E_p, \\ \tau_i &= (E_p \epsilon_p(x_i) A_p - \frac{b \sigma'_i G_a}{\alpha^2 E_p t_a} (\cosh(\alpha x_i) - 1) + \\ & b \int_0^{x_i} \int_0^x \sinh \alpha(x-\xi) \epsilon_c^+(\xi) d\xi dx) / \left(\frac{b \sinh(\alpha x_i)}{\alpha} \right), \end{aligned}$$

则剪应力的通用表达式为

$$\tau(x) = \sigma'_i G_a \frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha E_p t_a} + \tau_i \cosh(\alpha x) - \int_0^x \frac{G_a}{t_a} \sinh \alpha(x-\xi) \epsilon_c^+(\xi) d\xi. \quad (10)$$

2 混凝土最大拉应变和 FRP 片材计算应变

根据经典梁理论, 可求得加固梁的应变。计算中采用如下假定:

- 1) 应变沿梁各厚度处成线性分布, 即平截面假定成立;
- 2) 梁的变形非常小;
- 3) 不考虑梁的剪切变形影响。

假定混凝土受压边缘的最大受压应变为 ϵ_{cmax} , 根据平截面假定, 应变关系如图 2 所示, 由图可求出混凝土、钢筋和 FRP 片材的应变如下。

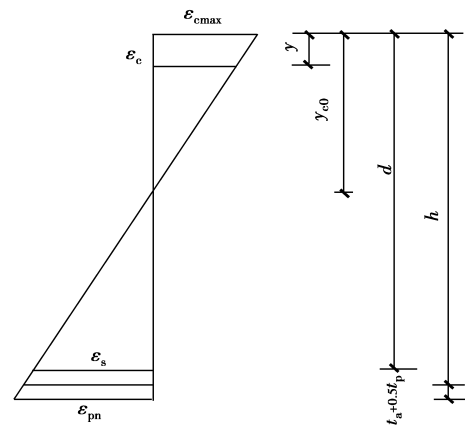


图 2 应变关系图

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_c &= \epsilon_{cmax} (y_{c0} - y) / y_{c0}, \\ \epsilon_s &= -\epsilon_{cmax} (d - y_{c0}) / y_{c0}, \\ \epsilon_{pn} &= -\epsilon_{cmax} (h + t_a + 0.5 t_p - y_{c0}) / y_{c0}, \\ \epsilon_c^+ &= -\frac{h - y_{c0}}{y_{c0}} \epsilon_{cmax}, \end{aligned} \right\} (18)$$

式中: y_{c0} 为中性轴到受压混凝土边缘的距离; d 为钢筋重心到受压混凝土边缘的距离。

式(18)中的负号表示应变为拉应变,

当钢筋屈服时, y_{c0} 的相应值 y_{c0}^* 可用下式计算

$$y_{c0}^* = E_s \epsilon_{cmax} d / (E_s \epsilon_{cmax} - \sigma_y) \quad (19)$$

对给定的 ϵ_{cmax} , 混凝土的轴力, 钢筋的拉力, FRP 片材的拉力可用下式计算

当 $0 \leq \epsilon_{cmax} < \epsilon_0$ 时,

$$\begin{aligned} F_c &= \int_{y_{c0}}^{h-y_{c0}} E_c \epsilon_c b dy - \int_0^{y_{c0}} f_c \left(\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_0^2} \right) \\ &= E_c b \frac{(h-y_{c0})^2}{2y_{c0}} \epsilon_{cmax} - f_c b y_{c0} \left(\frac{\epsilon_{cmax}}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_{cmax}^2}{3\epsilon_0^2} \right), \end{aligned} \quad (20a)$$

当 $\epsilon_{cmax} \geq \epsilon_0$ 时,

$$\begin{aligned} F_c &= \int_{y_{c0}}^{h-y_{c0}} E_c \epsilon_c b dy - \int_0^{y_{c0}} f_c \left(\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_0^2} \right) b dy - \\ &\int_{y_{c0}}^{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cmax}}} f_c b dy \\ &= E_c b \frac{(h-y_{c0})}{2y_{c0}} \epsilon_{cmax} - f_c b y_{c0} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cmax}} \right) - \\ &f_c b y_{c0} \left(1 - \frac{\epsilon_{cmax}}{3\epsilon_0} \right), \end{aligned} \quad (20b)$$

$$F_p = A_p E_p (\epsilon_{cmax} (h + t_a + 0.5t_p - y_{c0}) / y_{c0} - \epsilon_{p0}), \quad (21)$$

$$F_s = F_{st} + F_{sc}, \quad (22)$$

其中:

当 $0 \leq |E_s \epsilon_s| < \sigma_y$ 时,

$$\begin{aligned} F_{st} &= E_s A_{st} \epsilon_{cmax} (d_{st} - y_{c0}) / y_{c0}, \\ F_{sc} &= E_s A_{sc} \epsilon_{cmax} (d_{sc} - y_{c0}) / y_{c0}; \end{aligned}$$

当 $\sigma_y \leq |E_s \epsilon_{st}|$ 时,

$$F_{st} = \sigma_y A_{st};$$

当 $\sigma_y \leq |E_s \epsilon_{sc}|$ 时,

$$F_{sc} = -\sigma_y A_{sc}.$$

对于假定的 ϵ_{cmax} , 初始的 y_{c0} 可由力的平衡求得

$$F_s + F_c + F_p = 0 \quad (23)$$

将求得的 y_{c0} 与 y_{c0}^* 相比较, 如果 y_{c0} 大于 y_{c0}^* , 则对给定的 ϵ_{cmax} , 中和轴的位置即为 y_{c0} 。否则, 应重新计算 y_{c0} 。

给定了 ϵ_{cmax} , 中和轴的位置确定了, 便可计算横截面的弯矩 M_c, M_s, M_p , 具体的计算如下:

当 $0 \leq \epsilon_{cmax} < \epsilon_0$ 时,

$$\begin{aligned} M_c &= \int_0^{h-y_{c0}} E_c \epsilon_c b y dy - \int_0^{y_{c0}} f_c b \left(\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_0^2} \right) y dy \\ &= \frac{E_c b (h-y_{c0})^3 \epsilon_{cmax}}{3y_{c0}} + f_c b y_{c0} \left(\frac{2\epsilon_{cmax}}{3\epsilon_0} - \frac{\epsilon_{cmax}^2}{4\epsilon_0^2} \right), \end{aligned} \quad (24)$$

当 $\epsilon_{cmax} \geq \epsilon_0$ 时,

$$M_c = \int_0^{h-y_{c0}} E_c \epsilon_c b y dy + \int_0^{y_{c0}} f_c b \left(\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_0^2} \right) y dy +$$

$$\begin{aligned} &\int_{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cmax}}}^{y_{c0}} f_c b y dy, \\ &= \frac{E_c b (h-y_{c0})^3}{3y_{c0}} \epsilon_{cmax} + f_c b y_{c0}^2 \left(\frac{2\epsilon_0}{3\epsilon_{cmax}} + 0.25 - \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon_{cmax}^2} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$M_p = A_p E_p (\epsilon_{cmax} (h + t_a + 0.5t_p - y_{c0})^2 / y_{c0} - \epsilon_{p0} (h + t_a + 0.5t_p - y_{c0})), \quad (26)$$

$$M_s = M_{st} + M_{sc}, \quad (27)$$

其中

当 $0 \leq |E_s \epsilon_s| < \sigma_y$ 时,

$$\begin{aligned} M_{st} &= E_s A_{st} \epsilon_{cmax} (d_{st} - y_{c0})^2 / y_{c0}, \\ M_{sc} &= E_s A_{sc} \epsilon_{cmax} (d_{sc} - y_{c0})^2 / y_{c0}, \end{aligned}$$

当 $\sigma_y \leq |E_s \epsilon_{st}|$ 时,

$$M_{st} = \sigma_y A_{st} (d_{st} - y_{c0})$$

当 $\sigma_y \leq |E_s \epsilon_{sc}|$ 时,

$$M_{sc} = \sigma_y A_{sc} (d_{sc} - y_{c0}),$$

横截面的总弯矩为

$$M = M_c + M_s + M_p. \quad (28)$$

由于混凝土受压时的非线性性能, 不同截面处中和轴的位置不同。为了找到中和轴的位置, 可以使用迭代过程。对于任意的横截面, 先假定一个 ϵ_{cmax} , 然后根据式(23)求得 y_{c0} , 再将 ϵ_{cmax} 和 y_{c0} 代入式(24)-(28)求弯矩。计算所得的弯矩与荷载作用下该截面的弯矩相比较, 如果二者的误差在给定的范围内, 则所求的 y_{c0} 即为该截面处中和轴的位置; 如计算弯矩小于荷载作用下该截面的弯矩, 则需稍微增加 ϵ_{cmax} , 重新计算 y_{c0} , 然后求弯矩, 再比较。反之, 当计算弯矩大于该截面荷载作用下的弯矩时, 应稍微减少 ϵ_{cmax} , 再重新计算 y_{c0} , 直到满意为止。

根据上面求得的 ϵ_{cmax} , 便可求得 ϵ_c^+ 和 ϵ_{pn} 。考虑 FRP 片材的滞后应变, 可求得 FRP 片材的实际应变值 ϵ_p 。

3 FRP 片材滞后应变

构件在加固前已经有外荷载的作用(即一次受力), 加固后新加的部分不立即分担荷载, 而是在新增荷载下, 即二次加载下才开始受力(二次受力), 新加部分的应变始终小于原结构的应变, 这就是应变滞后的问题。FRP 片材滞后应变的计算可采用如下方式。

加固时, 一般是要卸载的, 在卸载后, 可假定构件在 FRP 片材加固前在初始弯矩 M_0 作用下, 混凝土受压边缘应力 $\sigma_c < f_c/3$, 同时可以假定混凝土受压应力-应变关系为线性关系, 并不考虑受拉混凝土

的作用。

由平截面假定可求得

$$\epsilon_{s0} = \epsilon_{c0}(h_0 - x_a)/x_a, \quad (29)$$

式中： ϵ_{s0} 为加固前钢筋的应变； ϵ_{c0} 为加固前混凝土的应变； h_0 为梁截面的有效高度； x_a 为加固前的混凝土的受压区高度。

由力的平衡可知

$$0.5E_c\epsilon_{c0}x_ab = E_sA_s\epsilon_{s0}。 \quad (30)$$

由式(29),(30)便可解出混凝土受压区高度 x_a

$$x_a = (-B + (B^2 + 4AC)^{1/2})/2A, \quad (31)$$

式中： $A = E_cb/2E_s, B = A_s, C = A_s h_0$

对受拉钢筋作用点取矩

$$M_0 = 0.5E_c\epsilon_{c0}x_ab\left(h_0 - \frac{x_a}{3}\right), \quad (32)$$

进而求得

$$\epsilon_{c0} = \frac{2M_0}{E_cx_ab\left(h_0 - \frac{x_a}{3}\right)}。 \quad (33)$$

于是 FRP 片材的滞后应变 ϵ_{p0} 为

$$\epsilon_{p0} = \epsilon_{c0} \frac{h - x_a}{x_a} = \frac{2M_0(h - x_a)}{E_cx_a^2b\left(h_0 - \frac{x_a}{3}\right)}。 \quad (34)$$

4 算 例

如图 3 所示的简支梁,截面 $b = 200 \text{ mm}, h = 400 \text{ mm}$ 。混凝土为 C20;钢筋:HRB335, $A_{st} = 265 \text{ mm}^2, A_{sc} = 265 \text{ mm}^2$ 。FRP 片材: $E_p = 235 \times 10^3 \text{ MPa}, t_p = 4 \text{ mm}, b_p = 200 \text{ mm}$ 。粘胶层: $E_a = 2.87 \times 10^3 \text{ MPa}, G_a = 1 \times 10^3 \text{ MPa}, t_a = 2 \text{ mm}$ 。与截面形状有关的系数 $\alpha' = 5/6$ 。

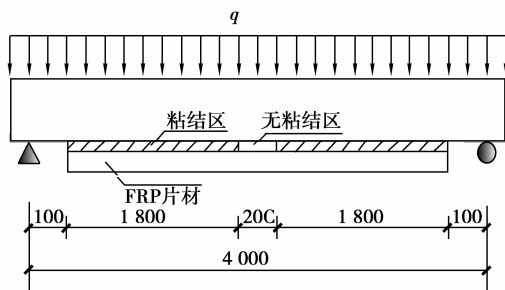


图 3 简支梁的示意图

根据前面导出的剪应力,用 FORTRAN 语言编制了适用于上述算例的程序,并用有限元软件 ANSYS 对该梁进行了分析,从图 4 中可以看出,笔者方法和有限元方法的计算结果除板端外,其他部位吻合较好,这是因为,片材端部的受力情况复杂,片材端部的有限元计算结果的精度取决于单元网格

划分的精度。因此,采用有限元方法划分单元时,需要在片材端部局部加密,否则计算误差很大。

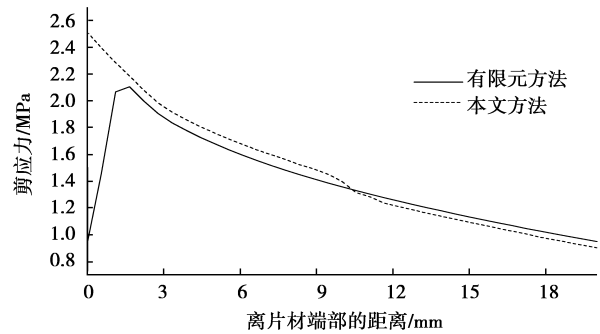


图 4 理论分析与有限元分析比较图

5 结 语

笔者的公式是以矩形截面梁在均布荷载下推导出来的,但只要截面和荷载做适当的改动,也可用于其他截面梁和其他荷载情况下局部未粘结的加固梁界面剪应力的计算。分析表明,笔者方法可较为精确的计算 FRP 片材下加固梁粘结部分的界面剪应力。

参考文献:

[1] 朱梦君,刘宏伟.纤维增强复合材料(FRP)的研究与应用[J].淮海工学院学报,2002,11(3):64-67.
ZHU MENG-JUN, LIU HONG-WEL. A research of fiber reinforced plastics(FRP) and its applications[J]. Journal of Huaihai Institute of Technology, 2002, 11(3): 64-67

[2] 于清. FRP 的特点及其在土木工程中的应用[J].哈尔滨建筑大学学报,2000,33(6):26-30.
YU QING. The characteristic of FRP and the application in civil engineering[J]. Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture, 2000, 33(6): 26-30.

[3] TENG J G, CHEN J F, SMITH S T, et al. FRP strengthened RC structures [M]. West Sussex, England: John Wiley & Sons, Ltd, 2002.

[4] 刘祖华,朱伯龙.粘钢加固混凝土梁的解析分析[J].同济大学学报,1994,22(1):21-26.
LIU ZU-HUA, ZHU BO-LONG. Analytical solutions for R/C beams strengthened by externally bonded steel plates[J]. Journal of Tongji University, 1994, 22(1): 21-26.

[5] TRIANTAFILLOU T C. Shear strengthening of reinforced concrete beams using epoxy bonded FRP composites[J]. ACI Structural Journal, 1998, 95(2):

- 107-115.
- [6] MALEK A M, SAADATMANESH H, EHSANI M R. Prediction of failure load of R/C beams strengthened with FRP plate due to stress concentration at the plate end[J]. ACI Structure Journal, 1998, 95(1): 151-163.
- [7] 欧阳煜, 钱在兹. 粘贴片材加固混凝土梁的粘结剪应力分析[J]. 工程力学, 2000, 17(6): 92-97.
OUYANG YU, QIAN ZAI-ZI. The analysis of bonding shear stress of RC beams strengthened plate [J]. Engineering Mechanics, 2000, 17(6): 92-97.
- [8] 欧阳煜, 黄奕辉. 粘钢加固 RC 梁的锚固剪应力参数分析[J]. 华侨大学学报, 2000, 21(3): 282-286.
OU-YANG YU, HUANG YI-HUI. A parameter analysis of anchorage shear stress on the RC beams braced by bonding steel [J]. Journal of Huaqiao University: Natural Science, 2000, 21(3): 282-286.
- [9] TENG J G, ZHANG J W, SMITH S T. Interfacial stresses in reinforced concrete beams bonded with a soffit plate: a finite element study[J]. Construction and Building Material, 2002, 16(1): 1-14.
- [10] TENG J G, SMITH S T. Interfacial stresses in plated beams [J]. Engineering Structure, 2001, 23(7): 857-871.
- [11] 张继文, 吕志涛, 滕锦光, 等. 外部粘贴碳纤维或钢板加固梁中粘结界面应力分析[J]. 工业建筑, 2001, 31(6): 1-4.
ZHANG JI-WEN, LV ZHI-TAO, TENG JIN-GUANG, et al. Analysis of the interfacial stresses of the strengthened RC beams externally bonded with CFRP sheet or steel plate[J]. Industrial Construction, 2001, 31(6): 1-4.
- [12] ETMAN E E, BEEBY A W. Experimental program and analytical study of bond stress distributions on a composite plate bonded to a reinforced concrete beam[J]. Cement & Concrete Composites, 2000, 22(4): 281-291.
- [13] MAALEJ M, BIAN Y. Interfacial shear stress concentration in FRP strengthened beams [J]. Composite Structure, 2001, 54(4): 417-426.
- [14] YE J Q. Interfacial shear transfer of RC beams strengthened by bonded composite plates[J]. Cement & Concrete Composites, 2001, 23(4/5): 411-417.
- [15] DENG J, LEE M M K, MOY S S T. Stress analysis of steel beams reinforced with a bonded CFRP plate[J]. Composite Structures, 2004, 65(2): 205-215.
- [16] SIERRA-RUIZ V, DESTREBECQ J F, GREDIAC M. The transfer length in concrete structures repaired with composite materials: a survey of some analytical models and simplified approaches[J]. Composite Structure, 2002, 55(4): 445-454.
- [17] LAW K T, DUTTA P K, HUI D, et al. Mechanics of bonds in an FRP bonded concrete beam[J]. Composites Part B, 2001, 32(6): 491-502.

(编辑 赵 静)